Pionenproduktion in Au-Au-Stößen bei 1,5 AGeV im Experiment und im UrQMD-Modell

Diplomarbeit

Tanja J. Schuck

Dezember 2002

Institut für Kernphysik
Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Schwerionenkollisionen und Teilchenproduktion

Schwerionenstöße bei relativistischen Energien bieten die einzige Möglichkeit, Kernmaterie im Labor zu erhitzen und zu komprimieren. Abbildung 1.1 gibt anhand einer Simulationsrechnung mit einem Transportmodell [1] eine Vorstellung vom Ablauf einer solchen Kollision. In diesem Beispiel stößt ein Goldkern, bestehend aus 79 Protonen und 118 Neutronen mit einer kinetischen Energie von 2 GeV pro Nukleon (AGeV) mit einem ruhenden Goldkern. In ihrem Schwerpunktssystem bewegen sich die Kerne mit 0,41 GeV pro Nukleon aufeinander zu, das entspricht etwa 72% der Lichtgeschwindigkeit. Aufgrund der Lorentzkontraktion sind die eigentlich sphärischen Kerne entlang der Bewegungsrichtung deformiert. Sobald sie kollidieren, wird die kinetische Energie in Wärme und Kompressionsenergie umgewandelt, außerdem werden innere Freiheitsgrade der beteiligten Teilchen angeregt: Resonanzen. Die Phase maximaler Dichte, in der die Kernmaterie bei Energien um 1–2 AGeV, wie sie am Schwerionensynchroton (SIS) der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt erreicht werden, das 2–3 fache ihrer normalen Dichte erreichen kann, dauert nur etwa 10^{-23} s. Die Untersuchung dieser Hochdichtephase ist seit einem Vierteljahrhundert das Ziel vieler Experimente.

Einen experimentellen Zugang ermöglichen die Teilchen, die während der Reaktion entstehen. Sie enstehen zum Teil in direkten Nukleon-Nukleon-Stößen, über die Anregung von Resonanzen oder in mehrstufigen Prozessen und liefern Informationen über die Bedingungen in der Reaktionszone.

Am Kaonenspektrometer KaoS wird an der GSI vor allem die Produktion von Kaonen und Pionen untersucht. Erstere enstehen vor allem in der Phase maximaler Dichte, da aufgrund ihrer Masse ($m_0 = 0,494$ GeV)[I] mindestens eine kinetische Energie von 1,58 GeV für ihre Produktion aufgewandt werden muß. Bei hohen Dichten erhöht sich die Wahrscheinlichkeit mehrstufiger Prozesse, in denen diese Energie allmählich akkumuliert wird. Dies ermöglicht die Produktion von Kaonen auch bei Strahlenergien unterhalb 1,58 AGeV. Positiv geladenen Kaonen reagieren selbst nur mit geringer Wahrscheinlichkeit mit Kernmaterie und verlassen das Reaktionsvolumen nahezu ungestört, da sie ein $\bar{s}$-Quark enthalten, das nicht in einer Reaktion mit einem Baryon absorbiert werden kann. Ihre mittlere freie Weglänge beträg etwa 5 fm. K^--Mesonen enthalten ein s-Quark und können in Kollisionen

[I] Für alle Einheitenbezeichnungen gilt: $c = 1, \hbar = 1, k_B = 1$.

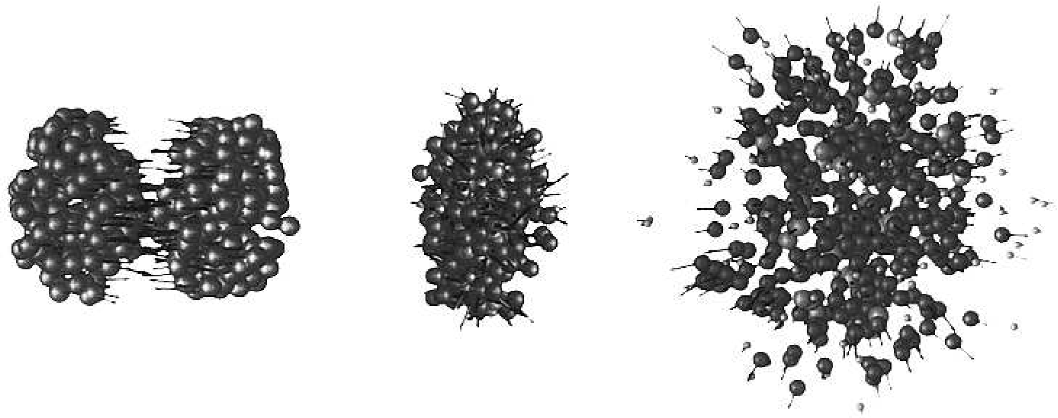

Abbildung 1.1: Ablauf einer Au+Au-Kollision bei einer kinetischen Strahlergie von 2 AGeV simuliert mit einem Transportmodell (QMD, [1]).

mit Nukleonen absorbiert werden, wobei Hyperonen wie Λ oder Σ entstehen: $K^- N \rightarrow Y\pi$, mit $Y = \Sigma, \Lambda$. Die mittlere freie Weglänge von K^- in Kernmaterie normaler Dichte beträgt ca. 1,5 fm. Mit Experimenten zur K^+-Produktion läßt sich zum Beispiel die Kompressibilität von Kernmaterie untersuchen [2], während Ausbeute und Phasenraumverteilung von K^+- und K^--Mesonen Informationen über Kaon-Nukleon-Potentiale [3, 4] enthalten.

Pionen mit ihrer relativ geringen Masse von $m_0 = 0,139$ GeV dagegen enstehen während aller Phasen der Reaktion, da die zur ihrer Produktion benötigte geringe Energie von 290 MeV bei einer Strahlenergie von 1-2 AGeV leicht aufzubringen ist. Die Pionenproduktion ermöglicht Rückschlüsse auf die Reaktionsdynamik wie z.B die Größe des Reaktionsvolumens zur Zeit ihrer Emission [5]. Ziel dieser Arbeit ist die Auswertung von Daten zur Produktion positiv und negativ geladener Pionen im Reaktionssystem Au+Au bei einer kinetischen Strahlenergie von 1,5 AGeV. Insbesondere die polare Anisotropie der Emission und die Impulsverteilung in Abhängigkeit von der Zentralität des Stoßes werden betrachtet.

Nach wie vor stellt die Pionenproduktion die theoretischen Modelle zur Beschreibung von Schwerionenstößen vor Probleme [6]. Eine wichtige Rolle für das Verständnis der Pionenproduktion spielen die Eigenschaften angeregter Nukleonen, der Resonanzen. Vor allem die leichteste Resonanz, die Δ_{33}-Resonanz mit einer Nominalmasse von 1,232 GeV, ist von großer Bedeutung, da bei SIS-Energien fast alle Pionen aus deren Zerfall entstehen. Der Einfluß der Eigenschaften dieser Resonanz auf die Produktion von Pionen soll in dieser Arbeit mit Hilfe eines Transportmodells untersucht werden.

1.2 Theoretische Modelle

Es gibt eine Vielzahl theoretischer Modelle, deren Ziel es ist, den zeitlich-räumlichen Ablauf einer Schwerionenkollision zu beschreiben und Voraussagen über die Eigenschaften der während der Reaktion emittierten Teilchen zu treffen. Sie lassen sich grob unterteilen in makroskopische und mikroskopische Modelle, wobei erstere die Materie während der Reaktion als System variabler Teilchenzahl mit thermodynamischen, statistischen bzw. hydrodynamischen Methoden behandeln und dabei thermisches und/oder chemisches Gleichgewicht voraussetzen.

Mikroskopische Modelle beschreiben den Ablauf der Kollision zweier Kerne als Abfolge von unabhängigen Streuprozessen zwischen einzelnen Teilchen. Die einfachste Realisierung dieses Konzepts sind sogenannte Kaskadenmodelle. Verbesserte Transportmodelle berücksichtigen zusätzlich ein mittleres Potential oder die Überlagerung von Zweiteilchenwechselwirkungen. Abhänging davon, ob eine Einteilchenverteilungsfunktion oder einzelne Teilchen betrachtet werden, und in welcher Form ihre Wechselwirkung realisiert wird, wird unterschieden zwischen Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU)- bzw. Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU)-Modellen und die Quantenmolekulardynamik (QMD). Diese Modelle werden in Kapitel 4.1 diskutiert.

Am Institut für theoretische Physik der Universität Frankfurt wurde vor einigen Jahren das ultrarelativistische Quantenmolekulardynamik-Modell (UrQMD) entwickelt [7, 8]. Die Transporttheoriegruppe stellt ihr Modell Anwendern als Programm zur Verfügung, die damit unabhängig eigene Berechnungen durchführen können. Dies ermöglicht einen detaillierten Vergleich gemessener Daten mit der Theorie. In dieser Arbeit werden Rechnungen mit der Version 1.3 des Modells [9] durchgeführt.

Kapitel 2

Aufbau des Experiments und Datenanalyse

2.1 Das Spektrometer und sein Detektorsystem

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Pionenproduktion im System Au+Au bei einer Strahlenergie von 1,5 AGeV. Das beschriebene Experiment fand im Juli 1998 am Kaonenspektrometer (KaoS) an der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt statt. Dabei verwandt wurde ein 0,05 cm dickes Target. Tabelle 2.2 auf Seite 16 faßt die Experimentdaten zusammen.

Das Kaonenspektrometer (KaoS, Abbildung 2.1) besteht aus einer doppelt-fokussierenden Quadrupol-Dipol-Einheit [11]. Im Feld des Quadrupols erfolgt die vertikale Fokussierung, in dem des Dipols die Selektion nach Impulsen. Teilchen gleichen Impulses p und gleicher Ladungszahl Z bildet das Spektrometer nach

$$rB = \frac{p}{Ze} \tag{2.1}$$

auf gleiche Orte in der Fokalebene ab. Dabei ist r der Radius der Kreisbahn des Teilchens und e die Elementarladung. Die Teilchenidentifikation erfolgt mittels Messung der Flugzeit t und zurückgelegter Flugstrecke s über das Verhältnis von Teilchenmasse m_0 zu Ladungszahl Z

$$\frac{m_0^2}{Z^2} = \frac{p^2}{Z^2}\left(\frac{t^2}{s^2} - 1\right). \tag{2.2}$$

Da Mesonen innerhalb kurzer Zeit bzw. bereits nach kurzer Flugstrecke zerfallen (Pionen: $c\tau \approx 7{,}8\,\mathrm{m}$, Kaonen: $c\tau \approx 3,7\,\mathrm{m}$), beträgt die Distanz vom Target zur Fokalebene nur 5–6,5 m. Je nach Flußdichte des Magnetfeldes deckt das Spektrometer die in Tabelle 2.1 angegebenen Laborimpulsbereiche ab. Der abgedeckte Raumwinkelbereich beträgt impulsabhängig 15–35 msr. Die maximal mögliche Flußdichte B_{max} im 20 cm breiten Luftspalt zwischen den Polschuhen des Dipolmagneten ist 1,95 T. Um Spektren über einen möglichst großen Impulsbereich zu erhalten, wird bei unterschiedlichen Magnetfeldeinstellungen gemessen. Für die hier ausgewerteten, im Juli 1998 genommenen Daten ist die höchste Magnetfeldeinstellung 1,4 T.

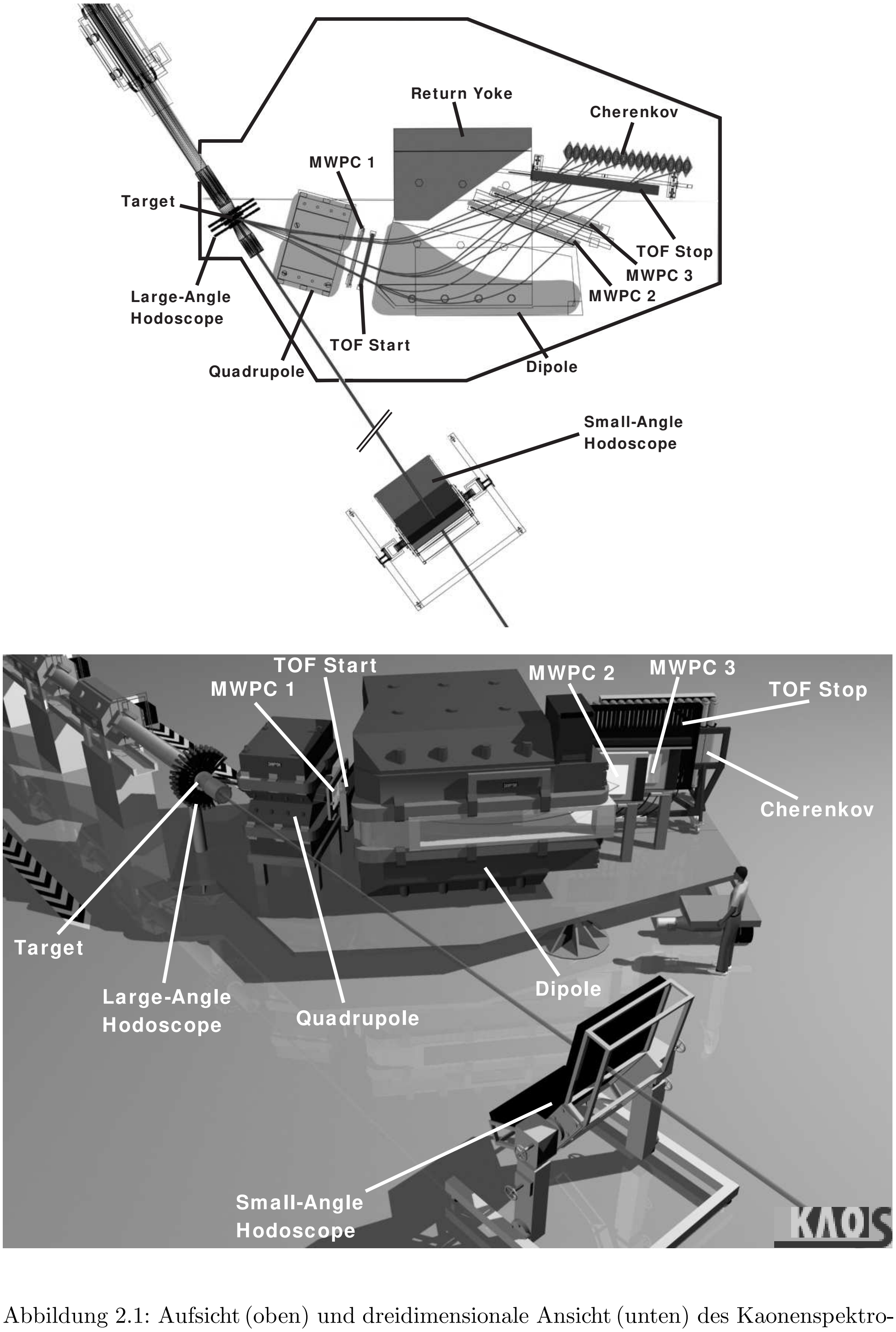

Abbildung 2.1: Aufsicht (oben) und dreidimensionale Ansicht (unten) des Kaonenspektrometers KaoS [10].

$\lvert B_{Dipol}\rvert$ [T]	Δp_{Lab} [GeV]	$\Delta\theta_{cm}$
0,35	0.156–0,296	97,1°–112,2°
0,6	0,267–0,507	92,4°–98,6°
0,9	0,400–0,760	91,0°–93,9°
1,4	0,622–1,182	90,3°–91,6°

Tabelle 2.1: Abgedeckte Laborimpuls- und Winkelbereiche Δp_{Lab} [GeV] für Pionen in Abhängigkeit von der Magnetfeldeinstellung $\lvert B_{Dipol}\rvert$ [T] bei $\theta_{Lab} = 48°$.

Der gesamte Aufbau läßt sich um die Targetposition über den Winkelbereich $0° < \theta_{Lab} < 115°$ drehen. Für positiv geladene Pionen liegen Daten bei fünf verschiedenen Laborwinkeleinstellungen vor, $32°, 40°, 48°, 60°$ und $71,5°$, für negativ geladene Pionen bei drei Einstellungen, bei $40°, 48°, 60°$. Messungen von Teilchen mit unterschiedlichem Ladungsvorzeichen erfolgen bei umgekehrter Polarität des Magnetfeldes.

Der Startdetektor [12] für die Flugzeitmessung besteht aus 16 Plastikszintillatorstreifen, die sich direkt vor dem Dipolmagneten befinden. Der Flugzeitstoppdetektor [13] besteht aus 60 Szintillatorstreifen in zwei parallelen Reihen in der Fokalebene. Aus der Streifenbreite von 3,7 cm ergibt sich eine Impulsauflösung von etwa 4%, die durch die Rekonstruktion der Bahn eines Teilchens durch das Spektrometer noch verbessert wird. Die Gesamtzeitauflösung beträgt ca 400 ps (FWHM) [11].

Mithilfe von drei Vieldrahtproportionalzählern [14] lassen sich die Teilchentrajektorien mit einer Ortsauflösung von ca. 0,5 mm rekonstruieren. Zwei der Kammern (MWPC 2 und 3) befinden sich zwischen dem Dipol und der Fokalebene, die erste (MWPC 1)vor dem Flugzeitstartdetektor zwischen Quadrupol- und Dipolmagnet. Die aktive Fläche der vorderen beträgt 60 x 30 cm^2, die der beiden hinteren 120 x 35 cm^2. Zählgas ist ein Gemisch aus Argon, Kohlendioxid und n-Hepthan [15].

Hinter dem Flugzeitstoppdetektor befindet sich noch eine Reihe aus 16 Plexiglas- bzw. Wasserčerenkovzählern [16] als Geschwindigkeitsschwellendetektor. Er dient zur Unterdrückung von Protonen und schwereren Teilchen auf Triggerebene.

Die Targetkammer ist umgeben vom sogenannten Großwinkelhodoskop. Dieses besteht aus 84 Szintillatormodulen in drei konzentrischen Ringen, angeordnet im Abstand 8 cm, 10,5 cm, 13 cm vom Target. Es deckt den Winkelbereich von 12° bis 48° ab. Die Multiplizität in diesem Detektor ist ein Maß für die Zentralität eines Stoßes, da unter solch großen Winkeln emittierte Teilchen, zumeist Pionen und Protonen, an der Reaktion teilgenommen haben.

Das Kleinwinkelhodoskop [17] etwa 7 m hinter dem Target dient zur Bestimmung der Orientierung der vom Stoßparameter und der Strahlrichtung aufgespannten Reaktionsebene eines Ereignisses. Es ist aus 380 Szintillatorzählern auf einer Fläche von 1,9 x 2,2 m^2 aufgebaut. In dem abgedeckten Winkelbereich von 0,5°–10° werden vor allem nicht an der Reaktion beteiligte Nukleonen und Fragmente, sogenannte Spektatoren, detektiert.

Um eine Strahlnormierung durchführen zu können, gibt es zwei Intensitätsmonitore bei $\theta_{Lab} = \pm 110°$ aus je drei Plastikszintillatoren. Deren Zählrate ist proportional zur Strahlintensität. Zur Eichung wird mit einem weiteren Szintillator als Strahlteilchenzähler im Strahlengang eine direkte, separate Messung der Strahlteilchen bei geringerer Intensität durchgeführt.

Zur Datenaufnahme werden verschiedene Triggerbedingungen verwandt. Die hier ausgewertete Messung negativ geladener Pionen bei $\theta_{Lab} = 40°$ mit geringer magnetischer Flußdichte ($B = 0,35\,\mathrm{T}$) erfolgte ohne eine Bedingung an die Flugzeit. Die Koinzidenz von Start- und Stoppdetektor startet die Datenaufnahme, wenn ein beliebiges Teilchen durch das Spektrometer fliegt. Alle anderen Messungen basieren auf einem Flugzeittrigger, der die Datenauslese bei Pionenmessungen für Teilchen mit höheren Geschwindigkeiten als der eines Protons auslöst. Bei hohen Impulsen bzw. hohen Flußdichten sind die Unterschiede in der Flugzeit zwischen Pionen, Kaonen und Protonen klein, und das Signal des Čerenkovdetektors dient als zusätzliche Triggerbedingung für alle Messungen mit Flußdichte 1,4 T. Zur Messung von Kaonen werden zusätzlich die leichten Pionen durch den Flugzeittrigger unterdrückt.

Strahl	Au
Strahlenergie	1,5 AGeV
Strahlintensität	ca. $6 \cdot 10^7$ Teilchen pro Puls
Pulslänge	ca. 7 s
Target	Au
Targetdicke	0,05 cm
Wechselwirkungswahrscheinlichkeit	ca. 2%
Laborwinkeleinstellungen π^+	32° 40° 48° 60° 71,5°
Laborwinkeleinstellungen π^-	40° 48° 60°
Magnetfelder	±0,35 T ±0,6 T ±0,9 T ±1,4 T
Trigger	Flugzeittrigger und Čerenkovtrigger(nur 1,4 T)

Tabelle 2.2: Zusammenfassung der in Kapitel 2 beschriebenen Experimentdaten.

2.2 Die Datenanalyse

Die ersten Stufen der Auswertung der im Juli 1998 gemessenen Daten erfolgten im Rahmen eine Dissertation an der Technischen Universität Darmstadt über die Produktion von K-Mesonen [18]. Sie beinhalten zuerst die Energieverlust- und Zeiteichung der Szintillationszähler sowie die Bestimmung der Durchstoßpunkte in den Drahtkammern. Der nächste Schritt rekonstruiert daraus Spurkandidaten basierend auf Spurrekonstruktionsfunktionen. Diese stammen aus Monte-Carlo-Simulationen mit dem Programmpaket GEANT [19]. Die dritte Auswertungsstufe basiert auf bereits vorhandenen Programmen im Rahmen des Analysesystem „Physics Analysis Workstation“ [20]. Sowohl dieser als auch die vorhergehenden Analyseteile sind detaillierter in [18, 21, 22] beschrieben.

Den rekonstruierten Teilchenbahnen lassen sich durch Vergleich der getroffenen Module von Start- und Stoppdetektor mit den Durchstoßpunkten in den Drahtkammern

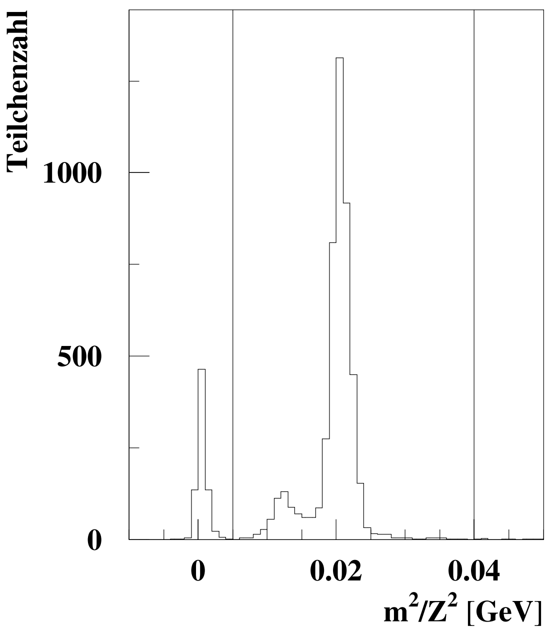

Abbildung 2.2: Die Massenverteilung von π^+ bei $\theta_{Lab} = 40°$ im Impulsintervall $\Delta p_{Lab} =$ 0,156-0,296 MeV, $B_{Dipol} = 0,35\,\mathrm{T}$. Teilchen im Bereich $0,005\,\mathrm{GeV} < m^2/Z^2 < 0,04\,\mathrm{GeV}$ werden als Pionen gezählt, darin sind aus dem Zerfall von Pionen stammende Myonen enthalten und Elektronen bzw. Positronen werden abgeschnitten.

Ereignisse in den Flugzeitdetektoren zuordnen. Über ihren Impuls, die Flugstrecke und die Flugzeit sind die Teilchen nach Gleichung 2.2 anhand des Verhältnisses von Masse m zu Ladungszahl Z identifizierbar. Bedingt durch die endliche Flugzeitauflösung von $\Delta t \approx 400\,\mathrm{ps}$ (FWHM) ist es allerdings bei sehr hohen Teilchengeschwindigkeiten möglich, daß aus der Flugzeit für die Geschwindigkeit ein Wert größer als die Lichtgeschwindigkeit bestimmt wird. Um daraus enstehende Probleme mit imaginären Massen zu vermeiden, dient das Massenquadrat zur Identifikation. Abbildung 2.2 zeigt als Beispiel die Massenverteilung positiv geladener Pionen bei $\theta_{Lab} = 40°$ im Impulsintervall $\Delta p_{Lab} =$ 0,156–0,296 MeV ($B_{Dipol} = 0,35\,\mathrm{T}$). Das Zählen der Pionen erfolgt in Laborimpulsintervallen konstanter Breite $\Delta p_{Lab} = 20\,\mathrm{MeV}$.

Pionen sind instabil und zerfallen zu mehr als 99% in ein Myon und ein Neutrino. Wegen der kleinen Neutrinomasse trägt das Myon fast den gesamten Impuls des zerfallenden Pions und seine Flugbahn weicht nur wenig von der ursprünglichen ab. Aus im Spektrometer stattfindenden Zerfällen entstandene Myonen sind im Bereich der Pionenmasse neben dem Pionensignals zu etwas geringeren Massen verschoben sichtbar. Diese Myonen, die alle aus dem Zerfall von Pionen stammen und vor allem bei niedrigen Pionenimpulsen d.h. langen Flugzeiten entstehen, werden als Pionen gezählt. Der akzeptierte Massenbereich ist $0,005\,\mathrm{GeV} < m^2/Z^2 < 0,04\,\mathrm{GeV}$, dadurch werden Elektronen bzw. Positronen ($m_0 = 0,511\,\mathrm{MeV}$) abgeschnitten.

Der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich mit Normierung auf die

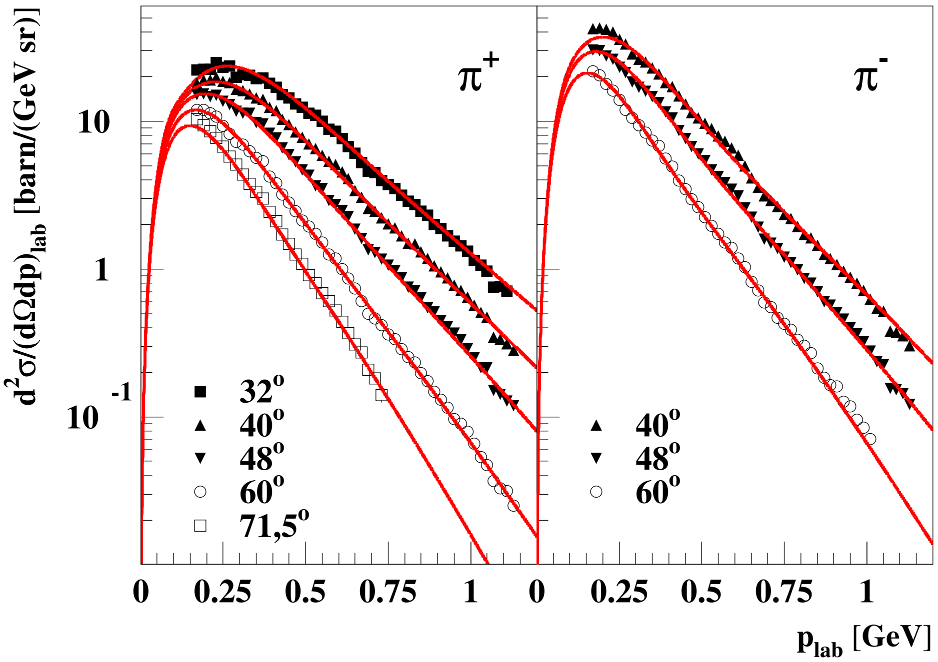

Abbildung 2.3: Doppeltdifferentielle Wirkungsquerschnitte im Laborsystem für π^+- (links) und π^--Produktion (rechts). Gezeigt sind die statistischen Fehler. Die miteingezeichneten Anpassungen erläutert Kapitel 3.2.1.

Zahl der Strahlteilchen N_{Strahl}, Effizienzkorrektur ϵ und Akzeptanzkorrektur f_{Akz} sowie Berücksichtigung der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target zu

$$\frac{d^2\sigma}{dp_{Lab}d\Omega_{Lab}} = \frac{M_T}{N_A d_T \rho_T} \frac{1}{N_{Strahl}} \frac{1}{\epsilon} \frac{N_\pi(p_{Lab}, \Omega_{Lab})}{f_{Akz}(p_{Lab}, \Omega_{Lab})} \ . \tag{2.3}$$

Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target hängt ab von seiner Dicke d_T, seiner Molmasse M_T und der Avogadrozahl N_A. Das verwandte Au-Target ist 0,5 mm dick. Die Molmasse von Gold beträgt 197 g/mol, seine Dichte 19,32 g/cm^3. Damit beträgt die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der Projektile im Target etwa 2%. Die Zahl der Strahlteilchen N_{Strahl} ergibt sich aus dem Mittel der Zählrate der beiden geeichten Intensitätsmonitore. Die mittlere Strahlintensität betrug etwa $6 \cdot 10^7$ Teilchen pro Puls bei einer Pulslänge von ca. 7 s. Die Spektrometerakzeptanz $f_{Akz}(p_{Lab}, \Omega_{Lab})$ ist das Ergebnis einer Simulationsrechnung mit GEANT. Sie enthält auch einen Korrekturfaktor für den Anteil der Pionen, die noch im Spektrometer zerfallen.

Der Effizienzkorrekturfaktor ϵ setzt sich zusammen aus der Effizienz der Drahtkammern, der Triggereffizienz, der Effizienz der Spurrekonstruktion und der Totzeit des Datenaufnahmesystems. Die Effizienz der ersten Drahtkammer wird wie in [23] beschrieben durch Vergleich mit dem Flugzeitstartdetektor bestimmt, die Effizienzen der beiden hinteren Kammern durch Vergleich untereinander. Diese Effizienzen betragen gemittelt über die verwandten Daten

$$\epsilon_1 = (96,0 \pm 0,9)\%,$$
$$\epsilon_2 = (99,5 \pm 0,3)\%,$$
$$\epsilon_3 = (97,5 \pm 0,8)\%.$$

Die Fehler geben die Schwankungen der Effizienzen über den gesamten Datensatz an. Der absolute Fehler bei der Bestimmung der Einzeleffizienzen beträgt 0,2–0,4%.

Für Pionen wird die Triggereffizienz zu $\epsilon_{Trig} = 1$ angenommen. Beim zusätzlichen Einsatz des Čerenkovtriggers bei $B_{Dipol} = 1,4\,\mathrm{T}$ verringert dieser Wert sich geringfügig. Er wurde in [23] zu $\epsilon_{Trig} = (98,7 \pm 0,3)\%$ bestimmt. Die Totzeit der Datenaufnahme ergibt eine mittlere Effizienzkorrektur von $\epsilon_{tot} = (1 - t_{tot}) = 54,1\%$. Die Effizienz der Spurrekonstruktion liegt bei $\epsilon_{Spur} = 93,8\%$.

Nach Normierung und Korrektur liegen für jedes Spektrum die bei unterschiedlichen Magnetfeldeinstellungen gemessenen Laborimpulsabschnitte vor. Durch fehlergewichtete Addition enstehen daraus die Spektren als Funktion des Laborimpulses p_{Lab} in Abbildung 2.3. Sie beinhalten die statistischen Fehler der Teilchenzählrate und der Akzeptanzsimulation. Eine detaillierte Fehleranalyse in [18] schätzt den systematischen Fehler des derart ermittelten doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnittes aus den Fehlern der Strahlnormierung, der Effizienzbestimmung, der Spurrekonstruktion und der Akzeptanzsimulation für Pionen auf ca. 9%.

Kapitel 3

Experimentelle Ergebnisse

3.1 Die Impulsverteilungen der Pionen

3.1.1 Transformation ins Schwerpunktssystem

Der Energie-Impulsvektor $(E, \vec{p})$ eines Teilchens läßt sich durch eine Lorentztransformation

$$\begin{pmatrix} E \\ p_{\|} \\ p_{\perp} \end{pmatrix}_{cm} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_{\|} \\ p_{\perp} \end{pmatrix}_{Lab} \tag{3.1}$$

aus dem Laborsystem (Lab) in das sich mit der Geschwindigkeit β bewegende Schwerpunktssystem (cm) transformieren ($\gamma = \sqrt{1-\beta^2}^{-1}$). Dabei ist $p_{\|}$ die Komponente des Impulsvektors in Strahlrichtung, $p_{\perp}$ die dazu senkrechte, lorentzinvariante Komponente. Die Transformation der Laborimpulsspektren der Abbildung 2.3 geht davon aus, daß die Pionenemission in einem massensymmetrischen System wie Au+Au im Nukleon-Nukleon-Schwerpunktssystem erfolgt.

Der lorentzinvariante Wirkungsquerschnitt σ_{inv} ist gegeben durch

$$\sigma_{inv} = E_{cm} \left(\frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{cm} = E_{Lab} \left(\frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{Lab} = \frac{E_{Lab}}{p_{Lab}^2} \left(\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega} \right)_{Lab} . \tag{3.2}$$

Die Umrechnung beruht auf der Lorentzinvarianz des Phasenraumelements $\frac{d^3p}{E}$. Damit ergibt sich die Transformation der Laborimpulsverteilungen in das Schwerpunktssystem zu

$$\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{cm} = \frac{E_{Lab}}{E_{cm}} \left(\frac{d^3\sigma}{dp^3} \right)_{Lab} = \frac{E_{Lab}}{E_{cm} p_{Lab}^2} \left(\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega} \right)_{Lab} . \tag{3.3}$$

3.1.2 Integrale Wirkungsquerschnitte

Wie auch bei anderen Strahlenergien und Systemen [23, 24, 25] zeigen die Pionenverteilungen deutliche Abweichungen von einer Exponentialfunktion. Zur Anpassung der spektralen Verteilungen dient daher die Summe zweier Boltzmannverteilungen

$$\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{cm} = \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right). \quad (3.4)$$

Diese Parametrisierung soll lediglich den Verlauf der Verteilungen beschreiben und die Extrapolation über den gemessenen Energiebereich hinaus sowie die Integration ermöglichen. Den Parametern wird keine physikalische Bedeutung etwa im Rahmen einer thermodynamischen Interpretation zugeschrieben. Die Abbildungen 3.1 und 3.2 zeigen die transformierten Verteilungen als Funktion der kinetischen Teilchenenergie im Schwerpunktssystem. Die durchgezogenen Linien stellen die Anpassung nach Gleichung 3.4 dar, die durchbrochenen Linien sind an den hochenergetischen Teil ($E_{cm}^{kin} > 0,4$,GeV) angepaßte einzelne Exponentialfunktionen. Der Vergleich verdeutlicht die konkave Form der Spektren.

Ein Problem der Anpassung, die mit dem Programmpaket MINUIT [26] durchgeführt wird, ist die Ermittlung sinnvoller Startwerte für die vier Parameter. Sie erfolgt daher schrittweise. Erster Schritt ist das separate Anpassen einer einzelnen Exponentialfunktion an den hochenergetischen Teil der Verteilung. Danach wird die gesamte Verteilung mit der Summe zweier Exponentialfunktionen beschrieben, wobei die für den hochenergetischen Teil bestimmten Werte festgehalten werden. Die so ermittelten Werte dienen als Startwerte für das Fitten mit vier freien Parametern.

Die Bestimmung der integralen Wirkungsquerschnitte aus dieser Anpassung basiert auf der Annahme isotroper Teilchenemission im Schwerpunktssystem. Die Parametrisierung dient zur Extrapolation des doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnittes über den gemessenen Impuls- und Winkelbereich hinaus. Aus den Gleichungen 3.2 und 3.4 ergibt sich für die durchzuführende Integration, die numerisch mit einer Simpson-Prozedur erfolgt,

$$\begin{aligned} \sigma &= 4\pi \int_0^\infty \frac{E_{cm}}{E_{Lab}} p_{Lab}^2 \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right) dp_{Lab} \\ &= 4\pi \int_0^\infty p_{cm}^2 \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right) dp_{cm} \; . \end{aligned} \quad (3.5)$$

Der Fehler des integrierten Wertes berechnet sich aus den Fehlern der einzelnen Parameter und den Korrelationen zwischen den Parametern. Tabelle 3.1 zeigt als Beispiel die Korrelationsmatrix der Anpassung an das π^+-Spektrum bei $\theta_{Lab} = 48°$.

Für alle gemessenen Verteilungen sind sowohl die derart integrierten Querschnitte als auch die Ergebnisse der Fitprozedur in Tabelle 3.2 angegeben. Die inversen Steigungsparameter zeigen ein unstetiges Verhalten und schwanken um bis zu 10 MeV für die verschiedenen Laborwinkeleinstellungen. Die für 48° ermittelten Werte $T_1 = 96,1 \pm 1,4$ MeV, $T_2 = 52,4 \pm 1,1$ MeV stimmen trotz des etwas kleineren Meß- und Anpassungsbereichs und der stark korrelierten Parameter innerhalb der Fehlergrenzen mit den in einem früheren Experiment [22] gemessenen überein. Bei gleicher Strahlenergie betrugen dort die Werte der inversen Steigungsparameter $T_1 = 94,9 \pm 0,3$ MeV und $T_2 = 51,8 \pm 0,4$ MeV.

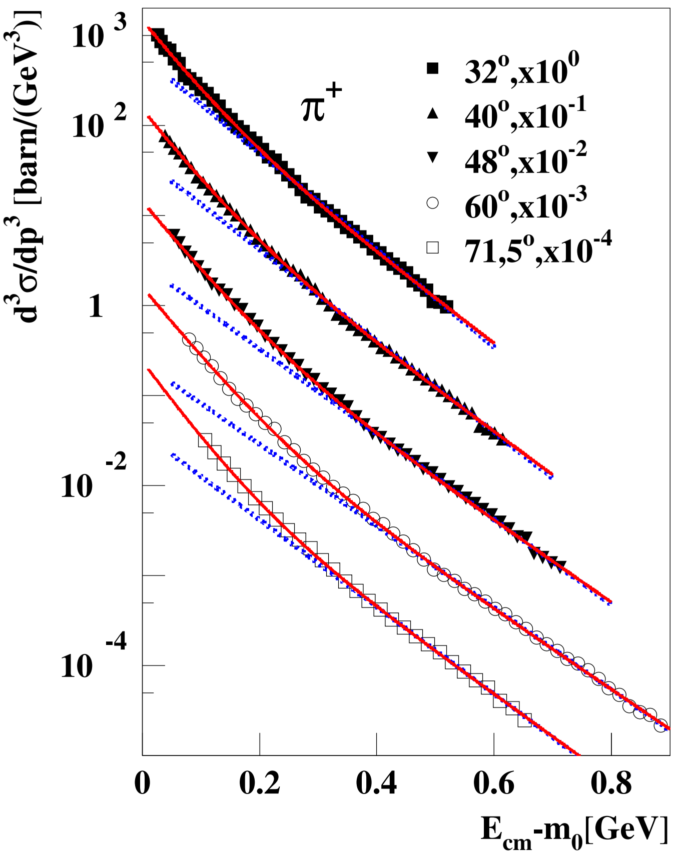

Abbildung 3.1: Differentielle π^+-Wirkungsquerschnitte $\frac{d^3\sigma}{dp^3}$ im Schwerpunktssystem für Au+Au bei 1,5 AGeV für jeden Laborwinkel mit dem angegebenen Faktor skaliert. Als durchgezogene Linien sind Zwei-Boltzmann-Anpassungen eingezeichnet, als durchbrochene Linien Ein-Boltzmann-Anpassungen an den hochenergetischen Teil der Spektren mit $E_{cm}^{kin} > 0,4$,GeV.

	C_1	T_1	C_2	T_2
C_1	1,00	-0,99	0,67	-0,86
T_1	-0,99	1,00	-0,62	0,81
C_2	0,67	-0,62	1,00	-0,94
T_2	-0,86	0,81	-0,94	1,00

Tabelle 3.1: Die Korrelationskoeffizienten für die Zwei-Boltzmann-Anpassung nach Gleichung 3.4 an die differentiellen Wirkungsquerschnitte positiv geladener Pionen bei $\theta_{Lab} = 48°$.

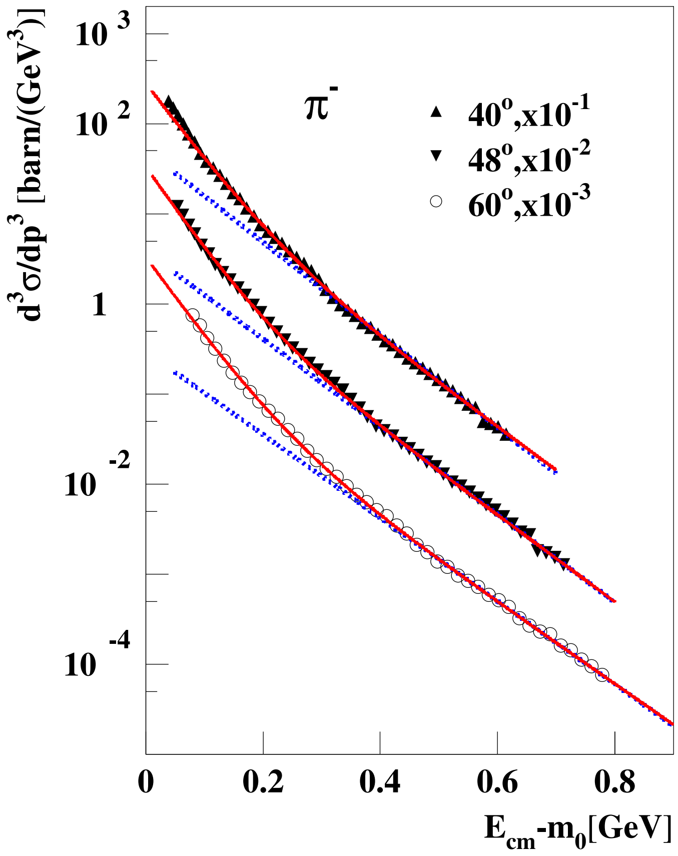

Abbildung 3.2: Differentielle π^--Wirkungsquerschnitte $\frac{d^3\sigma}{dp^3}$ im Schwerpunktssystem für Au+Au bei 1,5 AGeV . Die bei unterschiedlichen Laborwinkeln gemessenen Spektren werden mit den angegeben Faktoren skaliert. Als durchgezogene Linien sind Zwei-Boltzmann-Anpassungen eingezeichnet, als durchbrochene Linien Ein-Boltzmann-Anpassungen an den hochenergetischen Teil der Spektren mit $E_{cm}^{kin} > 0,4$,GeV.

Die unter Annahme von Isotropie integrierten Wirkungsquerschnitte variieren um bis zu 26%. Eine mögliche Ursache dieses Verhaltens wäre anisotrope Emission im Schwerpunktssystem, statt der zur Integration angenommenen polaren Isotropie. Eine polare Winkelverteilung würde eine Variation des Wirkungsquerschnittes bewirken, da bei gleichem Laborwinkel gemessene Pionen abhängig von ihrem Impuls unter verschiedenen Polarwinkeln im Schwerpunktssystem emittiert werden.

3.2 Polare Winkelverteilungen

Für jeden bei bekanntem Laborwinkel θ_{Lab} und Laborimpuls p_{Lab} gemessenen Datenpunkt ergibt sich der zugehörige Winkel im Schwerpunktssystem θ_{cm} aus einer Lorentztransformation nach Gleichung 3.1 zu

π^+	C_1 [barn/(GeV^3)]	C_2 [barn/(GeV^3)]	T_1 [MeV]	T_2 [MeV]	σ_{iso} [barn]
32°	1678 ± 188	19574 ± 1744	87,9 ± 1,3	48,9 ± 1,3	35,7 ± 0,5
40°	1291 ± 143	20430 ± 1394	91,2 ± 1,4	49,6 ± 1,0	35,7 ± 0,4
48°	878 ± 98	17590 ± 1419	96,1 ± 1,4	52,4 ± 1,1	35,1 ± 0,5
60°	769 ± 85	20072 ± 1662	98,2 ± 1,3	52,6 ± 1,1	38,2 ± 0,7
71,5°	1413 ± 159	41101 ± 9158	92,5 ± 1,4	46,8 ± 1,9	48,4 ± 1,9
π^-	C_1 [barn/(GeV^3)]	C_2 [barn/(GeV^3)]	T_1 [MeV]	T_2 [MeV]	σ_{iso}[barn]
40°	2294 ± 219	102119 ± 11372	85,9 ± 1,1	41,3 ± 1,0	62,0 ± 1,0
48°	1603 ± 151	68565 ± 7507	90,4 ± 1,0	44,5 ± 1,0	57,9 ± 1,1
60°	1104 ± 131	59479 ± 5570	95,7 ± 1,5	47,0 ± 0,9	60,6± 1,2

Tabelle 3.2: Anpassungsparameter aller π^+- und π^--Spektren und daraus unter Annahme von Isotropie integrierte Wirkungsquerschitte. Angegeben sind statistische Fehler.

$$\theta_{cm} = \arccos\left(\frac{\gamma\left(p_{Lab}\cos\theta_{Lab} - \beta\sqrt{p_{Lab}^2 + m_\pi^2}\right)}{\sqrt{\gamma^2\left(\sqrt{p_{Lab}^2 + m_\pi^2} - \beta p_{Lab}\cos\theta_{Lab}\right)^2 - m_\pi^2}}\right) . \tag{3.6}$$

Tabelle 2.1 enthält die abgedeckten Winkelbereiche im Schwerpunktssystem für die gemessenen Magnetfeldeinstellungen für $\theta_{Lab} = 48°$. Relativ zur Breite des Impulsbereichs Δp_{Lab} ist der Emissionswinkelbereich $\Delta\theta_{cm}$ bei kleineren Impulsen größer. Daher würde eine anisotrope Winkelverteilung Teilchen mit niedrigen Impulse mehr beeinflussen als solche mit höheren Impulsen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ läßt sich umschreiben zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{\sin\theta d\theta d\phi} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta d\phi} . \tag{3.7}$$

Zur Beschreibung der polaren Anisotropie ist damit $\cos\theta$ die geeignete Variable. Die Messung bei festem Laborwinkel integriert über den Azimutalwinkel ϕ. Für massensymmetrische Systeme muß eine Parametrisierung symmetrisch um $\theta_{cm} = 90°$ sein, darf also nur geradzahlige Potenzen von $\cos\theta$ enthalten. Eine gebräuchliche Form [22, 23, 27] ist

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = C \cdot (1 + a_2\cos^2\theta) . \tag{3.8}$$

Stärke und Vorzugsrichtung der Anisotropie werden durch den Anisotropieparameter a_2 beschrieben. Ein positiver Wert von a_2 bedeutet eine Vorwärts-Rückwärtsüberhöhung der Emission, bei der Teilchen bevorzugt um $\theta_{cm} = 0°$ und $\theta_{cm} = 180°$ emittiert werden. Ein negativer Wert zeigt eine Überhöhung bei $\theta_{cm} = 90°$ an.

Unter der Annahme, daß Energie- und Winkelabhängigkeit separierbar sind, verändert sich bei Berücksichtigung einer Anisotropie dieser Form Gleichung 3.4 zu

$$\left(\frac{d^3\sigma}{dp^3}\right)_{cm} = (1 + a_2 \cos^2\theta_{cm}) \cdot \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right) . \tag{3.9}$$

3.2.1 Bestimmung des Anisotropieparameters

Der Anisotropieparameter a_2 läßt sich unter der Annahme, daß er impulsunabhängig ist, durch simultane Anpassung der Funktion 3.9 an alle vorliegenden Spektren bestimmen [22]. Diese Anpassung erfolgt im Laborsystem, die Winkelverteilung und die Summe aus zwei Boltzmannverteilungen werden entsprechend transformiert.

Aus Gleichung 3.9 kann dann ebenso wie in Gleichung 3.5 der totale Wirkungsquerschnitt durch Integration über Impuls und Raumwinkel bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\sigma &= \int_{-1}^{1}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\infty} (1 + a_2\cos^2\theta_{cm}) \cdot p_{cm}^2 \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right) dp_{cm}\, d\phi\, d\cos\theta_{cm} \\
&= 4\pi\left(1 + \frac{a_2}{3}\right) \int_{0}^{\infty} p_{cm}^2 \sum_{i=1}^{2} C_i \exp\left(-\frac{E_{cm}}{T_i}\right) dp_{cm} \; .
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Gegenüber dem isotropen Fall verändert er sich um den Faktor $\left(1 + \frac{a_2}{3}\right)$.

Bei polar isotroper Emission müßten die invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte für unterschiedliche Emissionswinkel im Schwerpunktssystem gleich sein. Dieser Zusammenhang ermöglicht eine zweite Methode der Bestimmung von a_2 im folgenden „Divisionsmethode“ genannt. Da die Winkelverteilung bei einer massensymmetrischen Reaktion wie Au+Au symmetrisch um $\theta_{cm} = 90°$ sein muß, kann man die Anisotropie durch die Abweichung vom invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitt bei $\theta_{cm} = 90°$ quantifizieren. Um diesen Vergleich durchzuführen, werden für alle Laborwinkeleinstellungen die Datenpunkte ausgewählt, die im Winkelbereich $82,5° < \theta_{cm} < 97,5°$ liegen, und zu einem Spektrum zusammengefaßt, an das eine Zweiboltzmannfunktion angepaßt wird. Alle invarianten Wirkungsquerschnitte werden nun durch den Wert der Fitfunktion bei der zugehörigen kinetischen Energie dividiert. In dieser Auftragung sollten die Datenpunkte der Parabelform nach Gleichung 3.8 folgen.

Eine dritte Methode der Ermittlung des Anisotropieparameters ist die sogenannte Energieschnittmethode. Der differentielle Wirkungsquerschnitt jedes gemessenen Laborwinkels bei einer Schwerpunktsenergie folgt wie in Abbildung 3.3 aufgetragen gegen den Kosinus des zugehörigen Schwerpunktswinkels θ_{cm} der Parabelform nach Gleichung 3.8. Der Winkel θ_{cm} hängt vom Laborwinkel und dem Laborimpuls ab, Pionen gleicher Energie sind daher unter verschiedenem Schwerpunktswinkel emittiert worden. Da nicht in allen Spektren Messpunkte bei der gleichen Energie vorliegen, wird hierfür bei fester Schwerpunktstenergie E_{cm} die Zwei-Boltzmann-Anpassung an alle Spektren ausgewertet.

Mit dieser Methode ermittelte a_2-Werte sind allerdings nicht vergleichbar mit den Ergebnissen der bisher beschriebenen Verfahren, die über den gesamten Energiebereich oder einen Teilbereich gemittelte Werte liefern. Mit dem Energieschnittverfahren wird a_2 dagegen nur bei einer Schwerpunktsenergie betrachtet. Damit ließe sich prinzipiell durch Auswählen verschiedener Schnittenergien die Energieabhängigkeit des Anisotropieparameters ermitteln.

simuliertes a_2	a_2 aus simultaner Anpassung	a_2 aus Divisionsmethode
0.0	0,00 $\pm$ 0,01	0,00 $\pm$ 0,01
0.4	0,38 $\pm$ 0,02	0,39 $\pm$ 0,02
0.7	0,67 $\pm$ 0,02	0,69 $\pm$ 0,02

Tabelle 3.3: Mit beiden Verfahren aus Monte-Carlo-Simulationen ermittelte Werte von a_2.

3.2.2 Test der Methoden mit Monte-Carlo-Simulationen

Zum Testen dieser Methoden zur Extraktion einer Winkelverteilung dienen Monte-Carlo-Simulationsrechnungen. Damit soll geprüft werden, ob diese Methoden imstande sind, eine bekannte Anisotropie nach Gleichung 3.8 wiederzugeben. Die Anwendbarkeit des zugrundeliegenden Modells wird damit nicht getestet.

Jedes Teilchen erhält dabei einen zufälligen Impuls p_{cm} und Emissionswinkel θ_{cm} im Schwerpunktssystem. Die Impulsverteilung folgt der Zwei-Boltzmann-Parametrisierung

$$\frac{dN}{dp_{cm}} = \sum_{i=1}^{2} p_{cm}^2 C_i \exp\left(-\frac{\sqrt{p_{cm}^2 + m_\pi^2}}{T_i}\right), \tag{3.11}$$

die Winkelverteilung der Parametrisierung

$$\frac{dN}{d\cos\theta_{cm}} = 1 + a_2 \cos^2\theta_{cm} \ . \tag{3.12}$$

$T_1 = 90,0\,\text{MeV}$ und $T_2 = 50,0\,\text{MeV}$ sind die verwandten Werte der inversen Steigungsparameter. Der Anisotropieparameter wird wieder als impulsunabhängig angenommen. Betrachtet wird die isotrope Emission mit a_2=0 sowie a_2=0,4 und a_2=0,7.

Nach Transformation der gewürfelten Impulse ins Laborsystem erfolgt das Füllen von Spektren unter Berücksichtigung der Winkelakzeptanz des Spektrometers von $\Delta\theta_{Lab} = \pm 4°$. Diese simulierten Spektren werden auf den von den Meßdaten abgedeckten Impulsbereich eingeschränkt und in den gleichen Laborimpulsintervallen $\Delta p_{Lab} = 20\,\text{MeV}$ gefüllt.

Das Anpassen einer Zwei-Boltzmann-Funktion an die isotrop simulierten Spektren gibt die verwandten Werte von T_1 und T_2 sehr gut wieder, der integrierte Wirkungsquerschnitt bleibt wie erwartet bei sich änderndem Laborwinkel konstant. Bei Simulation einer Anisotropie ($a_2 \neq 0$) und darauffolgender Anpassung ohne diese zu berücksichtigen ($a_2 = 0$), ergeben sich Abweichungen der gleichen Größenordnung wie zuvor für die Daten, nämlich bis $\pm 5\,\text{MeV}$ für die inversen Steigungsparameter und um bis zu 25% variierende Werte für den Wirkungsquerschnitt σ.

Die Ermittlung des Wertes von a_2 erfolgt mit den gleichen Routinen wie sie später zur Analyse der Daten benutzt werden. Sowohl die Ausgangswerte von a_2 als auch die mit den verschiedenen Methoden aus simulierten Spektren ermittelten Werte sind in Tabelle 3.3 angegeben. Beide Verfahren geben die simulierten a_2-Werte gut wieder. Eine Einschränkung des für die Division durch das 90°-Referenzspektrum verwandten Energiebereichs führt im Rahmen des Fehlers nicht zu Änderungen des a_2-Wertes.

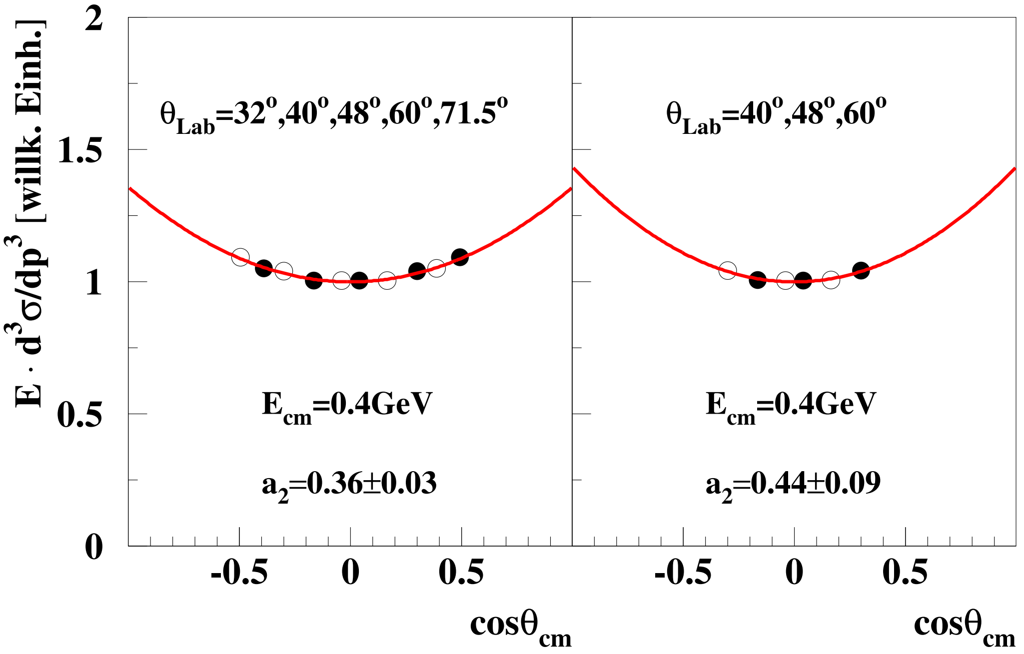

Abbildung 3.3: Extraktion einer parabelförmig simulierten Winkelverteilung mit $a_2 = 0,4$ aus fünf (links) bzw. drei (rechts) Laborwinkelspektren mit der Energieschnittmethode. Eingezeichnet sind statistische Fehler.

Tabelle 3.4 zeigt die mit der Energieschnittmethode aus simulierten Spektren mit konstantem a_2 bei unterschiedlichen Schnittenergien erhaltenen Werte, sowohl unter Ausnutzung von fünf Spektren als auch für nur die drei Spektren, die für negativ geladene Pionen vorliegen. Die Werte schwanken stark, sowohl mit der Energie als auch abhängig von der Zahl der zur Anpassung verwandten Winkel. Ein Problem ist, daß schon eine geringe Abweichung eines Punktes die Anpassung der zweiparametrigen Funktion an nur drei oder fünf Werte stark beeinflussen kann. Das Verfahren nutzt nicht den gesamten zur Verfügung stehenden Energiebereich aus und reagiert sehr sensibel auf statistische Schwankungen. Dazu kommt, bei Meßdaten ausgeprägter als in der Simulation, daß die an das Spektrum angepaßte Funktion 3.8 dieses nicht an allen Stellen gleich gut beschreibt. Solche Abweichungen suggerieren bereits in der Simulation eine nicht vorhandene Energieabhängigkeit von a_2. Die Methode wurde daher nicht auf die Daten angewandt.

3.2.3 Anwendung auf Daten

Das Ergebnis der fünfparametrigen Simultananpassung an alle Spektren nach Gleichung 3.9 ist in Abbildung 2.3 als Funktion des Laborimpulses miteingezeichnet, alle Parameterwerte sind in Tabelle 3.5 angegeben. Die π^+ zeigen mit $a_2 = 0,68 \pm 0,04$ eine stärkere Vorwärts-Rückwärtsüberhöhung als die π^- mit $a_2 = 0,42 \pm 0,08$.

Das Ergebnis der Integration unter Berücksichtigung der Anisotropie ist $\sigma = (42,4 \pm 0,5)$ barn für π^+ und $\sigma = (66,9 \pm 1,6)$ barn für π^- , diese Werte liegen im Mittel ca. 15%

$\theta_{Lab} = 32°, 40°, 48°, 60°, 71,5°$			
simuliertes a_2	$E_{cm} = 0,3\,\text{GeV}$	$E_{cm} = 0,4\,\text{GeV}$	$E_{cm} = 0,5\,\text{GeV}$
0.0	0,00 ± 0,02	-0,03 ± 0,03	-0,04 ± 0,03
0.4	0,41 ± 0,03	0,36 ± 0,03	0,31 ± 0,04
0.7	0,72 ± 0,03	0,70 ± 0,03	0,64 ± 0,04
$\theta_{Lab} = 40°, 48°, 60°$			
simuliertes a_2	$E_{cm} = 0,3\,\text{GeV}$	$E_{cm} = 0,4\,\text{GeV}$	$E_{cm} = 0,5\,\text{GeV}$
0.0	0,00 ± 0,05	-0,02 ± 0,08	0,02 ± 0,12
0.4	0,44 ± 0,06	0,44 ± 0,09	0,44 ± 0,04
0.7	0,71 ± 0,06	0,75 ± 0,10	0,83 ± 0,14

Tabelle 3.4: Resultate der Energieschnittmethode bei Anwendung auf verschiedene Simulationen mit parabelförmiger Winkelverteilung und verschiedene Laborwinkelbereiche.

	C_1 [barn/(GeV^3)]	C_2 [barn/(GeV^3)]	T_1 [MeV]	T_2 [MeV]	a_2
π^+	769 ± 38	16448 ± 571	97,5 ± 0,6	53,4 ± 0,5	0,68 ± 0,04
π^-	1488 ± 86	69489 ± 3201	91,3 ± 0,7	44,7 ± 0,5	0,42 ± 0,09

Tabelle 3.5: Ergebnisse der Simultananpassungen nach Gleichung 3.9 an alle Impulsverteilungen.

höher als bei Integration unter Annahme von Isotropie. Der Fehler der Integration berechnet sich aus den Fitfehlern der Parameter unter Berücksichtigung ihrer Korrelationen, der systematische Fehler ist dabei nicht berücksichtigt. Bei A. Wagner [23] beträgt der Einfluß der Polarwinkelverteilung auf den integrierten Wirkungsquerschnitt ca. 10%, bei C. Sturm [22] sind für π^+ aus den Systemen Au+Au und C+C bei Strahlenergien zwischen 1,0 AGeV und 2,0 AGeV um gleichfalls bis zu ca. 10% veränderte Werte angegeben mit Parametern zwischen $a_2 = -0,2$ (Au+Au, 1,0 AGeV) und $a_2 = 0,3$ (C+C, 1,0 AGeV).

Abbildung 3.4 zeigt die Anwendung der Divisionsmethode auf die π^+- und π^--Spektren. Dadurch, daß relativ zur Breite des Impulsbereichs Δp_{Lab} der Emissionswinkelbereich $\Delta\theta_{cm}$ bei höheren Pionenimpulsen kleiner ist (vgl. Tabelle 2.1), und zusätzlich die statistischen Schwankungen zu höheren Impulsen hin zunehmen, entsteht eine zackenartige Struktur in den Verteilungen. Die aus der Parabelanpassung resultierenden Werte von $a_2 = 0,70 \pm 0,04$ für π^+ und $a_2 = 0,42 \pm 0,08$ für π^- sind in Tabelle 3.6 mit denen der Simultananpassung verglichen. Sie stimmen innerhalb der Fehlergrenzen gut mit diesen überein.

Schränkt man in beiden Verfahren die Phasenraumabdeckung der π^+-Messung auf die Laborwinkel $\theta_{Lab} = 40°, 48°, 60°$, bei denen auch π^- gemessen wurden, ein, ist $a_2 =$

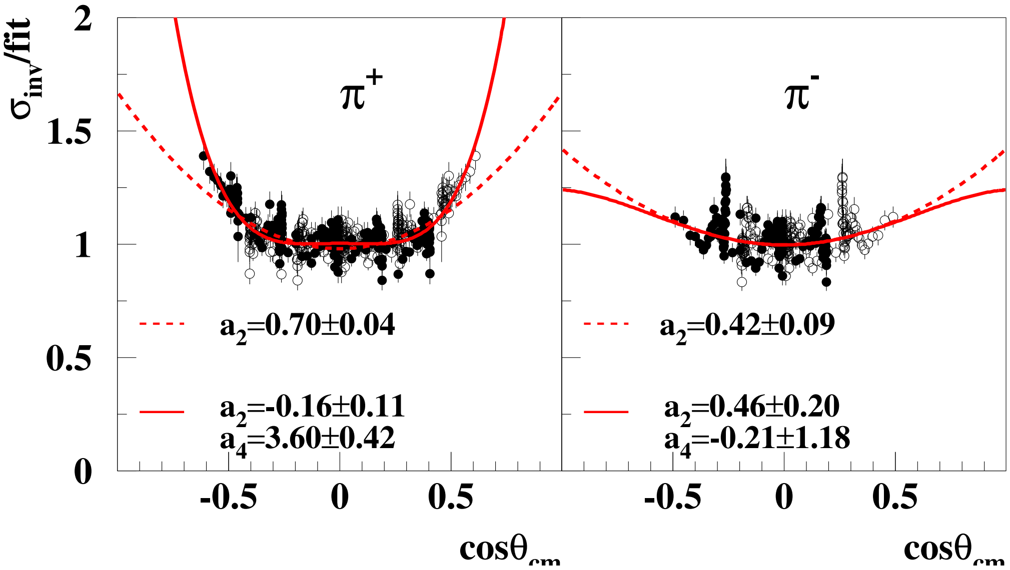

Abbildung 3.4: Polare Winkelverteilung von π^+ (links) und π^- (rechts) mit der Divisionsmethode. Die offenen Symbole sind an $\theta_{cm} = 90°$ gespiegelte Werte. Sie sind in die Anpassungen nach Gleichung 3.8 und Gleichung 3.13 nicht miteinbezogen.

$0,51 \pm 0,09$ für die Simultananpassung und $a_2 = 0,54 \pm 0,09$ für die Divisionsmethode, was im Rahmen der Fehler mit den Werten für π^- übereinstimmt. Die Unterschiede in der Winkelverteilung für π^- und π^+ scheinen damit zum Teil im unterschiedlichen Meßbereich begründet zu sein.

Dieses Ergebnis kann aber auch auf einen energieabhängigen Anisotropieparameter hindeuten, da wegen des unterschiedlichen Energiebereichs, den die Spektren bei festem Laborwinkel abdecken, eine Änderung des Winkelbereichs auch eine Änderung des Energiebereichs bedeutet. Eine Parabelanpassung nur der Teilchen mit Schwerpunktsenergie $E_{cm} < 0,3\,\mathrm{GeV}$, mit $E_{cm} < 0,4\,\mathrm{GeV}$ und nur derer mit $E_{cm} < 0,7\,\mathrm{GeV}$ liefert für beide Teilchenarten andere Werte als die Anpassung an die Gesamtverteilung. Sie sind in Tabelle 3.7 angegeben. Für π^+ nimmt a_2 bei Einschränkung auf niedrige Teilchenenergien zu, für π^- nimmt der Wert zuerst ab, für die niedrigsten Teilchenergien dann wieder zu. Allerdings nehmen mit der Einschränkung des Energieintervalls die Fehler des Parameters stark zu. Das Ergebnis der schrittweisen Ausweitung des Energiebereichs läßt eine Energieabhängigkeit der Anisotropie vermuten, ist wegen der großen relativen Fehler (ca 5–30%) aber auch mit einem konstanten a_2 verträglich. Da die Statistik ebenso wie der abgedeckte Winkelbereich zu höheren Pionenenergien hin abnimmt, ist eine Beschränkung der Anpassung auf hochenergetische Teilchen nicht sinnvoll und nicht zuverlässig. Die Änderung von a_2 mit der Pionenenergie läßt sich mit dieser Methode daher nicht quantifizieren.

Da die Parabelanpassung in Abbildung 3.4 die Verteilung der Datenpunkte im Bereich

a_2	simultane Anpassung	Divisionsmethode
π^+ (5 Winkel)	0,68 ± 0,04	0,70 ± 0,04
π^+ (3 Winkel)	0,51 ± 0,09	0,54 ± 0,09
π^- (3 Winkel)	0,42 ± 0,09	0,42 ± 0,08

Tabelle 3.6: Mit zwei verschiedenen Methoden ermittelte Werte des Anisotropieparameters a_2.

E_{cm}	gesamt	$< 0{,}7\,\mathrm{GeV}$	$< 0{,}4\,\mathrm{GeV}$	$< 0{,}3\,\mathrm{GeV}$
π^+	0,70 ± 0,04	0,71 ± 0,04	0,79 ± 0,06	0,86 ± 0,09
π^-	0,42 ± 0,08	0,38 ± 0,09	0,33 ± 0,10	0,50 ± 0,13

Tabelle 3.7: Entwicklung des Anisotropieparamters bei Einschränkung des zur Anpassung verwandten Energiebereichs.

$|\cos\theta_{cm}| > 0,4$ nicht mehr gut beschreibt, erfolgt eine Erweiterung der Anpassungsfunktion um die nächste geradzahlige Potenz zu

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = C \cdot (1 + a_2\cos^2\theta + a_4\cos^4\theta)\ . \tag{3.13}$$

Die Anpassung dieser Form ist für die Divisionsmethode in Abbildung 3.4 miteingezeichnet. Die resultierenden Parametern sind für die beiden verwandten Verfahren in Tabelle 3.8 angegeben.

Im Falle positiv geladener Pionen bewirkt der zusätzliche Term eine bessere Beschreibung der Anisotropie, die χ^2-Werte der Anpassungen verbessern sich um ca. 20%. Die Winkelverteilung für π^+ ist im Bereich $-0,4 < \cos\theta_{cm} < +0,4$ entsprechend $65° < \theta_{cm} < 155°$ nahezu flach, um außerhalb dieses Bereichs stark anzusteigen. Diese Form stimmt mit den Ergebnissen der FOPI-Kollaboration für die Winkelverteilung positiv geladener Pionen aus Au+Au-Stößen bei 1 AGeV überein [28]. Allerdings ist bei einem solchen Vergleich zu berücksichtigen, daß es mit dem FOPI-Detektor möglich ist, eine Integration über den Impuls durchzuführen und $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ zu ermitteln, während hier der invariante Wirkungsquerschnitt betrachtet wird, und Winkel und Energieanteil der Verteilung als separierbar angenommen werden. Für negativ geladene Pionen unterscheiden sich die angepaßten Funktionen im von den Datenpunkten abgedeckten Bereich nicht. Der Wert $a_2 = 0,46 \pm 0,20$ ist kaum verschieden von dem Ergebnis der Parabelanpassung mit dem Resultat $a_2 = 0,68 \pm 0,04$, der Parameter a_4 wirkt sich erst bei Winkeln nahe $\theta_{cm} = 0°$ bzw. $\theta_{cm} = 180°$ aus, wo keine Daten vorliegen.

Die Simultananpassung ergibt für π^+ mit den Ergebnisen der Divisionsmethode übereinstimmende Parameterwerte. Für π^- unterscheidet sich der Wert von a_4 deutlich vom Ergebnis der Divisionsmethode, allerdings bei relativen Fehlern von über 100%. Innerhalb dieser Fehlergrenzen sind beide Werte mit 0 verträglich. Die Winkelabdeckung der Daten ist zur Bestimmung von a_4 nicht ausreichend. Die mit den beiden Verfahren erhaltenene

Simultananpassung	a_2	a_4
π^+	-0,19 ± 0,10	3,67 ± 0,38
π^-	0,31 ± 0,20	0,56 ± 1,19
Divisionsmethode	a_2	a_4
π^+	-0,16 ± 0,11	3,60 ± 0,42
π^-	0,46 ± 0,20	-0,21 ± 1,18

Tabelle 3.8: Ergebnis der Anpassung des differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ mit zwei Anisotropieparametern a_2 und a_4.

a_2-Werte stimmen innerhalb der Fehlergrenzen überein. Für π^+ gilt dies auch für a_4.

In beiden Verfahren nehmen die aus den statistischen Fehlern der Datenpunkte resultierenden Anpassungsfehler mit der Einführung des weiteren Parameters stark zu. Im Falle der π^+, mit Daten aus fünf Laborwinkeleinstellungen, ergibt sich ein sehr hoher Wert für a_4, während eine fast isotrope Emission bei Winkeln nahe $\theta_{cm} = 90°$ vorliegt. Für π^- ist, da nur Messungen bei drei Laborwinkeleinstellungen vorliegen, eine Bestimmung von a_4 nicht möglich.

3.3 Zentralitätsabhängigkeit

3.3.1 Einteilung in Zentralitätsklassen

Zur Einteilung der Ereignisse in verschiedene Zentralitätsklassen dient die Information des Großwinkelhodoskops. Der Detektor deckt mit 84 Modulen den Laborwinkelbereich $12° < \theta_{Lab} < 48°$ ab. Nach [17] ist die Multiplizität M_T geladener Teilchen im Hodoskop korreliert mit der Anzahl A_{Part} an der Reaktion beteiligter Nukleonen, sogenannter Partizipanten und ist damit ein Maß für die Zentralität der Kollision.

Die Verteilung aller Ereignisse, bei denen mindestens zwei Module des Großwinkelhodoskops von einem geladenen Teilchen getroffen wurde, wird in Multiplizitätsbereiche untergeteilt, die jeweils einer Zentralitätsklasse entsprechen. Diese Einteilung erfolgt über den Anteil am gesamten Reaktionswirkungsquerschnitt, der nach dem in [23] beschriebenen Verfahren bestimmt wird. Dabei werden die differentiellen Reaktionswirkungsquerschnitte $d\sigma_{Reakt}/dM_T$ (mit der Strahlintensität und der Wechselwirkungswahrscheinlichkeit im Target normierte Multiplizitätsverteilung im Großwinkelhodoskop) beginnend bei zentralen Reaktionen mit maximaler Multiplizität M_T zum totalen Reaktionswirkungsquerschnitt σ_{Reakt} aufintegriert

$$\sigma_{Reakt} = \sum_{M_T^{max}}^{M_T} \frac{d\sigma_{Reakt}}{dM_T} \; . \tag{3.14}$$

Abbildung 3.5 zeigt diese Summe als Funktion von M_T in doppelt-logarithmischer Auftragung. Zur Extrapolation auf $M_T = 0$ wird an den Bereich $4 < M_T < 30$ eine Exponentialfunktion angepaßt, die in Abbildung 3.5 miteingezeichnet ist. Diese Extrapolation

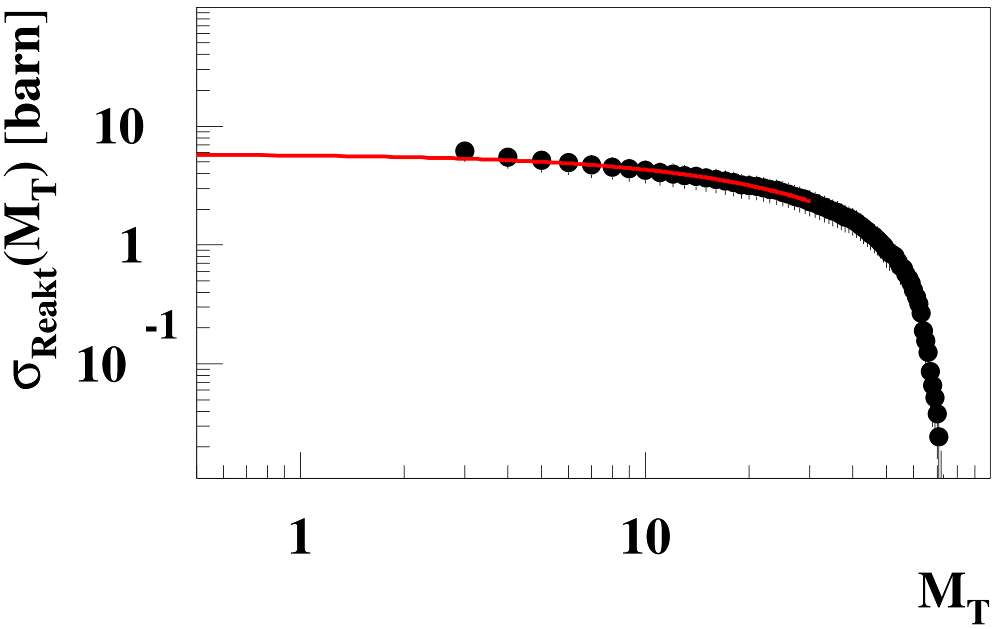

Abbildung 3.5: Der integrierte Reaktionswirkungsquerschnitt als Funktion der Ereignismultiplizität M_T im Großwinkelhodoskop. An den vorderen Teil $4 < M_T < 30$ ist eine Exponentialfunktion angepaßt. Der Reaktionswirkungsquerschnitt σ_{Reakt} beträgt $6,0 \pm 0,5$ barn.

ersetzt in Gleichung 3.14 die ersten Terme der Summe. Dieses Verfahren liefert den totalen Reaktionswirkungsquerschnitt $\sigma_{Reakt} = 6,0 \pm 0,5$ barn. Die Fehlerabschätzung kommt durch Vergleich der Ergebnisse bei unterschiedlichen Strahlintensitäten zustande.

Die Einteilung in acht Zentralitätsbereiche erfolgt nun nach prozentualem Anteil am Reaktionswirkungsquerschnitt. Aus den in Tabelle 3.9 angegebenen Anteilen werden die zugehörigen M_T-Grenzen bestimmt. Da in ganzzahligen M_T eingeteilt wird, lassen sich die Klassen auf ca. 1% genau festlegen. Die mittlere Zahl $\langle A_{Part} \rangle$ der partizipierenden Nukleonen wird geometrisch [29] aus dem Anteil am Gesamtreaktionswirkungsquerschnitt berechnet.

Abbildung 3.6 zeigt als Beispiel die differentiellen Wirkungsquerschnitte positiv geladener Pionen bei festem Laborwinkel $\theta_{Lab} = 40°$ für alle acht Zentralitätsklassen. Miteingezeichnet sind Ein-Boltzmann-Anpassungen an den hochenergetischen Teil der Spektren ($E_{cm}^{kin} > 0,4$ GeV). Die inversen Steigungsparameter dieser Anpassung nehmen für π^+ wie für π^- mit der Zentralität von $T_1 \approx 70$ MeV auf $T_1 \approx 90$ MeV zu. Der inverse Steigungsparameter T_2 des niederenergetischen Teils ($E_{cm}^{kin} < 0,4$ GeV) variiert dagegen zwischen 60 und 70 MeV. Dies zeigt Abbildung 3.7. Diese Systematik der Steigungsparameter stimmt mit dem Ergebnis für die Systeme Au+Au und Ni+Ni bei 1,0 AGeV überein [23].

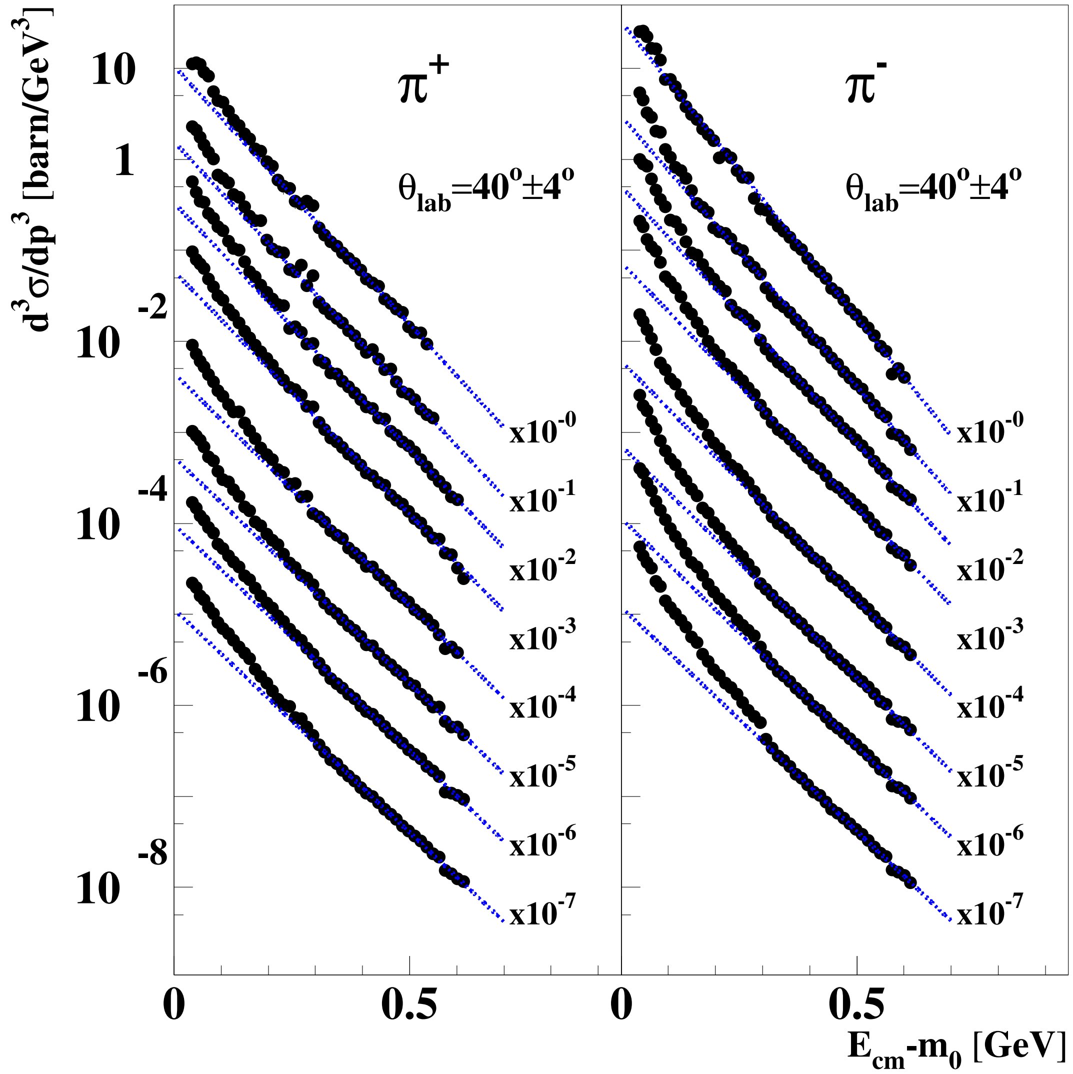

Abbildung 3.6: Differentielle Wirkungsquerschnitte in Au+Au bei 1,5 AGeV positiv (links) und negativ (rechts) geladener Pionen für $\theta_{Lab} = 40°$ als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktssystem eingeteilt in acht Zentralitätsklassen. Die Spektren sind mit den angegeben Faktoren skaliert, die Zentralitätsklasse nimmt von oben nach unten zu. Miteingezeichnet sind Ein-Boltzmann-Anpassungen an den hochenergetischen Teil der Spektren ($E^{kin}_{cm} > 0,4\,\mathrm{GeV}$).

Klasse	1	2	3	4	5	6	7	8
Anteil in % an σ_{Reakt}	15	15	15	15	10	10	10	10
M_T	5	10	19	31	39	47	57	84
$\langle A_{Part} \rangle$	2	8	29	67	112	153	214	302
$\langle b \rangle$ [fm]	13,0	12,2	10,9	9,4	8,0	6,8	5,2	2,9

Tabelle 3.9: Einteilung der Zentralitätsklassen: Anteile am Reaktionswirkungsquerschnitt σ_{Reakt}, Grenzen in der Multiplizitätsverteilung des Großwinkelhodoskops M_T, mittlere Zahl $\langle A_{Part} \rangle$ am Stoß beteiligter Nukeleonen und mittlerere Stoßparameter $\langle b \rangle$ [fm].

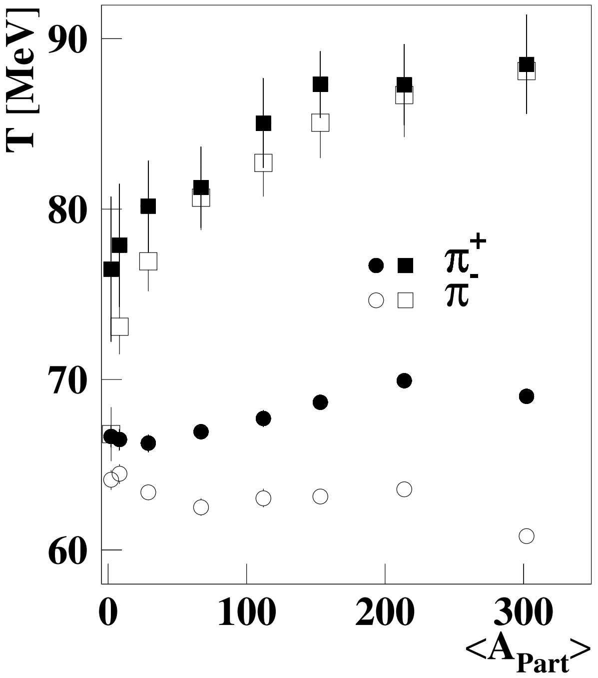

Abbildung 3.7: Inverse Steigungsparameter als Funktion der Zentralität für $\theta_{Lab} = 40°$. Quadrate: Parameter der Anpassung an den hochenergetischen Teil, Kreise: Parameter der Anpassung an den niederenergetischen Teil.

	α_{π^+}	α_{π^-}	π^-/π^+
$\theta_{cm} = 90°$	0,96 ± 0,15	0,97 ± 0,15	1,67 ± 0,10
$\theta_{Lab} = 32°$	0,98 ± 0,09	–	–
$\theta_{Lab} = 40°$	0,98 ± 0,13	1,00 ± 0,11	1,72 ± 0,10
$\theta_{Lab} = 48°$	0,81 ± 0,06	0,89 ± 0,08	1,64 ± 0,10
$\theta_{Lab} = 60°$	0,84 ± 0,08	0,79 ± 0,07	1,62 ± 0,10
$\theta_{Lab} = 71,5°$	0,74 ± 0,06	–	–

Tabelle 3.10: Abhängigkeit der Pionenproduktion und des π^-/π^+-Verhältnisses von der Zentralität (vgl. Gleichung 3.16).

3.3.2 Pionenmultiplizitäten

Eine häufig untersuchte Größe ist die Pionenmultiplizität M_π als Funktion der Partizipantenzahl A_{Part} [23, 25, 28, 30]. Die Multiplizität ist definiert als

$$M_\pi = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}} \frac{1}{\sigma_{Reakt}} \ , \tag{3.15}$$

das entspricht dem unter Annahme isotroper Emission integrierten Wirkungsquerschnitt in Gleichung 3.5.

In Abbildung 3.8 ist für $\theta_{cm} = 90°$ sowohl für π^+ als auch für π^- die normierte Pionenmultiplizität $M_\pi/\langle A_{Part}\rangle$ gegen $\langle A_{Part}\rangle$ aufgetragen. Hierfür werden für jede Zentralitätsklasse wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben, alle Datenpunkte im Bereich $90° \pm 7,5°$ zu einem Spektrum zusammengefaßt, das zur numerischen Integration durch eine Zwei-Boltzmannfunktion beschrieben wird.

Unter der Annahme, daß die Zahl der produzierten Pionen vor allem von der Zahl der an der Reaktion beteiligten Nukleonen abhängt, wird die Pionenmultiplizität mit einer Potenzfunktion angepaßt:

$$\frac{M_\pi}{\langle A_{Part}\rangle} = c \cdot \langle A_{Part}\rangle^{(\alpha-1)} \ . \tag{3.16}$$

Für π^+ wie für π^- steigt die Multiplizität in etwa linear mit der Zentralität an, der Wert des Exponenten α ist im Rahmen des Fehlers mit 1 verträglich. Tabelle 3.10 gibt neben dem Ergebnis dieser Anpassung die Parameter für Anpassungen bei festem Laborwinkel an. Zu größeren Laborwinkeln hin nimmt der Wert des Exponenten α ab, die Abhängigkeit von der Zahl der partizipierenden Nukleonen wird etwas schwächer. Dieses Verhalten läßt auf eine Zentralitätsabhängigkeit der Winkelverteilungen schließen. Dies wird in Kapitel 3.3.3 untersucht.

Das Verhältnis der Multiplizitäten negativ geladener Pionen zu denen positiv geladener Pionen als Funktion von $\langle A_{Part}\rangle$ im unteren Teil von Abbildung 3.8 für $\theta_{cm} = 90°$ ist dagegen konstant mit dem Fitwert $c = 1,67 \pm 0,10$. Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem Isobarenmodell [31]. Ausgehend von der Zerlegung des Einpionenproduktionswirkungsquerschnitts in Nukleon-Nukleon-Stößen in einzelne Isospinkanäle ergibt sich in diesem Modell für das System Au+Au bei 1,5 AGeV das Verhältnis $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1,7$ [32]. Bei Betrachtung einzelner Laborwinkel stimmt der jeweilige Wert von c mit dem Verhältnis der inklusiven Wirkungsquerschnitte $\sigma^{iso}(\pi^-)/\sigma^{iso}(\pi^+)$ aus Tabelle 3.2 überein. Infolge der für π^+ und π^- unterschiedlichen Winkelverteilung nimmt er zu größeren Winkeln hin leicht ab.

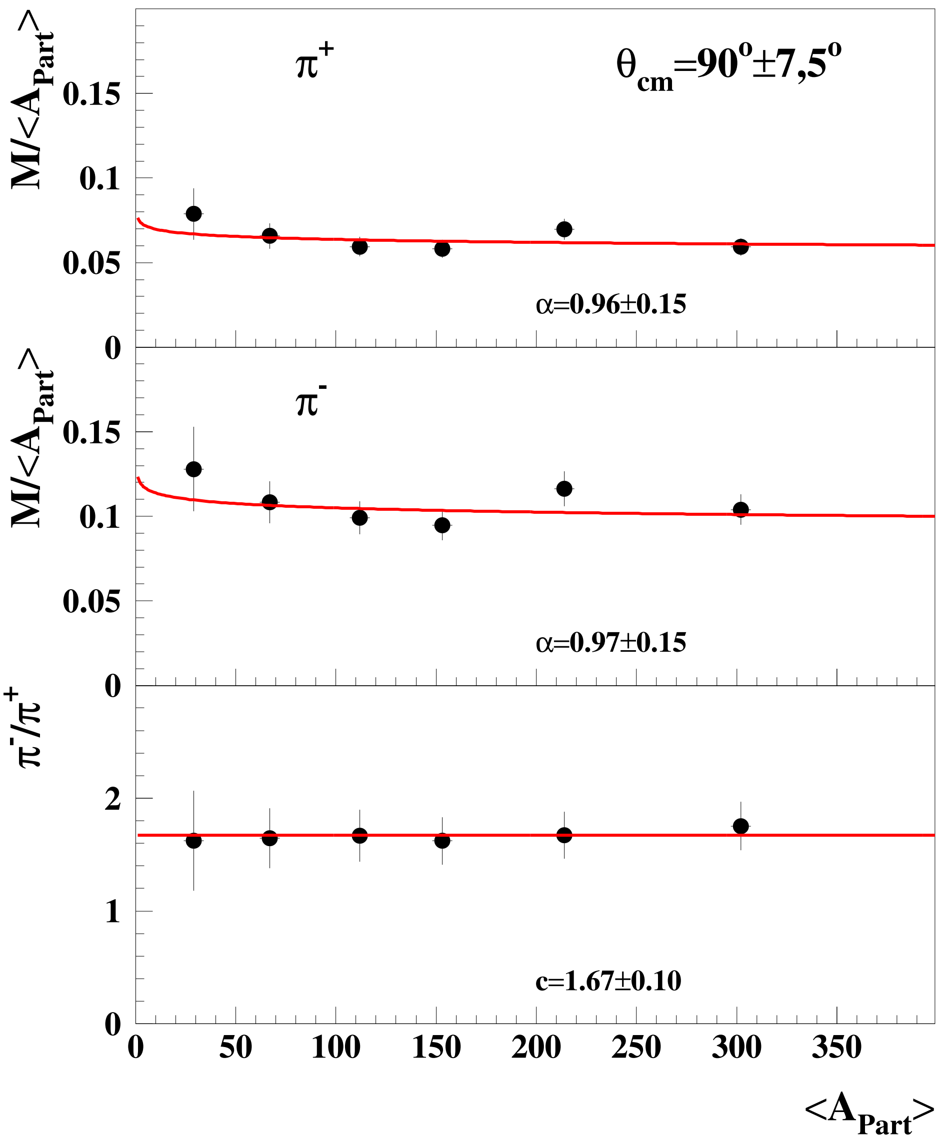

Abbildung 3.8: Multiplizität M_π erzeugter π^+ (oben) und π^- (Mitte) als Funktion von $\langle A_{Part}\rangle$ für $\theta_{cm} = 90°$ sowie das π^-/π^+-Verhältnis (unten).

3.3.3 Polare Winkelverteilungen

Zur Betrachtung der Zentralitätsabhängigkeit der polaren Winkelverteilung von π^+ und π^- werden im folgenden die Zentralitätsklassen 1–5 und 6–8 zusammengefaßt.

Das periphere Zentralitätsintervall entspricht einem Stoßparameter $b > 7\,\mathrm{fm}$, das zentrale Intervall $b < 7\,\mathrm{fm}$. Der Vergleichbarkeit wegen gehen für π^+ wie für π^- die gleichen Laborwinkeleinstellungen ($\theta_{Lab} = 40°, 48°, 60°$) ein.

Die invarianten Wirkungsquerschnitte werden wie in Kapitel 3.2.1 beschrieben durch ein durch Schneiden erzeugtes $\theta_{cm} = 90°$-Spektrum dividiert und der Quotient in Abbildung 3.9 als Funktion von $\cos\theta_{cm}$ aufgetragen. Der übersichtlicheren Darstellung wegen sind jeweils drei Datenpunkte zusammengefaßt. Abbildung 3.9 zeigt links die Verteilung von π^+ und π^- für periphere Kollisionen, rechts für zentrale Stöße. Sowohl negativ wie auch positiv geladene Pionen weisen in peripheren Stoßen eine ausgeprägte Vorwärts-Rückwärts-Überhöhung der Emission auf, während in zentralen Stößen die Winkelverteilung flacher ist. Für π^- erfolgt die Emission in zentralen Stößen fast isotrop.

Die Werte des Anpassungsparameters a_2 stimmen im Rahmen der Fehler gut mit denen aus der simultanen Anpassung an alle drei Spektren (vgl. Kapitel 3.2.1) überein. Tabelle 3.11 vergleicht die Ergebnisse.

peripher	a_2 aus simultaner Anpassung	a_2 aus Divisionsmethode
π^+ (3 Winkel)	0,89 ± 0,10	1,00 ± 0,10
π^- (3 Winkel)	1,05 ± 0,10	1,11 ± 0,10
zentral	**a_2 aus simultaner Anpassung**	**a_2 aus Divisionsmethode**
π^+ (3 Winkel)	0,33 ± 0,09	0,30 ± 0,09
π^- (3 Winkel)	0,10 ± 0,09	0,09 ± 0,08

Tabelle 3.11: Der Anisotropieparameter a_2 für π^+ und π^- . In peripheren Stößen (oben) ist die Vorwärts-Rückwärts-Überhöhung der Pionenemission ausgeprägter als in zentralen (unten). Es wurden für π^+ und π^- die gleichen Laborwinkeleinstellungen ausgewertet ($\theta_{Lab} = 40°, 48°, 60°$).

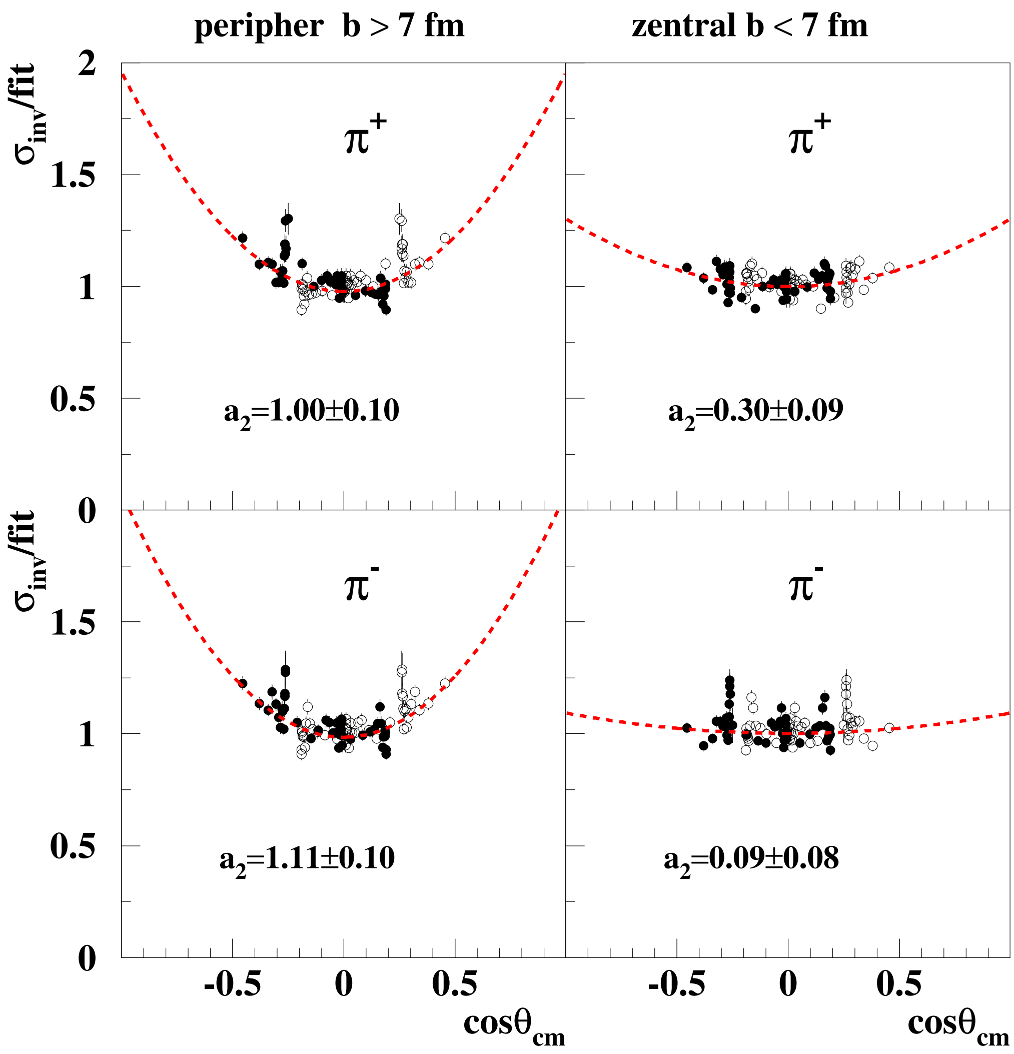

Abbildung 3.9: Polare Winkelverteilung mit der Divisionsmethode von π^+ (oben) und π^- (unten) für periphere (links) und zentrale (rechts) Stöße . Die Anpassungen nach Gleichung 3.8 erfolgt an die geschlossenen Meßpunkte. Miteingezeichnet sind als offene Symbole an $\cos\theta_{cm} = 0$ gespiegelte Punkte. Der übersichtlicheren Darstellung wegen sind jeweils drei Datenpunkte zusammengefaßt.

Kapitel 4

Vergleich der Daten mit UrQMD-Rechnungen

4.1 Einführung

Grundlage von Transportmodellen ist die Liouvillegleichung

$$\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f^{(N)}}{\partial q_i}\frac{\partial H}{\partial p_i}-\frac{\partial f^{(N)}}{\partial p_i}\frac{\partial H}{\partial q_i}\right)+\frac{\partial f^{(N)}}{\partial t}=0\ . \tag{4.1}$$

Sie beschreibt die Verteilungsfunktion $f^{(N)}(\vec{q},\vec{p},t)$ von N Teilchen mit den generalisierten Koordinaten und Impulsen $\vec{q}$ und $\vec{p}$ in Abhängigkeit von der Zeit t. Aussage des Liouvilletheorems ist, daß die totale Zeitableitung der Phasenraumdichte entlang einer Phasenraumtrajektorie verschwindet und die Gesamtheit aller Phasenraumpunkte durch den Phasenraum fließt wie eine inkompressible Flüssigkeit. Die Gleichung beschreibt reversible Prozesse, bei denen die Entropie erhalten ist.

Zur vollständigen Beschreibung eines N-Teilchensystems genügt es, die Hamiltonfunktion $H(q_i,p_i,t)$ zu kennen. Sie enthält alle Wechselwirkungen zwischen den Teilchen. Im allgemeinen sind diese Wechselwirkungen sehr kompliziert und die theoretische Behandlung solcher Probleme beschränkt sich auf Zwei- oder Dreiteilchenpotentiale.

Oft ist es möglich, das Problem durch Reduktion auf ein System kleinerer Teilchenzahl weiter zu vereinfachen, im Idealfall bis zu einem Einteilchensystem mit der Verteilungsfunktion $f^{(1)}$ [1]. Dies führt zur Vlasovgleichung

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}+\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_q f^{(1)}-\vec{\nabla}_q U(\vec{q})\cdot\vec{\nabla}_p f^{(1)}=0\ . \tag{4.2}$$

Jedes Teilchen propagiert nun in einem impulsabhängigen, mittleren Potential $U(\vec{q})$. Eine weitere vereinfachte Transportgleichung für die Einteilchenverteilungsfunktion ist die Boltzmanngleichung

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}+\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_q f^{(1)}=I_{Koll}\ . \tag{4.3}$$

Die Wechselwirkungen der Teilchen stecken hier im Kollisionsintegral I_{Koll}. Sie erfolgen über binäre Stöße. Die genaue Form des Integrals ergibt sich aus Annahmen über die freie Weglänge der Teilchen und das Verhalten von $f^{(1)}$. Diese Gleichung ist nicht mehr zeitumkehrvariant und beschreibt irreversible Prozesse.

Auf einer Kombination aus Vlasov- und Boltzmanngleichung bauen das Vlasov-Uehling-Uhlenbeck-Modell (VUU), das Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck-Modell (BUU) und das Landau-Vlasov-Modell (LV) auf [33, 34], sogenannte Einteilchenmodelle. Deren Teilchen propagieren in einem mittleren Feld und wechselwirken durch Kollisionen miteinander, wobei auch quantenmechanische Effekte berücksichtigt werden. Diese Modelle beschreiben das Verhalten der Verteilungsfunktion des gesamten Systems.

Ein anderer Ansatz ist die separate Betrachtung aller Einzelteilchen des Stoßsystems. Dies vermeidet die Überdeckung von Teilchenkorrelationen, zu der die Theorie eines mittleren Feldes führen kann. Ein Modell, das diesem Ansatz folgt, ist die Molekulardynamik (MD) [35, 36], in der Punktteilchen auf klassischen Bahnen propagieren. Um Schwerionenstöße beschreiben zu können, müssen allerdings Quanteneffekte in ein Modell eingehen, zum Beispiel das Pauliprinzip, die Fermibewegung von Nukleonen im Kern, ausgedehnte Teilchenwellenfunktionen. Dies realisiert die Quantenmolekulardynamik (QMD) [37, 38], in der jedes Teilchen im Orts- und Impulsraum durch eine Gaußverteilung dargestellt wird. Die Verteilungsfunktion des Systems ergibt sich aus der Überlagerung dieser Einteilchenverteilungsfunktionen. Die daraus abgeleiteten Bewegungsgleichungen haben die gleiche Struktur wie die klassischen Hamiltongleichungen mit einer Hamiltonfunktion der Form

$$H = \sum_{j=1}^{N} E_j^{kin} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{ij} \ . \tag{4.4}$$

Eine Weiterführung zu relativistischen Energien erfolgt mit der Ultrarelativistischen Quantenmolekulardynamik, dem hier verwandten Frankfurter UrQMD-Modell [7, 8]. Benutzt wird die neueste Version UrQMD 1.3 [9]. Daneben gibt es einige weitere auf der Molekulardynamik basierende Modelle wie z.B. antisymmetrisierte Molekulardynamik (AMD) [39] oder Fermionische Molekulardynamik (FMD) [40].

Das UrQMD-Modell enthält vor allem einen erweiterten Kollisionsterm. Zwei Teilchen kollidieren miteinander, wenn der Abstand zwischen ihnen kleiner wird als der Radius der Wirkungsquerschnittsfläche. Die Kollision findet zur Zeit des kleinsten Abstandes statt. Der Wirkungsquerschnitt hängt von der Schwerpunktsenergie sowie den betrachteten Teilchenarten ab. Das Modell enthält 32 Mesonarten sowie 55 Baryonarten und die entsprechenden Antiteilchen. Es verwendet Parametrisierungen gemessener Wirkungsquerschnitte oder tabellierte Meßwerte, falls diese zwar hinreichend genau vermessen sind, aber nicht mit einer einfachen Funktion parametrisiert werden können. Ist dies nicht möglich, werden die benötigten Wirkungsquerschnitte mit Hilfe von Symmetrien oder dem additiven Quark-Modell abgeleitet [8, 41]

Im Energiebereich unterhalb von 2 GeV pro Nukleon entstehen in inelastischen Kollisionen produzierte Teilchen im Modell ausschließlich aus zerfallenden Resonanzen. Möglichkeiten der Resonanzanregung sind Baryon-Baryon-Stöße, Mehrfachanregung oder Absorption von Mesonen. Im Modell sind die bekannten Baryonresonanzen mit Massen unterhalb von 2,11 GeV enthalten, sowie die Resonanzen des ρ- und ω-Mesons bis etwa 1,7 GeV. Bei höheren Energien erfolgt die Teilchenproduktion auch über Stringfragmentation [42] wobei die Resonanzproduktion bis zu 10 GeV/Nukleon der dominante Prozeß bleibt.

Die implementierten Wechselwirkungen basieren auf nichtimpulsabhängigen Potentialen, die Teilchen propagieren auf dichteabhängigen Bahnen. Es ist möglich, mit Yukawa- und Coulombpotential und einer nicht-relativistischen Skyrme-Zustandsgleichung [43] von Kernmaterie zu rechnen. Zusätzlich läßt sich ein Paulipotential hinzufügen [1, 7]. Das Zuschalten der Potentiale erhöht beim System Au+Au bei 1,5 AGeV die Rechenzeit auf etwa das 25-fache. In Abbildung 4.5 zeigen die Potentiale keinen erkennbaren Einfluß auf den Pionenwirkungsquerschnitt. Alle Rechnungen werden daher im Kaskadenmodus durchgeführt.

4.2 Der Reaktionswirkungsquerschnitt

Zur Analyse der UrQMD-Ergebnisse muß der Reaktionswirkungsquerschnitt bekannt sein. Dieser ist im Programm nicht fixiert, sondern er ergibt sich aus Form und Größe der Kerne. Zur Initialisierung ist für die Verteilung der Nukleonen $n(r)$ eine Woods-Saxon-Form

$$n(r) \sim \frac{1}{1 + \exp\frac{r-r(A)}{z}} \tag{4.5}$$

vorgegeben. Die Randunschärfe z beträgt 0,545 fm, $r(A)$ ist der mittlere Radius eines Kerns mit Massenzahl A

$$r(A) = 1,128 A^{\frac{1}{3}} - 0,89 A^{-\frac{1}{3}} \ . \tag{4.6}$$

In dieser Verteilung werden die Koordinaten jedes Nukleons statistisch vergeben. Bei den Koordinaten handelt es sich genau genommen um die Lage des Zentrums einer Gaußverteilung, da jedes Teilchen und damit auch jedes initialisierte Nukleon als Gaußpaket im Ortsraum realisiert wird. Durch die Breite der Pakete haben die Kerne automatisch eine diffuse Oberfläche.

Falls an der gewürfelten Stelle im Ortsraum bereits Grundzustandsdichte erreicht ist, wird die Position verworfen und eine neue getestet. Dieses Vorgehen stellt eine weitgehend homogene Dichte des Kerns sicher. Die zulässige Maximalzahl solcher Versuche ist allerdings auf 800.000 begrenzt, dann wird die Position akzeptiert, um den Rechenaufwand nicht unmäßig anwachsen zu lassen. Im zweiten Schritt erhalten die Nukleonen stochastisch verteilte Fermiimpulse, wobei der maximal mögliche Impulsbetrag von der lokalen Dichte abhängt. Die Schwerpunkte von Orts- und Impulsverteilung werden anschließend auf den Koordinatenursprung verschoben. Das Ergebnis dieser Initialisierung sind die Nukleonenverteilungen in Abbildung 4.1.

Aufgetragen ist jeweils die Zahl der Teilchen als Funktion ihres Abstandes vom Kernmittelpunkt in Intervallen der Breite 0,25 fm gemittelt über 16.000 Goldkerne. Die ausgewertete Ausgabeliste enthält die drei Raumkoordinaten zum Zeitpunkt der Initialisierung im Schwerpunktssystem der kollidierenden Kerne. Es ist eindeutig feststellbar, welches Nukleon dem Projektil- bzw. Targetkern zugeordnet ist, und somit ist es möglich, die Koordinaten jedes Teilchens in das zugehörige System zu transformieren. Die relativistische Deformation der Kerne ist in der Transformation enthalten. Die Verteilung der Protonen ebenso wie der Neutronen folgt der geforderten Woods-Saxon-Form. Beide weisen allerdings trotz kleiner statistischer Fehler bei Abständen vom Kernmittelpunkt unter ca. 4 fm Schwankungen auf.

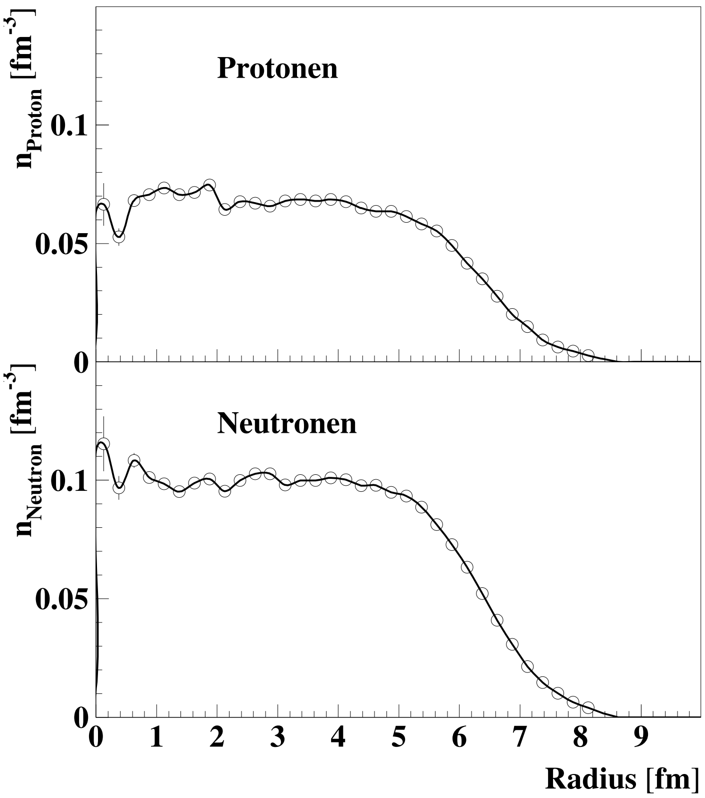

Abbildung 4.1: Verteilung $\frac{1}{4\pi}\frac{1}{r^2}\frac{dN}{dr}$ der Nukleonen im Goldkern bei Initialisierung. Die statistischen Fehler sind kleiner als die Symbolgröße. Die Summe der Neutronen- und Protonendichte ergibt in der Kernmitte eine Nukleonendichte von 0,17 fm^{-3}.

Mit dem Standardparametersatz (vgl. Tabelle A.1 und A.2) findet für Au+Au bei 1,5 AGeV für ca. 17% der Initialisierungen keine Kollision statt. Aus diesem Anteil „leerer“ Ereignisse und der bekannten Fläche, innerhalb der Kerne aufeinanderzufliegen, läßt sich der Reaktionswirkungsquerschnitt σ_{Reakt} ermitteln

$$\sigma_{Reakt} = \text{Totale Fläche} \cdot \frac{\text{Ereignisse mit Kollision}}{\text{Gesamtzahl der Ereignisse}} \quad . \tag{4.7}$$

Für das System Au+Au bei 1,5 AGeV ergibt sich so (6,52 ± 0,08) barn für den Reaktionsquerschnitt, für C+C bei 1,0 AGeV sind es (0,86 ± 0,02) barn. Sein Fehler ergibt sich aus dem statistischen Fehler der Ereignisse mit Kollision.

Mit Ausnahme der Woods-Saxon-Initialisierung und einer quadratischen Stoßparameterverteilung wird zuerst mit den Standardparameterwerten gerechnet. Für den Stoßparameter besteht die Wahl zwischen quadratischer Wichtung und einer flachen Stoßparameterverteilung, alternativ zur Woods-Saxonform der Nukleonenverteilung besteht die Möglichkeit, die Kerne als harte Kugeln zu initialisieren. Alle Parameter mit ihren Einstellmöglichkeiten sind in Anhang A aufgeführt.

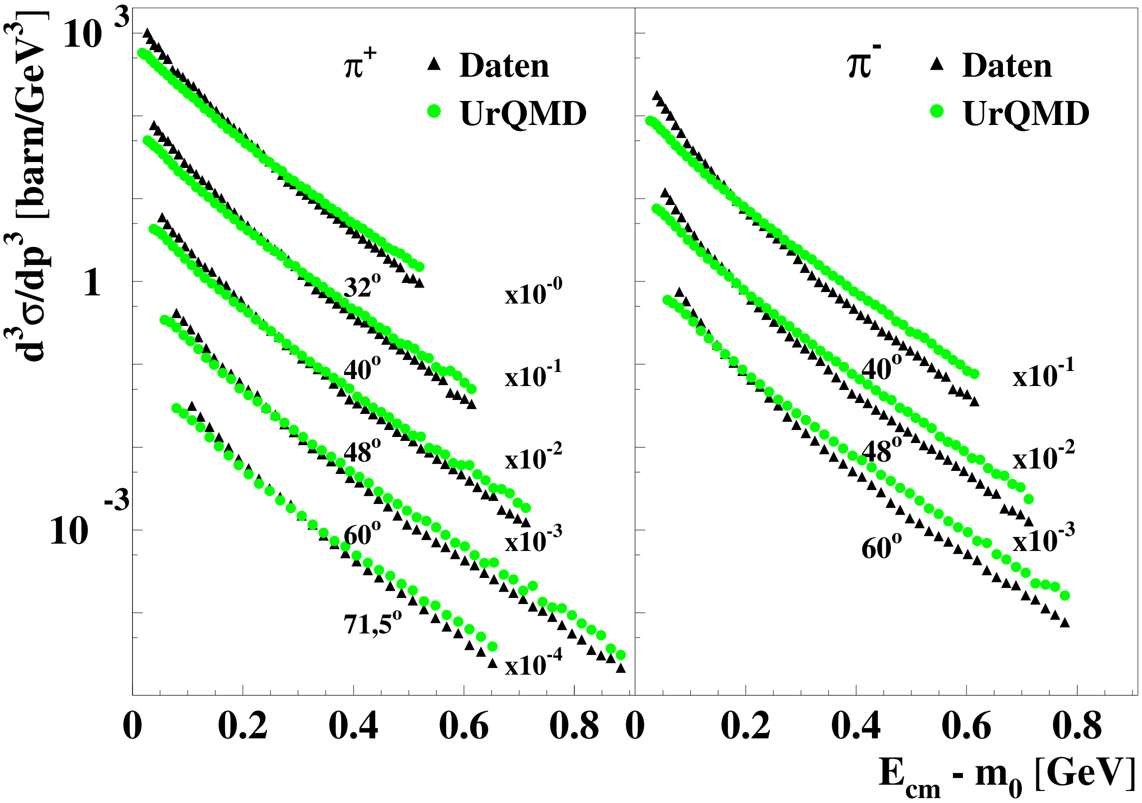

Abbildung 4.2: Vergleich der π^+- und π^--Spektren aus Messung und UrQMD-Modell im Schwerpunktssystem für Au+Au bei 1,5 AGeV.

4.3 Vergleich gemessener und gerechneter Spektren

Die Ergebnisse der Rechnung liegen als Liste vor, die für jedes bei einer Kollision emittierte Teilchen unter anderem die drei Impulskoordinaten und die Gesamtenergie im Schwerpunktssystem enthält. Nach Transformation ins Laborsystem läßt sich der Winkel θ_{Lab} zwischen Strahlrichtung und Laborimpulsvektor berechnen. Unter Berücksichtigung der Winkelakzeptanz des Spektrometers von $\Delta\theta_{Lab} = \pm 4°$ werden nun die erzeugten Pionen entsprechend den für π^+ bzw. π^- gemessenen Winkeln in Spektren gefüllt.

Zur weitestmöglichen Vergleichbarkeit von gemessenen und berechneten Spektren werden letztere auf den vom Spektrometer abgedeckten Impulsbereich eingeschränkt und in den gleichen Laborimpulsintervallen $\Delta p_{Lab} = 20\,\mathrm{MeV}$ gefüllt. Die Normierung der Spektren erfolgt mit dem in Kapitel 4.2 aus den Rechnungen bestimmten Reaktionswirkungsquerschnitt. Zur weiteren Analyse werden in beiden Fällen die gleichen Transformations- und Auswerteroutinen verwandt.

Abbildung 4.2 vergleicht die Spektren aller Winkel und beider Teilchenarten nach Transformation ins Schwerpunktssystem. In der absoluten Höhe stimmen UrQMD und Daten gut überein, die gerechneten Verteilungen weisen allerdings systematisch andere Steigungen auf. Der differentielle Pionenwirkungsquerschnitt sowohl für π^+ als auch

π^+	C_1 [barn/(GeV^3)]	C_2 [barn/(GeV^3)]	T_1 [MeV]	T_2 [MeV]	σ_{iso} [barn]
32°	452 ± 22	5628 ± 52	113,1 ± 1,0	63,6 ± 0,3	28,8 ± 0,1
40°	1081 ± 35	7696 ± 222	98,1 ± 0,5	52,2 ± 0,6	27,0 ± 0,1
48°	1088 ± 38	8456 ± 332	97,6 ± 0,5	51,7 ± 0,7	27,2 ± 0,1
60°	935 ± 42	9546 ± 432	100,6 ± 0,7	53,5 ± 0,8	29,8 ± 0,2
71,5°	734 ± 42	11412 ± 585	105,9 ± 0,9	55,5 ± 0,8	34,2 ± 0,3
π^-	C_1 [barn/(GeV^3)]	C_2 [barn/(GeV^3)]	T_1 [MeV]	T_2 [MeV]	σ_{iso} [barn]
40°	2115 ±50	15745 ± 389	94,7 ± 0,4	49,5 ± 0,4	45,2 ± 0,1
48°	1938 ± 56	15926 ± 465	95,4 ± 0,4	50,8 ± 0,5	45,5 ± 0,1
60°	1445 ±22	17611 ± 544	100,3 ± 0,6	53,7 ± 0,5	50,0 ± 0,2

Tabelle 4.1: Anpassungsparameter und unter Annahme von Isotropie integrierte Wirkungsquerschitte aller mit UrQMD simulierten π^+- und π^--Spektren.

für π^- wird bei niedrigen Impulsen um bis zu 50% unterschätzt, während der Beitrag hochenergetischer Pionen überschätzt ist. Die zu kleine Pionenmultiplizität bei niedrigen Impulsen bewirkt einen kleineren integrierten Wirkungsquerschnitt. Tabelle 4.1 listet die Anpassungsparameter und die unter Annahme von Isotropie integrierten Wirkungsquerschnitte auf. Tabelle 4.2 vergleicht die inversen Steigungsparameter und Wirkungsquerschnitte von Daten und simulierten Spektren. Die experimentellen Wirkungsquerschnitte liegen für alle Laborwinkel bis zu 30% über den aus den Rechnungen erhaltenen Werten, das π^-/π^+-Verhältnis ist für alle Laborwinkeleinsstellungen gleich $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1,68 \pm 0,01$. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1,67 \pm 0,10$ aus Kapitel 3.3.2.

Die überschätzte Produktion hochenergetischer Pionen erklärt den gleichfalls höheren differentiellen Produktionwirkungsquerschnitt für positiv geladene Kaonen in Abbildung 4.3. Die Kaonenspektren stammen aus Referenz [18]. Bei Strahlenergien nahe der kinematischen Schwelle (der zur Produktion mindestens aufzubringenden Energie) $E_{Strahl} = 1,58\,\mathrm{AGeV}$ erfolgt ein Großteil der Kaonenproduktion in kollektiven Prozessen. Dabei spielen Pionen als Energiezwischenspeicher eine wichtige Rolle. Werden in Nukleon-Nukleon-Stößen Resonanzen angeregt, zerfallen diese zum großen Teil in ein Nukleon und ein Pion, in einer weiteren Kollision mit einem Nukleon kann dann ein Kaon gemeinsam mit einem Hyperon ($Y = \Sigma$ oder Λ) entstehen:

$$NN \to NR \to NN\pi$$
$$\pi N \to YK^+$$

An solchen Prozessen sind vor allem hochenergetische Pionen beteiligt, da nur sie die nötige Energie zum Überschreiten der Produktionsschwelle bereitstellen können. Werden im Ablauf der gerechneten Kollision zu viele hochenergetische Pionen erzeugt, führt dies auch zur verstärkten Produktion von Kaonen. Sowohl der Anteil hochenergetischer Pionen

π^+	T_1^{Daten}	T_1^{UrQMD}	T_2^{Daten}	T_2^{UrQMD}	$\sigma_{iso}^{\text{Daten}}$	$\sigma_{iso}^{\text{UrQMD}}$
32°	87,9 ± 1,3	113,1 ± 1,0	48,9 ± 1,3	63,6 ± 0,3	35,7 ± 0,5	28,8 ± 0,1
40°	91,2 ± 1,4	98,1 ± 0,5	49,6 ± 1,0	52,2 ± 0,6	35,7 ± 0,4	27,0 ± 0,1
48°	96,1 ± 1,4	97,6 ± 0,5	52,4 ± 1,1	51,7 ± 0,7	35,1 ± 0,5	27,2 ± 0,1
60°	98,2 ± 1,3	100,6 ± 0,6	52,6 ± 1,1	53,5 ± 0,8	38,2 ± 0,7	29,8 ± 0,2
71,5°	92,5 ± 1,4	105,9 ± 0,9	46,8 ± 1,9	55,5 ± 0,8	48,4 ± 1,9	34,2 ± 0,3
π^-	T_1^{Daten}	T_1^{UrQMD}	T_2^{Daten}	T_2^{UrQMD}	$\sigma_{iso}^{\text{Daten}}$	$\sigma_{iso}^{\text{UrQMD}}$
40°	85,9 ± 1,1	94,7 ± 0,4	41,3 ± 1,0	49,5 ± 0,4	62,0 ± 1,0	45,2 ± 0,1
48°	90,4 ± 1,0	95,4 ± 0,4	44,5 ± 1,0	50,8 ± 0,5	57,9 ± 1,1	45,5 ± 0,1
60°	95,7 ± 1,5	100,3 ± 0,6	47,0 ± 0,9	53,7 ± 0,5	60,6 ± 1,2	50,0 ± 0,2

Tabelle 4.2: Vergleich der inversen Steigungsparameter T_i [MeV] und unter Annahme isotroper Emission integrierten Wirkungsquerschnitte σ_{iso} [barn] der UrQMD-Rechnung mit den Anpassungen der experimentellen Verteilungen.

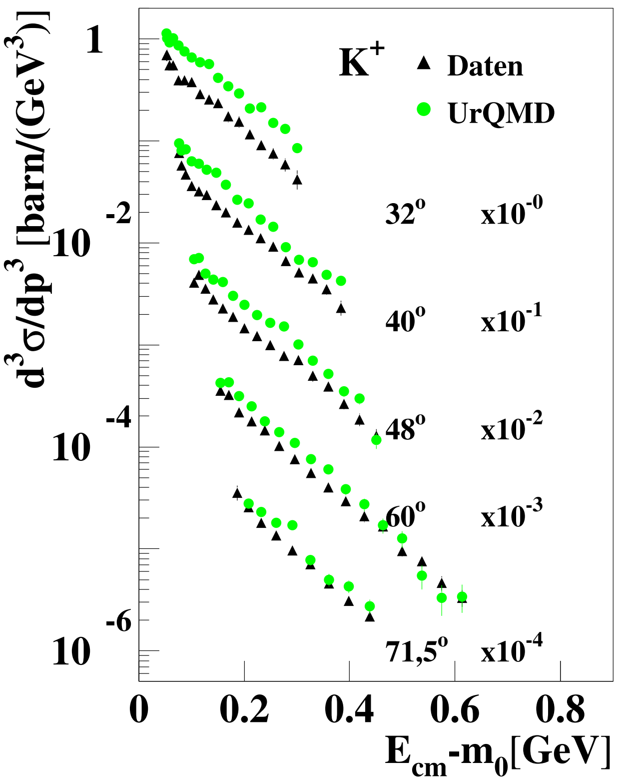

Abbildung 4.3: Vergleich gemessener K^+-Spektren für Au+Au bei 1,5 AGeV [18] mit dem Ergebnis einer UrQMD-Rechnung.

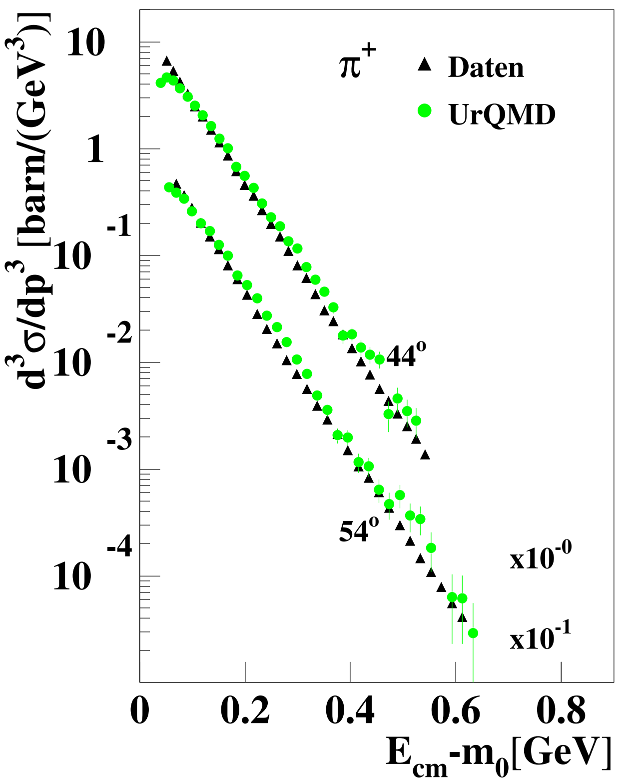

Abbildung 4.4: Vergleich der π^+-Spektren aus Messung und UrQMD-Modell im Schwerpunktssystem für C+C bei 1,0 AGeV.

($E_{cm}^{kin} > 0{,}5\,\mathrm{GeV}$) als auch der Kaonenwirkungsquerschnitt werden vom Modell um fast eine Faktor 2 überschätzt

Abbildung 4.4 zieht den analogen Vergleich für die Produktion positiv geladener Pionen in C+C-Stößen bei 1,0 AGeV. Die Daten sind Referenz [22] entnommen. Auch in diesem Fall ist der Produktionswirkungsquerschnitt niederenergetische Pionen unterschätzt, während der Beitrag der hochenergetischen überschätzt ist, allerdings sind die Abweichungen deutlich geringer als im schwereren System Au+Au.

Ein möglicher Grund für die Differenzen könnten die wegen des immensen Rechenaufwands bisher nicht miteinbezogenen Potentiale sein. Ein Coulombpotential zum Beispiel sollte bewirken, daß ein π^--Spektrum zu niedrigeren Impulsen verschoben würde, ein π^+-Spektrum hin zu höheren. In Abbildung 4.5 zeigen die gesamten nach [1] im Programm enthaltenen Potentiale keinerlei Einfluß auf die Spektren.

Es ist leider nicht möglich, den Einfluß des Coulombpotentials als einzigem Potential zu untersuchen, sondern nur die Kombination aus Skyrme-, Yukawa- und Coulombpotential. Die Mittelung der π^+- und π^--Spektren eliminiert jedoch den Einfluß des Coulombfeldes. Im Vergleich der gemittelten Spektren für in Abbildung 4.6 bleiben die Abweichungen zwischen UrQMD-Rechnungen und Messungen allerdings bestehen. Dies und die Tatsache,

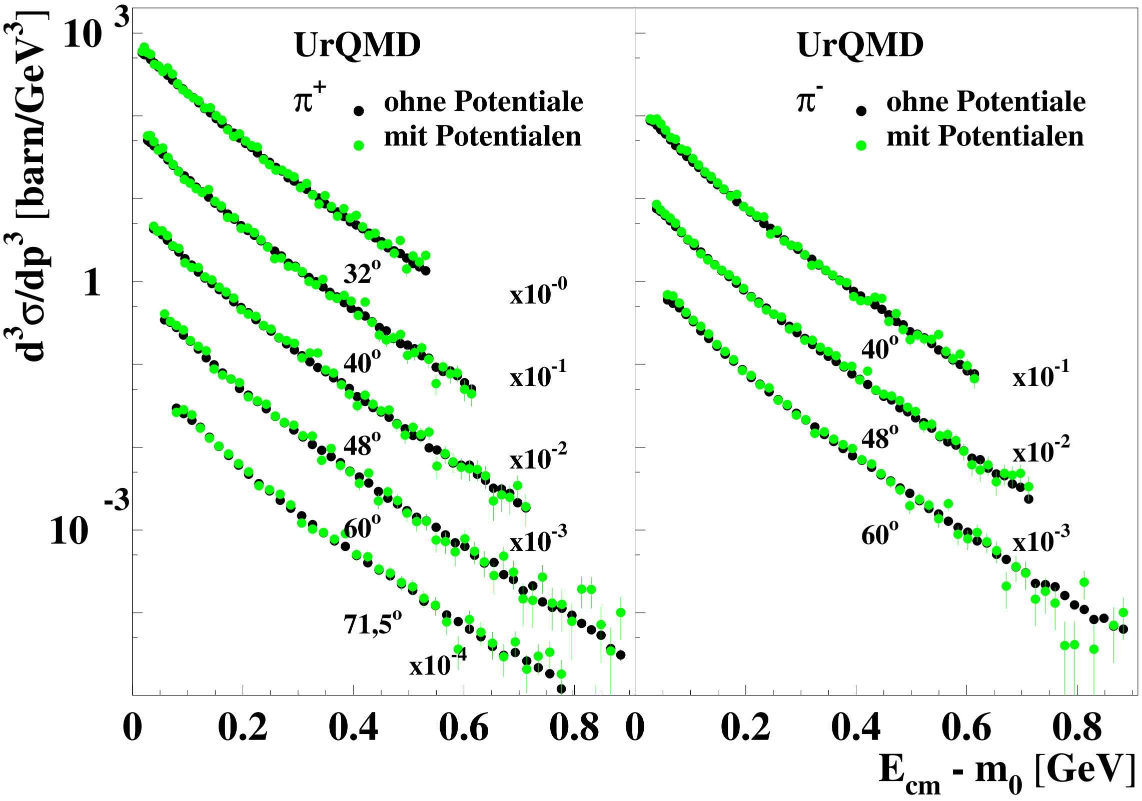

Abbildung 4.5: Mit UrQMD im Potentialmodus und ohne Potentiale simulierte π^+- und π^--Spektren für Au+Au bei 1,5 AGeV.

daß in den Abbildungen 4.2 und 4.4 π^+ und π^- in beiden Stoßsystemen der gleichen Systematik folgen, spricht dagegen, im fehlenden Coulombpotential die Hauptursache der Abweichung zu suchen.

Da im UrQMD-Modell bei der betrachteten Strahlenergie alle Teilchen aus Resonanzzerfällen stammen, haben deren Eigenschaften einen starken Einfluß auf die Spektrenform der Pionen. Diese Frage behandelt Kapitel 5.4.

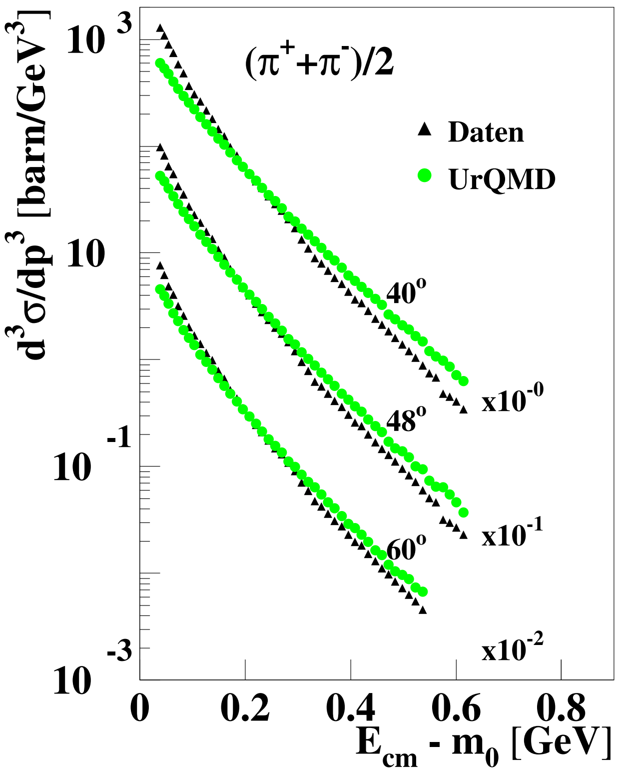

Abbildung 4.6: Mittelung der π^+- und π^--Spektren für Daten und UrQMD für Au+Au bei 1,5 AGeV.

UrQMD	a_2 aus simultaner Anpassung	a_2 aus Divisionsmethode
π^+ (5 Winkel)	0,65 ± 0,01	0,67 ± 0,01
π^+ (3 Winkel)	0,52 ± 0,02	0,44 ± 0,02
π^- (3 Winkel)	0,52 ± 0,02	0,45 ± 0,01
π^- (5 Winkel)	0,68 ± 0,01	0,67 ± 0,01
Daten	**a_2 aus simultaner Anpassung**	**a_2 Divisionsmethode**
π^+ (5 Winkel)	0,68 ± 0,04	0,70 ± 0,04
π^+ (3 Winkel)	0,51 ± 0,09	0,54 ± 0,09
π^- (3 Winkel)	0,42 ± 0,09	0,42 ± 0,08

Tabelle 4.3: Die Anisotropieparameter a_2 von π^+ und π^- für UrQMD (oben) und Daten (unten), ermittelt mit den Methoden aus Kapitel 3.2.1.

4.4 Polare Winkelverteilungen

Die Spektren aus UrQMD-Rechnungen bieten die gleichen Möglichkeiten der Extraktion des Anisotropieparameters a_2 wie in 3.2.1 beschrieben. Tabelle 4.3 zeigt die Werte für a_2 aus der simultanen Anpassung aller Spektren sowie dem Vergleich mit dem durch Schneiden erzeugten Spektrum für $\theta_{cm} = 90°$. Für die theoretischen Spektren stimmen die mit verschiedenen Methoden erhaltenen Parameterwerte weniger gut überein als das für die Meßdaten der Fall war. Bei Einschränkung der π^+-Spektren auf die drei Laborwinkel, für die auch π^--Spektren vorliegen, ergeben beide Methoden für π^- und π^+ übereinstimmende Werte, ebenso bei Ausweitung auf fünf π^--Spektren. Die für π^+ und π^- unterschiedlichen Winkelverteilungen sind damit in der Modellrechnung allein auf die verschiedenen Laborwinkelabdeckung zurückzuführen.

Bisher waren die Spektren auf den Impulsbereich der Meßdaten eingeschränkt, in der UrQMD-Simulation ist die Winkelverteilung jedoch über einen größeren Bereich zugänglich. Abbildung 4.7 zeigt den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ als Funktion von $\cos\theta_{cm}$. Im Gegensatz zu den bisherigen Darstellungen von Winkelverteilungen ist hier die Impulsintegration enthalten. Vergleichbar sind diese Auftragungen nur unter der Annahme, daß Winkel- und Impulsanteil separierbar sind.

Die Parabelanpassung an $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ in Abbildung 4.7 (gestrichelte Linie) ergibt $a_2 = 1,08 \pm 0,01$ für π^+ und $a_2 = 1,13 \pm 0,01$ für π^-. Da diese Kurve die Datenpunkte nur schlecht beschreibt, ist als durchgezogenen Linie eine Anpassung mit dem zusätzlichen Parameter a_4 nach Gleichung 3.13 eingezeichnet. Beide Verteilungen sind durch diese Parametrisierung deutlich besser beschrieben.

Die resultierenden Parameter listet Tabelle 4.4 auf. Sie sind mit $a_2 = 0,30$ und $0,32$ sowie $a_4 = 0,73$ und $0,75$ für π^+ und π^- fast gleich, im Gegensatz zu den Ergebnissen der in Kapitel 3.2.1 erläuterten Verfahren. Diese ergeben für die UrQMD-Rechnung ebenso wie für die Daten unterschiedliche Winkelverteilungen für π^+ und π^-, wenngleich diese Unterschiede teilweise auf die unterschiedliche Phasenraumabdeckung der Messungen

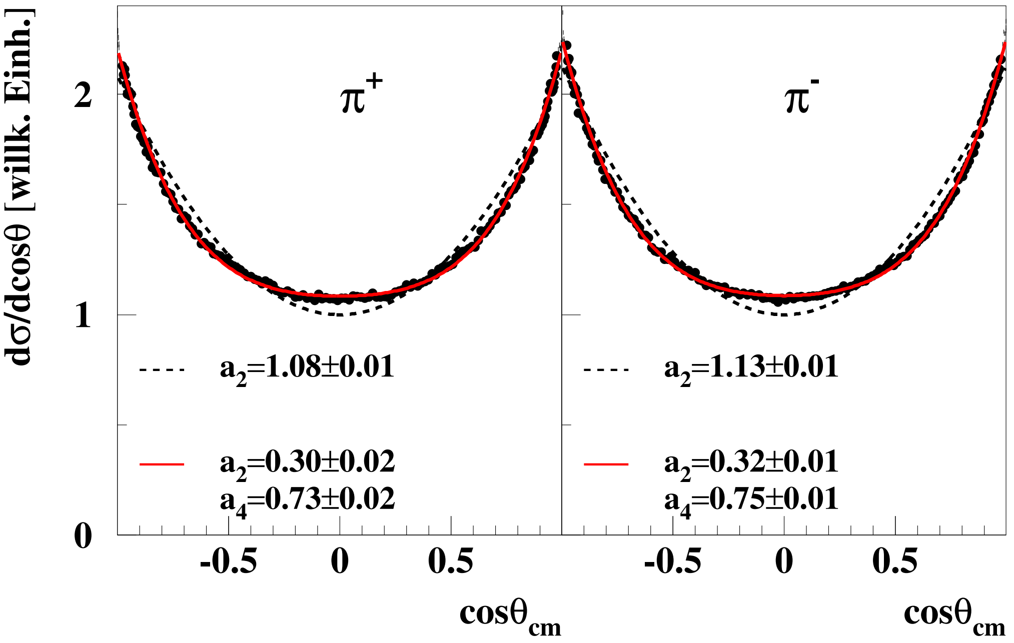

Abbildung 4.7: Impulsintegrierter differentieller Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ für π^+ (links) und π^- (rechts). Die Anpassung nach Gleichung 3.13 (durchgezogenen Linie) beschreibt die Verteilung besser als die Parabelanpassung nach Gleichung 3.8 (gestrichelte Linie).

zurückzuführen sind.

Auch die Energieabhängigkeit der polaren Anisotropie ist unter Ausnutzung des gesamten Raumwinkelbereichs zugänglich. Abbildung 4.8 zeigt für positiv geladene Pionen, daß diese sehr ausgeprägt ist. Alle emittierten Pionen werden auf Energieintervalle von $\Delta E_{cm} = 100\,\mathrm{MeV}$ Breite aufgeteilt und für jedes dieser Intervalle der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion von $\cos\theta_{cm}$ aufgetragen. Für die niedrigsten Energien im Intervall $E_{cm} = 100\,\mathrm{MeV} \pm 50\,\mathrm{MeV}$ ist die Verteilung fast flach mit einer leichten Überhöhung bei $\theta_{cm} = 90°$. Bei höheren Schwerpunktsenergien ist die Winkelabhängigkeit sehr ausgeprägt mit bevorzugter Emission unter $\theta_{cm} = 0°$ und $\theta_{cm} = 180°$, verändert jedoch ihre Form. In dem von den Daten abgedeckten Winkelbereich $-50° \lesssim \theta_{cm} \lesssim 50°$ ist sie für alle Energien über 350 MeV fast flach. Die Winkelverteilung der π^- zeigt das gleiche Verhalten.

	a_2	a_4
π^+	$0,30 \pm 0,02$	$0,73 \pm 0,02$
π^-	$0,32 \pm 0,01$	$0,75 \pm 0,01$

Tabelle 4.4: Ergebnis der Anpassung des differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ nach Gleichung 3.13.

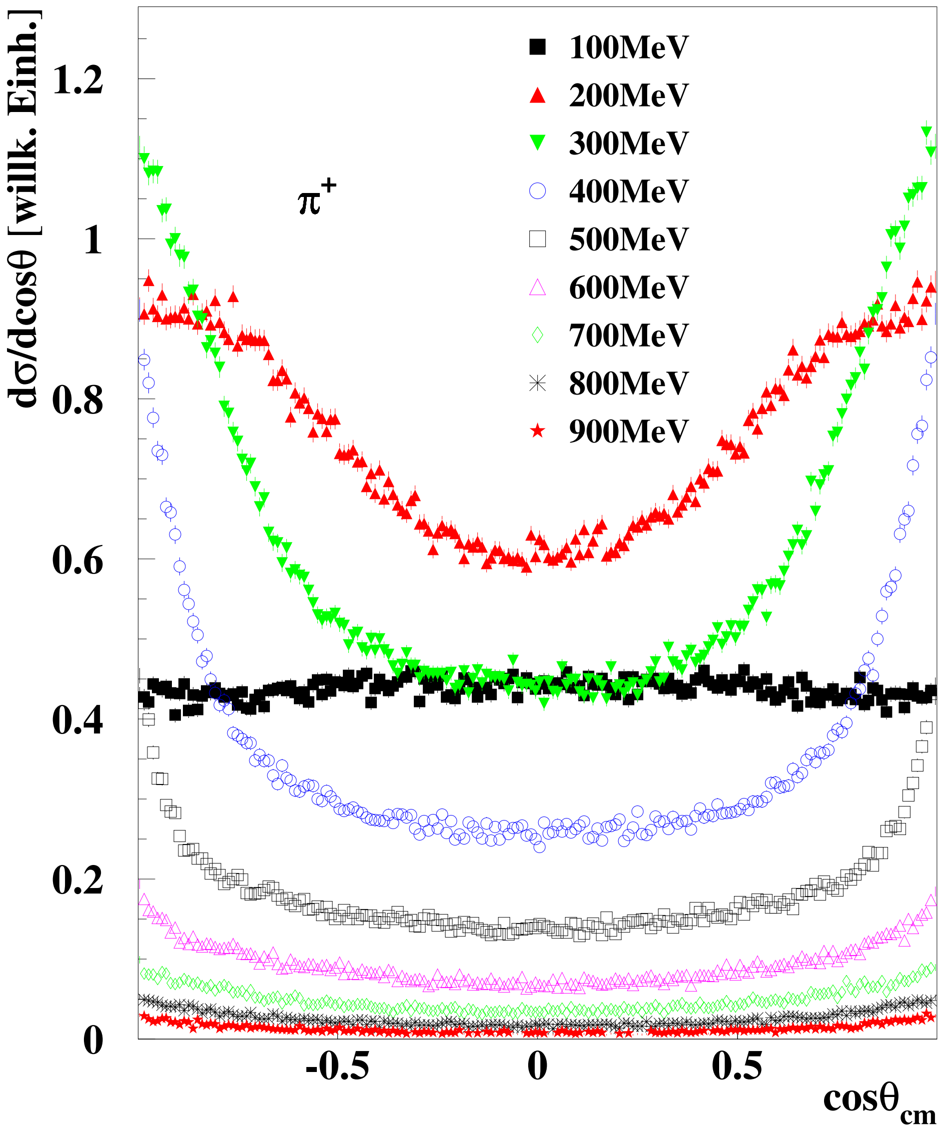

Abbildung 4.8: Die Winkelverteilung der mit UrQMD simulierten π^+ als Funktion der Energie.

Kapitel 5

Diskussion

5.1 Pionenerzeugung

Die Strahlenergie von 1,5 GeV pro Nukleon liegt weit über der Energieschwelle für die Pionenproduktion in freien Nuklon-Nukleon-Stößen (290 MeV). Der Anteil der direkten S-Wellen-Pionenproduktion über den Prozeß $N + N \rightarrow N + N + \pi$ ohne Anregung eines Zwischenzustandes nimmt jenseits dieser Produktionsschwelle rasch ab, und im Energiebereich um 1,5 GeV/Nukleon ist die resonante P-Wellen-Produktion der wichtigste Prozeß. Dafür kommen hauptsächlich die beiden leichtesten baryonischen Resonanzen $\Delta(1232)P_{33}$ und $\mathrm{N}^*(1440)P_{11}$ in Frage (P-Wellen mit Isospin und Gesamtdrehimpuls $\frac{3}{2}$ bzw. $\frac{1}{2}$). Diese zerfallen sehr schnell ($\tau_\Delta \approx 1{,}6\,\mathrm{fm}, \tau_{N^*} \approx 0{,}6\,\mathrm{fm}$), so daß sie nicht direkt nachweisbar sind sondern nur über die koinzidente Messung ihrer Zerfallsprodukte [44, 45]. Der Anstieg der Pionenspektren bei niederen Energien kann mit der Zerfallskinematik von Resonanzen erklärt werden [24]. Beide zerfallen zum Großteil in ein Nukleon und ein Pion. Beim Zerfall des Δ_{33} entsteht mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% ein Pion, beim N^*-Zerfall in mehr als 90% der Zerfälle. Darin ist der Zweipionenzerfallskanal des N^* enthalten, der 30–40% ausmacht [46]. Tabelle 5.1 faßt die wichtigen Eigenschaften dieser beiden Resonanzen zusammen. Die Anregung höherer baryonischer Resonanzen und Mesonresonanzen ist bei einer Energie von 1,5 GeV/Nukleon vernachlässigbar.

Die Pionenproduktion über die Delta-Resonanz erfolgt in zwei Stufen:

$$\begin{aligned} &\text{Resonanzanregung:} && NN \rightarrow N\Delta \\ &\text{Resonanzzerfall:} && \Delta \rightarrow N\pi \end{aligned}$$

Die Produktion über N^* verläuft analog, ihr Anteil an der gesamten Pionenproduktion ist allerdings gering. In der Simulation von C+C-Stößen bei 1,0 AGeV mit UrQMD liegt das N^*/Δ-Verhältnis bei etwa 10%, für Au+Au-Kollisionen bei 1,5 AGeV bei etwa 15%.

In Kern-Kern-Stößen ist dieser Ablauf von der umgebenden Kernmaterie beeinflußt [47]. Ist der Endzustand des Nukleons im Ausgangskanal bereits besetzt, ist der Zerfall einer angeregten Resonanz durch das Pauli-Prinzip blockiert. Die führt zu einer Verlängerung der Lebensdauer der Resonanz bzw. zu einer Verringerung der Zerfallsbreite. Zudem kann die Resonanz noch bevor sie zerfällt mit einem weiteren Nukleon kollidieren und dabei über $\Delta N \rightarrow NN$ wieder absorbiert werden oder andere Teilchen als Pionen erzeugen. Dies führt zu einer Verminderung der Resonanzlebensdauer.

5.2 Pionenabsorption

Pionen können die Reaktionszone nicht ungestört verlassen. Abhängig von ihrer kinetischen Energie wechselwirken sie durch elastische und inelastische Streuung mit den umgebenden Nukleonen und können absorbiert werden. Die Pionenabsorption geschieht wie die Produktion in zwei Schritten:

$$\begin{aligned} \pi\text{-Absorption:} \quad & \pi N \rightarrow \Delta \\ \Delta\text{-Absorption:} \quad & \Delta N \rightarrow NN \end{aligned}$$

Die eigentliche Pionenabsorption findet erst mit der Absorption der Resonanz statt. Zerfällt diese statt dessen, wird das Pion reemittiert, was elastischer Pion-Nukleon-Streuung entspricht. Abbildung 5.1 zeigt den totalen und den elastischen Wirkungsquerschnitt der π^+p-Streuung als Funktion des Pionenimpulses im Laborsystem [46]. Der von den in dieser Arbeit ausgewerteten Pionenspektren abgedeckte Impulsbereich liegt im Bereich des Resonanzmaximums. Dies entspricht im Pion-Proton-Schwerpunktssystem der Masse der Deltaresonanz mit 1230 MeV. Bei einem Pionenlaborimpuls unterhalb von ca. 700 MeV findet ausschließlich elastische Streuung über die Δ-Resonanz statt:

$$\pi^+p \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow \pi^+p \ ,$$

bei höheren Schwerpunktsenergien ist auch die Anregung höherliegender Resonanzen mit anderen Zerfallskanälen möglich. Daher sind, wie bereits in Kapitel 4.3 erwähnt, hochenergetische Pionen von Bedeutung für die Produktion schwererer Teilchen, wie z.B Kaonen.

Im ersten Resonanzmaximum beträgt der Wirkungsquerschnitt für π^+p-Streuung ungefähr 200 mbarn (für π^-p-Streuung sind es ca. 70 mbarn). Bei normaler Kerndichte von ρ_0=0,17 fm^{-3} entspricht das einer mittleren freien Weglänge von etwa 0,3 fm (0,9 fm). Der Radius eines Goldkerns dagegen beträgt etwa 6,5 fm, Pionen können daher die Reaktionszone nicht ohne Wechselwirkung mit der umgebenden Kernmaterie verlassen. Sie werden dabei nicht nur gestreut, sondern können auch wie oben beschrieben absorbiert werden, wenn die für kurze Zeit erzeugte Resonanz vor dem Zerfall auf ein weiteres Nukleon trifft. In Kernmaterie hat der totale Wirkungsquerschnitt der π^+p-Streuung daher auch im Energiebereich der Δ(1232)-Resonanz einen inelastischen Anteil. Mit einer UrQMD-Simulation von C+C bei 1,0 AGeV wurde dieser Anteil auf etwa 10%, im schwereren System Au+Au bei 1,5 AGeV auf etwa 20% geschätzt.

Zusätzlich verändert die Fermibewegung ($p_{Fermi} \approx 250$ MeV, $E_{Fermi} \approx 30$ MeV) [48] der Nukleonen im Kern den Wirkungsquerschnitt in Abbildung 5.1. Trifft ein Pion auf ein nichtruhendes Nukleon, hängt die zur Verfügung stehende Schwerpunktsenergie von der Orientierung des Fermiimpulses relativ zum Impuls des Pions ab. Sie kann sowohl höher als auch niedriger liegen als beim freien π-N-Stoß.

5.3 Polare Winkelverteilungen

Aufgrund der Produktion über P-Wellen-Resonanzen werden Pionen in freien Nukleon-Nukleon-Stößen bevorzugt unter $\theta_{cm} = 0°$ und $\theta_{cm} = 180°$ emittiert [49, 50]. Die auch in Kern-Kern-Reaktionen beobachtete polare Anisotropie der Pionenemission (siehe Kapitel 3.2) wird teilweise darauf zurückgeführt [30, 28, 51].

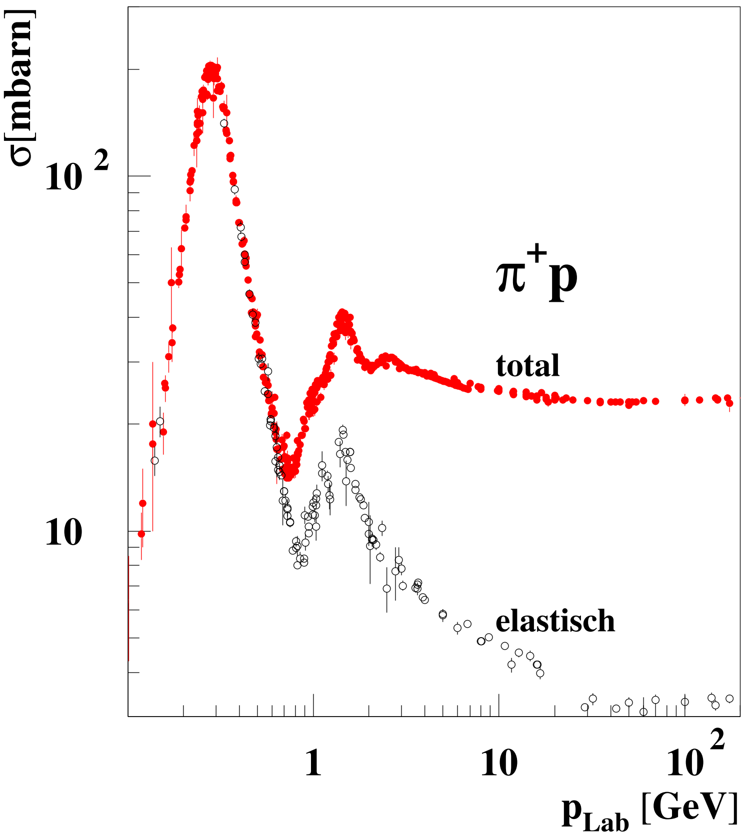

Abbildung 5.1: Der totale und elastische Wirkungsquerschnitt der π^+p-Streuung als Funktion des Pionenimpulses [46].

Vor allem in peripheren Stößen bewirkt der ins System eingebrachte Drehimpuls eine Vorzugsrichtung der Spinorientierung und damit eine winkelabhängige Pionenemission. In zentralen Kollisionen ist eine statistische Ausrichtung der Spins zu erwarten, was zu einer flacheren Winkelverteilung führt.

Die Wechselwirkung der in der Reaktion produzierten Pionen mit den umgebenden, nicht an der Reaktion beteiligten Nukleonen (Spektatoren) wird als eine weitere mögliche Ursache der in Kapitel 3.2 diskutierten polaren Winkelverteilung interpretiert. Sie könnte dadurch entstehen, daß die Spektatoren senkrecht zur Strahlachse emittierte Pionen abschatten [30, 28, 51].

Auch dieser Abschattungseffekt betrifft vor allem periphere Kollisionen, da es in zentralen Stößen keine Spektatormaterie gibt. Die erzeugten Pionen wechselwirken nur mit an der Reaktion beteiligten Nukleonen. In einem massensymmetrischen System kann deren Verteilung als unabhängig vom Polarwinkel θ angenommen werden. Daher hat die Pionenemission keine ausgeprägte Richtungsabhängigkeit und die Winkelverteilung in zentralen Stößen ist flacher als in peripheren.

5.4 Der Einfluß der Resonanzzerfallsbreiten im UrQMD-Modell

Da im UrQMD-Modell keine direkte Teilchenproduktion enthalten ist, und alle Teilchen über Resonanzen produziert werden [1], ist deren Zerfallsbreite bzw. ihre Lebensdauer von großer Bedeutung bei der Simulation der Pionenproduktion. Resonanzen werden wie allgemein üblich als Breit-Wigner-Verteilungen

$$A(m) = \frac{1}{N}\frac{4m_R\Gamma}{(m^2 - m_R^2) + m_R^2\Gamma^2} \tag{5.1}$$

parametrisiert. Dabei normiert N die Verteilung auf 1, m ist die tatsächliche Masse, m_R die Nominalmasse und Γ die Zerfallsbreite. Letztere ist in UrQMD wahlweise auf einen Wert Γ_R fixiert oder massen- und impulsabhängig durch

$$\Gamma(m) = 1,2 \cdot \frac{m_R}{m}\left(\frac{p(m)}{p(m_R)}\right)^{(2l+1)} \frac{\Gamma(m_R)}{1 + 0,2 \cdot \left(\frac{p(m)}{p(m_R)}\right)^{2l}} \tag{5.2}$$

beschrieben, wobei p der Impuls im Schwerpunktssystem und l die Drehimpulsquantenzahl ist. Gleichung 5.2 ist der Spezialfall einer Resonanz mit nur einem Zerfallskanal, für Resonanzen mit mehreren Ausgangskanälen wird über die Partialbreiten summiert. Für P-Wellen wie das $\Delta(1232)$ und das $N^*(1440)$ gilt $l = 1$. Die Parametrisierung ist so gewählt, daß $\Gamma(m_R) = \Gamma_R$. Im UrQMD-Modell verwandt wird $\Gamma_R = 115\,\text{MeV}$ für die $\Delta(1232)$-Resonanz und $\Gamma_R = 200\,\text{MeV}$ für die $N^*(1440)$-Resonanz (vgl. Tabelle 5.1).

Der Zerfallszeitpunkt einer einzelnen Resonanz wird im Modell einer mit der Lebenszeit τ exponentiell abfallenden Verteilung

$$\frac{dN}{dt} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{5.3}$$

folgend gewürfelt. Die Lebensdauer τ wird meist als das Inverse der Zerfallsbreite Γ dargestellt, so auch im UrQMD-Modell. Die Standardeinstellung ist $\tau = 1/\Gamma_R$ (vgl. Tabelle A.2), als zusätzliche Option ist es möglich, mit $\tau = 1/\Gamma(m)$ die Massenabhängigkeit der Zerfallsbreite zu berücksichtigen. Abbildung 5.2 zeigt einen Vergleich von mit diesen beiden Optionen simulierten π^+-Spektren für das System Au+Au bei 1,5 AGeV. Aufgetragen ist für das Beipiel $\theta_{Lab} = 40°$ das Verhältnis des differentiellen Pionenwirkungsquerschnitts simuliert mit massenabhängiger Zerfallszeit $1/\Gamma(m)$ zur Simulation mit fester Zerfallszeit $1/\Gamma_R$ als Funktion der kinetischen Energie im Schwerpunktssystem. Bei hohen Energien ist die simulierte Pionenmultiplizität mit beiden Optionen etwa gleich. Bei niedriger Pionenenergie ist das Verhältnis kleiner als 1, d.h. in der Simulation, in der die Massenabhängigkeit der Zerfallsbreite nicht berücksichtigt ist, entstehen mehr Pionen mit kinetischer Energie $E_{kin} < 0,15\,\text{GeV}$. Ein solches Verhalten zeigen alle π^+- und π^--Spektren bei allen Laborwinkeleinstellungen.

Abbildung 5.3 von H. Weber [9] verdeutlicht den Zusammenhang zwischen der Lebensdauer τ einer Resonanz und ihrer Masse für beide Optionen. Im Falle massenabhängiger Lebensdauer bzw. Zerfallsbreite leben leichte Resonanzen, die zur Produktion niederenergetischer Pionen beitragen, länger. Dies führt zu einer Erhöhung der Pionenabsorption bzw. einer Verringerung des Wirkungsquerschnitts der Pionenproduktion.

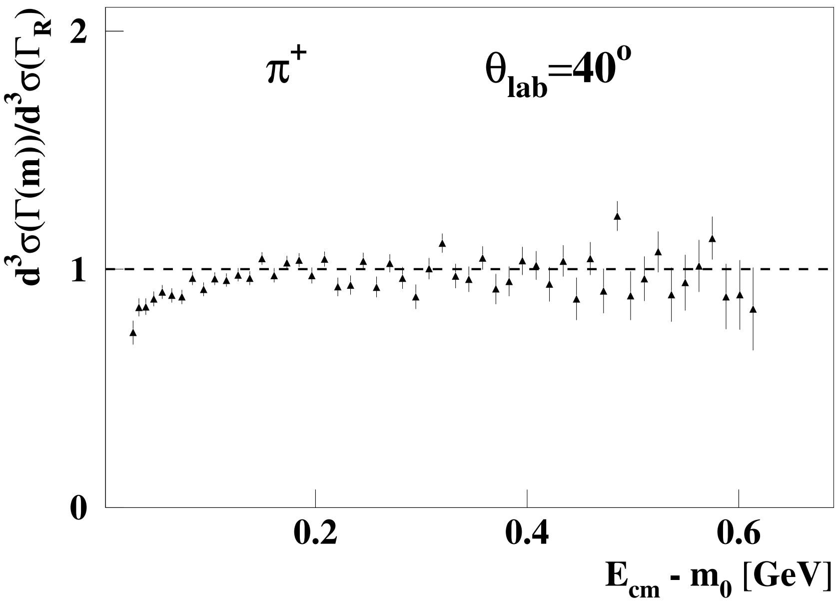

Abbildung 5.2: Das Verhältnis der differentiellen π^+-Wirkungsquerschnitte simuliert mit $\tau = 1/\Gamma(m)$ und $\tau = 1/\Gamma_R$ als Funktion der kinetischen Energie für $\theta_{Lab} = 40°$.

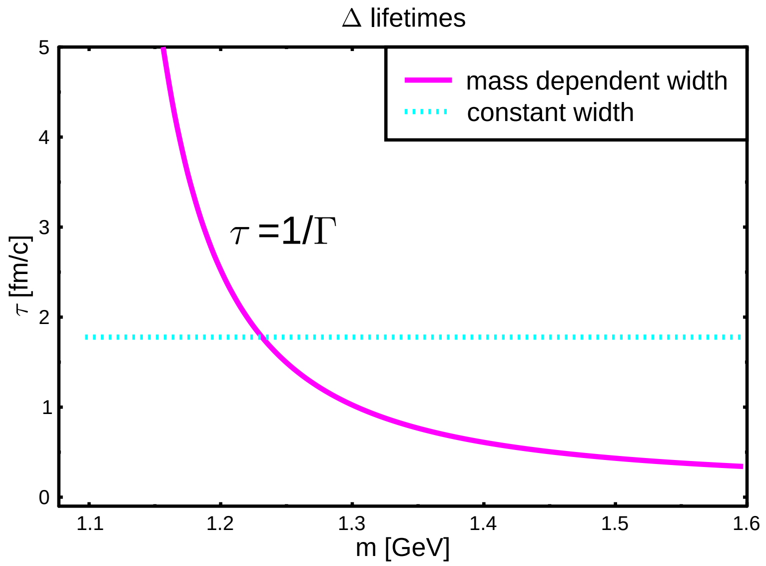

Abbildung 5.3: Der Zusammenhang zwischen Resonanzlebensdauer und Masse im UrQMD-Modell. Die Lebensdauer τ ist das Inverse der Zerfallsbreite Γ, die als konstant oder massenabhängig angenommen wird. Die Abbildung ist Referenz [9] entnommen.

Die Standardeinstellung $\tau = 1/\Gamma_R$ = konstant wird der besseren Übereinstimmung mit den experimentellen Spektren wegen in allen Rechnungen dieser Arbeit benutzt, die Abbildungen 4.2 und 4.4 zeigen dennoch eine Unterschätzung der Pionenproduktion bei kleinen Impulsen im Vergleich mit gemessenen Wirkungsquerschnitten.

Ein in [52] vorgeschlagener Formalismus ermittelt den Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Zerfallsbreite im Rahmen einer Partialwellenzerlegung und Streuphasenanalyse, die Implementierung in UrQMD ist jedoch bisher nicht fertiggestellt [53].

Einige theoretische Modelle erwarten, daß die Eigenschaften der Delta-Resonanzen, die in Kern-Kern-Raktionen entstehen, sich von denen freier Resonanzen unterscheiden [47, 54, 55]. Insbesondere eine Massenverschiebung hin zu kleineren Massen sowie veränderte Zerfallsbreiten wurden vorhergesagt, zum Beispiel im BUU-Modell eine Verbreiterung bis zu 20% [47] oder im IQMD-Modell eine Verringerung der Breite [55] in zentralen Stößen. Wie bereits erwähnt, kann eine Verringerung der Zerfallsbreite ihre Ursache im Pauli-Prinzip haben, das den Zerfall blockiert, eine Verbreiterung in der vorzeitigen Absorption von Resonanzen. Welcher dieser Effekte überwiegt, kann von der Stoßzentralität oder der Größe des untersuchten Systems sowie der Strahlenergie abhängen.

In Proton-Kern-Stößen wurden für die Systeme p+C, p+Nb und p+Pb bei Strahlenergien von 0,8 GeV und 1,6 GeV Δ^{++}-Resonanzen mithilfe von Proton-π^+-Korrelationen sowie Δ^0-Resonanzen mit Proton-π^--Korrelationen untersucht [44]. Es wurde eine Verschiebung der Delta-Masse um bis zu 60 MeV zu kleineren Massen hin beobachtet, die als kinematischer Effekt infolge von Streuung interpretiert wird. Bei 0,8 AGeV sind die erhaltenen Werte der Zerfallsbreite Γ kleiner als der Wert für freie Resonanzen, ebenso für das schwerere System p+Pb. Im Falle der beiden leichteren Systeme wurde bei der höheren Strahlenergie 1,6 AGeV eine um bis zu 40 MeV größere Breite gefunden.

Gleichfalls die Δ^{++}- und die Δ^0-Resonanz wurden in ^{58}Ni+Cu-Stößen bei 1,97 AGeV untersucht [56]. Das Ergebnis war eine mit der Stoßzentralität zunehmende Zerfallsbreite, die bis zu ± 20 MeV von den in [56] angenommenen Wert 120 MeV für freie Resonanzen abwich, sowie eine ebenfalls bei zentralen Stößen stärkere Massenverringerung um bis zu 70 MeV. Stoßparameterintegriert betrachtet ergaben sich für die Zerfallsbreiten keine Abweichungen von den Breite freier Resonanzen.

In einem weiteren Experiment zur Δ^{++}-Produktion wurden in C+C-Kollisionen bei einem Strahlimpuls von 4,2 AGeV [57] eine verringerte Breite von $\Gamma = 87$ MeV ohne eine Verschiebung der Masse beobachtet. Der Anteil des Δ^{++} an der gesamten Pionenproduktion wurde auf 72% geschätzt. Die Berechnung aus den Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Isospinkopplung ergibt in guter Übereinstimmung mit diesem Wert eine 75%ige Wahrscheinlichkeit für die π^+-Produktion in Nukleon-Nukleon-Stößen über das Δ^{++}.

Tabelle 5.1 zeigt die in UrQMD implementierten Zerfallsbreiten Γ der $\Delta(1232)$- und der $N^*(1440)$-Resonanz sowie tabellierte experimentelle Werte [46]. Die Zerfallsbreite ist ein von außen variierbarer Parameter des Resonanzzerfalls im UrQMD-Modell. Sie kann ausgehend von den in Tabelle 5.1 angegebenen Werten beliebig skaliert werden (vgl. Tabelle A.1).

Diese Skalierung wird mit den Faktoren 2 und $\frac{1}{2}$ durchgeführt, um den Einfluß auf die Spektren zu untersuchen. Die Skalierung mit $\frac{1}{2}$ führt zu einer Verringerung des Pionenproduktionswirkungsquerschnitts bei niedrigen Pionenimpulsen und vergrößert die Differenz zwischen Messung und Rechnung. Die bessere Übereinstimmung ergibt eine Verbreiterung der Resonanzverteilung auf das Doppelte der ursprünglichen Werte. Sie be-

	$\Delta(1232)$ [46]	$\Delta(1232)$ (UrQMD)
Γ_R[MeV]	115–125 (~ 120)	115
$\Gamma_\pi/\Gamma_{Total}$	$> 0,99$	1,0
	N*(1440) [46]	N*(1440) (UrQMD)
Γ_R[MeV]	250–450 (~ 350)	200
$\Gamma_\pi/\Gamma_{Total}$	$> 0,90$	1,0

Tabelle 5.1: Eigenschaften von $\Delta(1232)P_{33}$ und $N^*(1440)P_{11}$ nach [46] und im UrQMD-Modell verwendete Werte [9].

wirkt eine Zunahme des differentiellen Pionenproduktionswirkungsquerschnitts im Bereich $E_{kin} < 0,3\,\mathrm{GeV}$, hat jedoch kaum Einfluß auf die Verteilung hochenergetischer Pionen. Dies zeigt Abbildung 5.4. Abbildung 5.5 zeigt in der oberen Hälfte zur besseren Veranschaulichung für das Beispiel π^+ bei $\theta_{Lab} = 40°$ das Verhältnis der mit Skalierung der Resonanzbreiten berechneten differentiellen Wirkungsquerschnitte zur Rechnung ohne Skalierung. Der Quotient nimmt für $E_{kin} < 0,2\,\mathrm{GeV}$ zu, die Skalierung führt zu einem höheren Produktionswirkungsquerschnitt für niederenergetische Pionen. Die untere Hälfte von Abbildung 5.5 zeigt das Verhältnis des experimentellen Pionenwirkungsquerschnitts zur Rechnung mit und ohne Skalierung. Für $E_{kin} > 0,2\,\mathrm{GeV}$ ist kein Unterschied zwischen den Rechnungen erkennbar, für kleinere Pionenenergien liegt der Quotient für die Rechnung mit skalierter Breite näher bei 1.

Die nach Gleichung 3.5 unter Annahme von Isotropie integrierten Produktionswirkungsquerschnitte nehmen infolge des höheren differentiellen Wirkungsquerschnitts bei kleineren Pionenenergien zu, liegen aber noch unter den experimentellen Ergebnissen, wie Tabelle 5.2 zeigt. Das π^-/π^+-Verhältnis nimmt leicht ab von $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1,68 \pm 0,01$ auf $\sigma(\pi^-)/\sigma(\pi^+) = 1,64 \pm 0,01$.

Eine Veränderung der Zerfallsbreite beeinflußt sowohl die Population der Verteilung nach Gleichung 5.1 als auch den Zerfall mit $\tau = 1/\Gamma_R$. Leben die Resonanzen weniger lang, sinkt die Wahrscheinlichkeit der Absorption und es entstehen insgesamt mehr Pionen. Die Erzeugung von mehr Pionen mit kleinen Impulsen deutet darauf hin, daß mehr Resonanzen mit niedriger Masse enstehen, die zur Produktion von Pionen mit geringer kinetischer Energie beitragen.

Ein weiterer Effekt besteht darin, daß die mit der größeren Zerfallsbreite einhergehende verringerte Lebensdauer mehr aufeinanderfolgende Generationen von Resonanzen bewirkt. Werden insgesamt mehr Resonanzen produziert, dem Gesamtsystem aber nicht mehr Energie zugeführt, nimmt der Anteil leichter Resonanzen zu, vor allem in der späten Phase der Reaktion, in der niederenergetische Pionen entstehen [5].

Ein Einfluß der Skalierung auf die Verteilung hochenergetischer Pionen ist nicht erkennbar. Der Einfluß der Resonanzzerfallskinematik auf diese ist weniger dominant, da sie in einer früheren Phase der Reaktion entstehen [5] und stärker mit der umgebenden Kernmaterie wechselwirken. Von den nachfolgenden Delta-Generationen bleiben sie unbeeinflußt.

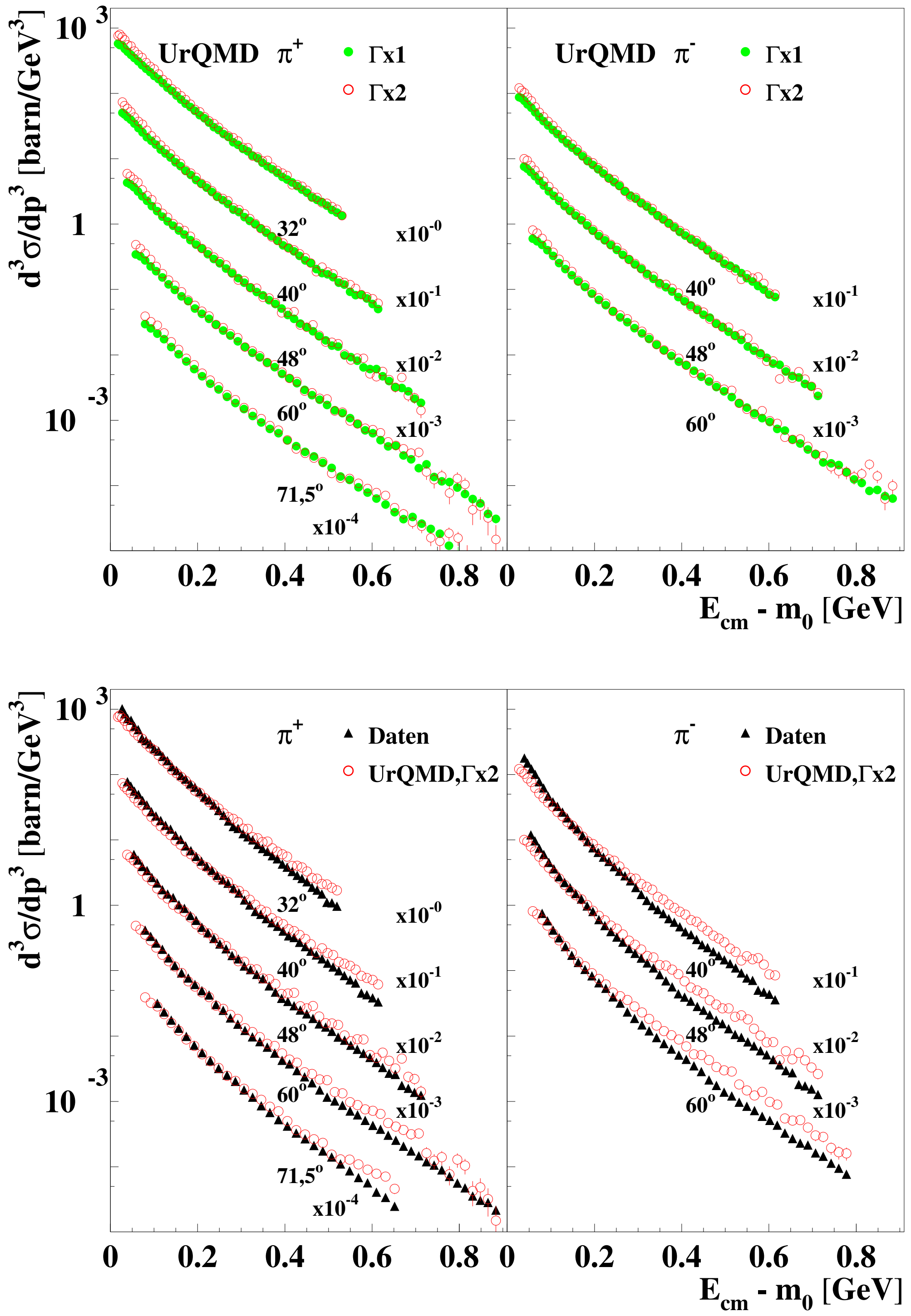

Abbildung 5.4: Der Einfluß der Zerfallsbreiten auf die Spektrenform. Oben: Vergleich simulierter Pionenverteilungen im Schwerpunktssytem mit um einen Faktor 2 skalierten Resonanzbreiten und ohne Skalierung. Unten: Vergleich simulierter Pionenverteilungen mit skalierten Resonanzbreiten mit den experimentellen Verteilungen.

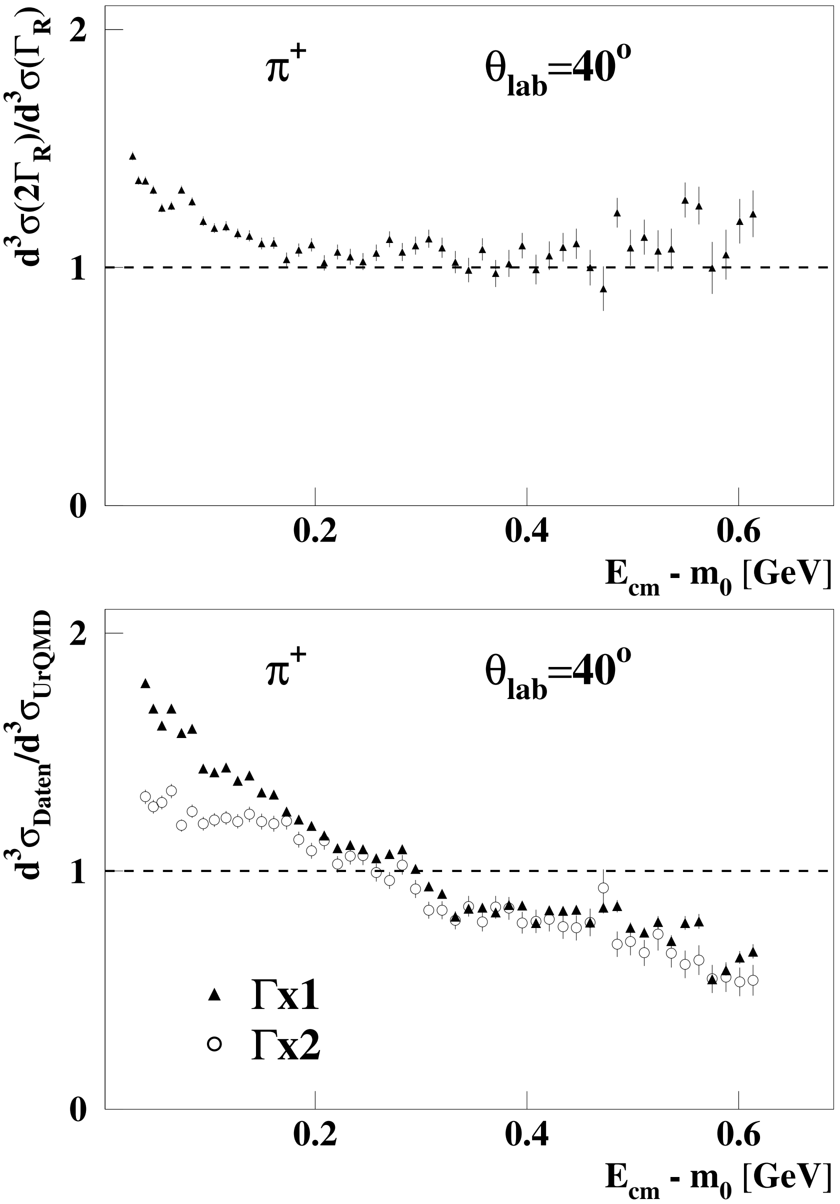

Abbildung 5.5: Oben: Das Verhältnis der gerechneten differentiellen π^+-Wirkungsquerschnitte für $\theta_{Lab} = 40°$ mit bzw. ohne Skalierung der Resonanzerfallsbreiten. Unten: Verhältnis von Daten zu Rechnungen mit und ohne Skalierung, ebenfalls für $\theta_{Lab} = 40°$

π^+	$\sigma_{iso}^{2\Gamma_R}$	$\sigma_{iso}^{\Gamma_R}$	$\sigma_{iso}^{\text{Daten}}$
32°	33,9 ± 0,3	28,8 ± 0,1	35,7 ± 0,5
40°	31,7 ± 0,3	27,0 ± 0,1	35,7 ± 0,4
48°	32,1 ± 0,4	27,2 ± 0,1	35,1 ± 0,5
60°	36,2 ± 0,6	29,8 ± 0,2	38,2 ± 0,7
71,5°	42.3 ± 0,9	34,2 ± 0,3	48,4 ± 1,9
π^-	$\sigma_{iso}^{2\Gamma_R}$	$\sigma_{iso}^{\Gamma_R}$	$\sigma_{iso}^{\text{Daten}}$
40°	51,7 ± 0,4	45,2 ± 0,1	62,0 ± 1,0
48°	52,4 ± 0,5	45,5 ± 0,1	57,9 ± 1,1
60°	59,8 ± 1,0	50,5 ± 0,2	60,6 ± 1,2

Tabelle 5.2: Die unter der Annahme isotroper Emission integrierten Produktionswirkungsquerschnitte von π^+ und π^- in UrQMD-Rechnungen mit um einen Faktor 2 skalierten Resonanzzerfallsbreiten und ohne Skalierung verglichen mit den experimentellen Ergebnissen. Die kleineren Fehler der Simulationsergebnisse ohne skalierten Resonanzbreiten resultieren aus größerer Statistik. Der systematische Fehler der experimentellen Wirkungsquerschnitte beträgt 8%.

Im Vergleich mit den experimentellen Spektren scheint eine größere Zerfallsbreite der Resonanzen zuerst sinnvoll. Allerdings deutet eine Verbreiterung um 100%, die zur Beschreibung des Wirkungsquerschnitts niederenergetischer Pionen nötig ist, eher darauf hin, daß die im UrQMD-Programm enthaltene Beschreibung der Verbesserung bedarf. Experimentelle Beobachtungen von veränderten Resonanzzerfallsbreiten liegen bei weniger als 40% [44, 56, 57], wobei die Unsicherheit in dem zugrundeliegenden Wert für freie Resonanzen (vgl. Tabelle 5.1) zu berücksichtigen ist. Zudem erreicht die Skalierung der Resonanzbreiten keine verbesserte Beschreibung des Wirkungsquerschnitts hochenergetischer Pionen. Eine quantenmechanisch korrekte Implementierung der Pionenproduktion im UrQMD-Modell steht somit noch aus.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Produktion positiv und negativ geladener Pionen im System Au+Au bei einer kinetischen Strahlenergie von 1,5 GeV pro Nukleon. Diese Daten wurden im Juli 1998 mit dem Kaonenspektrometer KaoS gemessen. Es liegen π^--Spektren bei drei verschiedenen Laborwinkeln ($\theta_{Lab} = 40°, 48°, 60°$) vor sowie π^+-Spektren bei fünf Laborwinkeln($\theta_{Lab} = 32°, 40°, 48°, 60°, 71, 5°$). Die Spektren können als Funktion der Energie im Nukleon-Nukleon-Schwerpunktssystem mit der Summe zweier Boltzmannverteilungen beschrieben werden, deren Steigung sich ebenso wie der unter Annahme isotroper Emission im Schwerpunktssytem integrierte Wirkungsquerschnitt mit dem Laborwinkel ändert.

Als mögliche Ursache dieses Verhaltens wird untersucht, ob eine polare Anisotropie der Emission vorliegt. Eine solche wurde in früheren Experimenten [49, 50] für die Pionenproduktion in Proton-Proton-Stößen gefunden und als Effekt der p-Wellen-Produktion von Pionen interpretiert, bei der als Zwischenschritt eine Resonanz, zumeist eine Δ-Resonanz, angeregt wird. Die Zerfallskinematik dieser Resonanzen bewirkt duch ihren Drehimpuls eine Winkelverteilung der emittierten Pionen [24]. In Kern-Kern-Stößen führt die Abschattung von Pionen durch nicht an der Reaktion teilnehmende Nukleonen zu einer zusätzlichen Richtungsabhängigkeit der Emission.

Unter der Annahme, daß Energie- und Winkelabhängigkeit separierbar sind, wird in einem einfachen Modell der Winkelanteil des differentiellen Wirkungsquerschnitts als Funktion des Kosinus des Schwerpunktswinkels mit einer Parabelform beschrieben. Um den Anpassungsparameter a_2, der die Stärke der Anisotropie quantifiziert, zu ermitteln, stehen zwei Methoden zur Verfügung, die simultane Anpassung der bei festem Laborwinkel gemessenen Spektren und der Vergleich mit einer durch Schnitte durch die Laborimpulsspektren erzeugten Verteilung bei $\theta_{cm} = 90°$. Beide Verfahren ermitteln erfolgreich den Anisotropieparameter aus in einer Monte-Carlo-Simulation erzeugten Spektren mit parabelförmiger Winkelverteilung. Die mit beiden Methoden ermittelten a_2-Werte stimmen für π^+ wie für π^- im Rahmen der Fehler überein. Die Winkelverteilung der π^+ ist mit $a_2 = 0, 7 \pm 0, 1$ stärker ausgeprägt als die der π^- mit $a_2 = 0, 4 \pm 0, 1$, beide werden bevorzugt unter $\theta_{cm} = 0°$ und $\theta_{cm} = 180°$ emittiert. Allerdings zeigt sich in beiden Methoden eine starke Abhängigkeit von der Phasenraumabdeckung der Daten und beide sind nicht geeignet, eine Abhängigkeit des Anisotropieparameters von der Pionenenergie zu ermitteln.

Die gute Statistik erlaubt eine Auswertung der Pionenspektren in acht Zentralitätsklassen. Die Einteilung erfolgt nach Anteilen am experimentell bestimmten Reaktionswirkungsquerschnitt. Für jede Klasse wird nach einem geometrischen Modell die mittlere Zahl $\langle A_{Part} \rangle$ der an der Reaktion beteiligten Nukleonen berechnet. Die Pionenmultiplizität steigt etwa linear mit der Zahl der Partizipanten an, das Verhältnis der Multiplizitäten von π^+ und π^- ist als Funktion von $\langle A_{Part} \rangle$ konstant.

Die ausgewerteten Daten werden mit der Vorhersage eines theoretischen Modells verglichen, die hierfür benötigten Rechnungen werden mit der Version 1.3 des Ultrarelativistische Quantenmolekulardynamik-Modells (UrQMD, [7, 8]) selbst durchgeführt. Die Form der simulierten Verteilungen weicht für π^+ und π^- in gleicher Weise von den experimentellen Ergebnissen ab. Der differentielle Wirkungsquerschnitt wird für Pionen niedriger Energie unter-, für Pionen höherer Energie dagegen überschätzt. Die Abweichung betragen bis zu 50%.

In der Standardeinstellung des Modells ist kein Coulombpotential enthalten. Dies ist aber als Ursache der Abweichungen auszuschließen, da selbige beim Mitteln der π^+- und π^--Spektren bestehen bleiben. Es können optional ein Coulombpotential, ein Yukawapotential und eine nicht-relativistische Skyrme-Zustandsgleichung von Kernmaterie berücksichtigt werden, allerdings nur gleichzeitig. Eine getrennte Untersuchung der Auswirkungen der einzelnen Potentiale ist nicht möglich. Das Zuschalten all dieser Potentiale jedoch zeigt keinen Einfluß auf die theoretischen Pionenverteilungen.

Die mit denselben Verfahren wie aus den Daten ermittelte Winkelverteilung ist für die simulierten π^+ und π^- gleich, wenn die gleiche Zahl von Spektren in die Anpassung eingeht. Das Ergebnis hängt jedoch auch hier wieder stark vom betrachteten Winkelbereich ab, bzw. von der Zahl der bei der Anpassung berücksichtigten Spektren. Die Auftragung der Pionenmultiplizität ohne Beschränkung auf die von den Messungen abgedeckten Laborwinkelbereiche als Funktion von $\cos\theta_{cm}$ weist starke Abweichungen von einer Parabelform auf. Die Beschreibung mit einem zweiten Anisotropieparameter a_4 liefert ein besseres Ergebnis.

Auch die Untersuchung der Energieabhängigkeit der Anisotropie ist mit der Simulation möglich. Sie reicht von einer leichten Überhöhung der Emission bei Pionen mit sehr niedriger Energie $50\,\mathrm{MeV} < E_{cm} < 150\,\mathrm{MeV}$ über eine stark ausgeprägte Überhöhung bei $\theta_{cm} = 0°$ und $\theta_{cm} = 180°$ bei mittleren Energien im Bereich $150\,\mathrm{MeV} < E_{cm} < 650\,\mathrm{MeV}$ bis zu fast isotroper Emission bei den höchsten Energien $650\,\mathrm{MeV} < E_{cm}$.

Die Erzeugung von Pionen geschieht im UrQMD-Modell ausschließlich über Resonanzen. Diese Vereinfachung ist im Energiebereich um 1,5 AGeV gerechtfertigt, da die resonante Produktion tatsächlich der dominante Prozeß ist. Daher wird der Einfluß der Resonanzeigenschaften auf die Pionenverteilungen untersucht. Verschiedene Theorien sagen eine Modifikation dieser Eigenschaften in Kern-Kern-Stößen voraus, insbesondere eine Massenverschiebung zu kleineren Massen als der freier Resonanzen und eine Veränderung der Zerfallsbreite. Experimentelle Ergebnisse bestätigen dies, wenn sich auch die für verschiedene Systeme und Strahlenergien erhaltenen Resultate teilweise widersprechen.

Zugänglicher Parameter zur Veränderung der Resonanzeigenschaften ist im UrQMD-Modell die Zerfallsbreite. Um eine bessere Übereinstimmung mit den Daten zu erreichen, wird diese sowohl auf die Hälfte der ursprünglich implementierten Werte verringert als auch verdoppelt. Die Skalierung mit 2 bewirkt eine verbesserte Beschreibung der Spektren bei niedrigen Energien. Auf die Verteilung hochenergetischen Pionen hat sie keinen Einfluß. Die Gesamtzahl produzierter Pionen nimmt zu. Dies deutet darauf hin, daß mehr leichte

Resonanzen entstehen, also auf eine Verschiebung zu kleinerer Masse, was zu einer höheren Produktion niederenergetischer Pionen führt.

Aufbauend auf dieser Arbeit wäre als weiterer Schritt eine Untersuchung der tatsächliche Massenverteilung der in der Simulation produzierten Resonanzen interessant, um die Hypothese einer Massenverschiebung im Modell überprüfen. Prinzipiell ermöglicht es die Simulation, diese in verschiedenen Phasen der Reaktion zu betrachten. Gleichfalls von Interesse wäre der Einfluß des im Modell abschaltbaren Pauli-Prinzips (vgl. Tabelle A.2) auf die Lebensdauer der Resonanzen und damit auf die Pionenproduktion.

Zusammenfassend ist H. Weber und seinen Koautoren recht zu geben, die in einem ausführlichen Vergleich des UrQMD-Modelles und eines weiteren Transportmodells, der Hadron-String-Dynamik (HSD) [58], mit experimentellen Ergebnissen feststellen, daß momentan beide Theorien an der Beschreibung der Pionenproduktion scheitern und von „an insufficient accuracy in the description of the pion degrees of freedom by both transport models“ sprechen [6].

Anhang A

Der Standardparametersatz von UrQMD 1.3

Die folgenden Tabellen A.1 und A.2 sind [59] entnommen und listen die im UrQMD-Modell enthaltenen Parameter und Optionen sowie deren Standardeinstellungen auf. Erklärungen zu den einzelnen Optionen und Parametern finden sich in [1, 7, 8, 9]. Die Voreinstellungen von CTOption 2 und von CTOption 24 sind in Tabelle A.2 nicht richtig wiedergegeben, eine korrigierte Version der Programmbeschreibung steht jedoch noch aus. Beide Optionen haben im Programm die Einstellung „0“ nicht „1“ wie angegeben [53].

Für alle in Kapitel 4 und 5 durchgeführten Rechnungen werden, so nicht explizit anders erwähnt, diese Standardeinstellungen beibehalten. Eine Ausnahme bilden die Stoßparameterverteilung (Tabelle A.2, CTOption 5) die in sämtliche Rechnungen mit quadratischer Wichtung eingeht, und die Form der Initialisierung (Tabelle A.2, CTOption 24), die von der Voreinstellung „Harte Kugel“ zu „Woods-Saxon“ geändert ist.

Variiert werden die Zerfallszeiten von Resonanzen (Tabelle A.1, CTParam 1) sowie die Lebensdauern von Resonanzen (Tabelle A.2, CTOption 34) in Kapitel 5. Nicht in den Tabellen aufgeführt ist die Möglichkeit, Yukawa- und Coulombpotential mit einer nicht-relativistischen Skyrme-Zustandsgleichung von Kernmaterie in die Rechnung einzubinden. Das Ergebnis einer solchen Rechnung zeigt Abbildung 4.5.

CTParam(X)	default	function
1	1.d0	scaling factor for resonance widths
2	0.52d0	minimal stringmass and el/inel. cut in `makestr`
3	0.5d0	velocity exponent for modified AQM
4	0.3d0	transverse pion mass, used in `strexct` and `make22`
5	0.0d0	probability for quark rearrangement in cluster
6	0.37d0	strangeness probability in `makestr`
7	0.d0	charm probability (not yet implemented in `UrQMD`)
8	0.093d0	probability to create a diquark
9	0.35d0	kinetic energy cut-off for last string break
10	0.25d0	min. kinetic energy for hadron (in string)
11	0.0d0	percentage of non groundstate resonances (in string)
25	0.9d0	probability for diquark not to break
28	1.d0	scaling factor for transverse fermi motion
29	0.4d0	strange di-quark suppression factor
30	1.5d0	radius offset for initialization
31	1.6d0	σ of Gaussian for transverse momentum transfer
32	0.d0	$\alpha - 1$ for valence quark distribution
33	2.5d0	β_v for valence quark distribution
34	0.1d0	minimal x multiplied with $E_{c.m.}$
35	3.0d0	offset for cut for the FSM
36	0.275d0	fragmentation function parameter a (nucleons)
37	0.42d0	fragmentation function parameter b (nucleons)
38	1.08d0	diquark p_t scaling factor
39	0.8d0	strange quark p_t scaling factor
40	0.5d0	$\beta_s - 1$ for valence quark distribution
41	0.d0	distance between nuclei at initialization
42	0.55d0	width of Gaussian for p_t-distribution in string-fragmentation
43	5.0d0	maximum kinetic energy in mesonic cluster
46	8.0d5	maximum number of rejections during initialization of nuclei
47	1.0d0	Field-Feynman fragmentation func. parameter a (prod. part.)
48	2.0d0	Field-Feynman fragmentation func. parameter b (prod. part.)

Tabelle A.1: Die Parameter von UrQMD 1.3, eine Beschreibung findet sich z.B. in [1, 7, 8, 9]. Die Tabelle ist Referenz [59] entnommen.

CTOption(X)	**default / options**	**description**
1	0	mass dependent resonance decay widths
	0	enabled
	1	disabled
2	1	2-particle scattering plane:
	0	conserve plane
	1	stochastic selection of $\varphi(1,2)$
3	0	detailed balance selection
	0	take finite resonance widths into account
	1	use standard detailed balance
4	0	initial configuration output to file14
	0	output according to `tim` statement
	1	**additional** output of initialization
5	0	impact parameter weighting
	0	use `bmax` as fixed impact parameter
	1	random b from `bmin` to `bmax`, bdb weighted
	2	random b from `bmin` to `bmax`, flat distribution
6	0	first collisions within target/projectile
	0	block first collisions **within** proj./target
	1	all collisions allowed
7	0	suppress elastic NN collisions
	0	elastic collisions are allowed
	1	no elastic NN collisions; $\sigma_{in} = \sigma_{tot}$
8	0	mass dependent partial decay widths
	0	enabled
	1	disabled, use fixed widths
9	0	tabulated p+p inelastic cross sections
	0	enable table-lookup
	1	disable table-lookup
10	0	Pauli-blocker
	0	enable Pauli-blocker
	1	disable Pauli-blocker

CTOption(X)	**default / options**	**description**
11	0	mass reduction (binding energy) in CASCADE mode
	0	enable mass reduction according to binding energy
	1	disable mass reduction
12	0	string production
	0	enable string production
	1	disable string production
13	0	enhanced file16 output
	0	disabled
	1	enabled
14	0	angular distribution in binary scattering
	0	enable angular distribution
	1	disable distribution ($\cos(\vartheta) = 1$ forward peak)
15	0	meson-meson and meson-baryon scattering
	0	enable MM and MB scattering
	1	disable MM and MB scattering
16	0	molecular dynamics switch
	0	enable collision term
	1	propagate with forces only (disable collision term)
17	0	collision-table update mode
	0	update only collision partners after interaction
	1	initialize complete table after every interaction
18	0	decay of unstable particles at end of event
	0	perform decay after final timestep
	1	unstable particles do not decay after final timestep
19	0	$B\bar{B}$ annihilation
	0	enabled
	1	disabled
20	0	e^+e^- annihilation instead of $B\bar{B}$ annihilation
	0	disabled (normal $\bar{B}B$ mode)
	1	enabled (e^+e^- mode)

CTOption(X)	default / options	description
21	0	string fragmentation function
	0	field-Feynman fragmentation function
	1	Lund fragmentation function
	2	QGSM fragmentation function
22	1	string mass excitation
	-1	simple $1/M$ excitation
	1	FRITIOF ansatz
	2	QGSM ansatz
23	0	Lorenz contraction of projectile and target
	0	enabled
	1	disabled
24	1	form of CASCADE initialization
	0	hard sphere
	1	Woods-Saxon
27	0	reference frame for calculation
	0	N.N. (equal speed) frame
	1	target (lab) frame
	2	projectile frame
28	0	participant spectator model
	0	full calculation
	1	interaction and propagation of participant nucleons only
	2	interaction of participants only, full propagation
29	2	p_t for last two particles in string (`clustr`)
	0	isotropic
	1	isotropic, baryon goes into forward hemisphere
	2	baryon goes into forward hemisphere, $p_t = 0$
30	1	frozen Fermi approximation in CASCADE mode
	0	disabled
	1	enabled
32	0	distribute resonance masses according to mass-dep. Breit-Wigner
	0	enabled
	1	disabled

CTOption(X)	**default / options**	**description**
33	0	use table-lookup for calculation of $\langle p_{CMS} \rangle$ in `pmean`
	0	enabled
	1	disabled
34	1	resonance life-times
	0	$\tau = 1/\Gamma(M)$
	1	$\tau = 1/\Gamma_{pole}$
	2	DPF formalism
35	1	generate high-precision tables (file `tables.dat`)
	0	disabled
	1	enabled
36	0	correct normalization for mass-dependent Breit-Wigner distributions
	0	enabled
	1	disabled
37	0	Heavy Quark Clusters
	0	disabled
	1	enabled
39	0	compute collision densities via call to Pauli-blocker
	0	enabled
	1	disabled
40	0	use old file14 as initial state for calculation
	0	disabled
	1	enabled
41	0	extended file14 output (needed for `cto(40)`)
	0	disabled
	1	enabled
42	0	color fluctuations in high energy hadron-hadron collisions
	0	disabled
	1	enabled

Tabelle A.2: Die Optionen von UrQMD 1.3 und ihre Einstellmöglichkeiten; eine Beschreibung findet sich z.B. in [1, 7, 8, 9]. Die Tabelle ist Referenz [59] entnommen, die Angaben für die Optionen 5 und 24 sind nicht korrekt, Voreinstellung (default) ist jeweils „0“.

Anhang B

Differentielle $\pi^{\pm}$-Wirkungsquerschnitte

π^+ , θ_{Lab} =32°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$
0.17	22.107	1.069
0.19	22.353	1.003
0.21	22.458	1.155
0.23	24.865	1.139
0.25	23.240	1.083
0.27	23.615	1.155
0.29	19.876	0.797
0.31	20.627	0.882
0.33	20.471	0.879
0.35	19.339	0.904
0.37	19.628	0.977
0.39	18.036	0.805
0.41	17.021	0.770
0.43	15.080	0.490
0.45	14.385	0.461
0.47	13.032	0.428
0.49	12.465	0.468
0.51	11.349	0.494
0.53	10.923	0.557
0.55	9.934	0.497
0.57	8.844	0.430
0.59	8.578	0.397
0.61	7.649	0.358
0.63	6.744	0.324

π^+ , θ_{Lab} =32°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$
0.65	6.035	0.254
0.67	5.243	0.177
0.69	4.568	0.155
0.71	4.490	0.154
0.73	3.966	0.152
0.75	3.737	0.162
0.77	3.518	0.153
0.79	3.162	0.138
0.81	2.881	0.132
0.83	2.724	0.153
0.85	2.460	0.118
0.87	2.308	0.142
0.89	1.997	0.093
0.91	1.877	0.087
0.93	1.680	0.078
0.95	1.534	0.072
0.97	1.434	0.068
0.99	1.322	0.063
1.01	1.136	0.055
1.03	1.065	0.053
1.05	0.968	0.049
1.07	0.750	0.040
1.09	0.762	0.041
1.11	0.705	0.040

π^+ , θ_{Lab} =40°		
p_{Lab} [GeV]	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$ $\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$ $\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	18.115	0.764
0.19	18.918	0.763
0.21	18.963	0.830
0.23	19.815	0.814
0.25	18.580	0.769
0.27	18.278	0.781
0.29	16.415	0.598
0.31	16.041	0.672
0.33	15.318	0.645
0.35	14.393	0.653
0.37	13.986	0.674
0.39	12.428	0.542
0.41	11.802	0.521
0.43	10.323	0.328
0.45	9.490	0.299
0.47	8.473	0.273
0.49	7.762	0.287
0.51	6.993	0.302
0.53	6.534	0.330
0.55	5.858	0.291
0.57	5.382	0.259
0.59	5.110	0.234
0.61	4.549	0.211
0.63	4.108	0.195
0.65	3.408	0.142

π^+ , θ_{Lab} =40°		
p_{Lab} [GeV]	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$ $\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$ $\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.67	3.049	0.102
0.69	2.571	0.087
0.71	2.455	0.084
0.73	2.225	0.085
0.75	2.027	0.087
0.77	1.889	0.082
0.79	1.681	0.073
0.81	1.491	0.068
0.83	1.472	0.081
0.85	1.300	0.061
0.87	1.173	0.070
0.89	1.048	0.048
0.91	0.958	0.043
0.93	0.874	0.040
0.95	0.781	0.036
0.97	0.713	0.033
0.99	0.646	0.030
1.01	0.569	0.027
1.03	0.506	0.025
1.05	0.473	0.023
1.07	0.345	0.017
1.09	0.335	0.017
1.11	0.313	0.017
1.13	0.281	0.018

π^+ , θ_{Lab} =48°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	15.124	0.637
0.19	15.295	0.617
0.21	14.616	0.642
0.23	14.958	0.616
0.25	13.624	0.566
0.27	12.924	0.556
0.29	11.712	0.429
0.31	11.344	0.474
0.33	11.272	0.473
0.35	9.801	0.445
0.37	9.585	0.462
0.39	8.273	0.361
0.41	7.681	0.340
0.43	6.569	0.209
0.45	5.916	0.187
0.47	5.274	0.170
0.49	4.699	0.174
0.51	4.287	0.185
0.53	3.657	0.187
0.55	3.497	0.174
0.57	2.909	0.142
0.59	2.733	0.127
0.61	2.475	0.116
0.63	2.263	0.109
0.65	1.865	0.079

π^+ , θ_{Lab} =48°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.67	1.600	0.055
0.69	1.353	0.047
0.71	1.291	0.045
0.73	1.167	0.045
0.75	1.056	0.046
0.77	0.975	0.043
0.79	0.872	0.038
0.81	0.753	0.035
0.83	0.712	0.041
0.85	0.639	0.031
0.87	0.547	0.035
0.89	0.514	0.024
0.91	0.450	0.021
0.93	0.408	0.019
0.95	0.367	0.018
0.97	0.333	0.016
0.99	0.290	0.014
1.01	0.251	0.013
1.03	0.215	0.011
1.05	0.214	0.011
1.07	0.151	0.009
1.09	0.141	0.008
1.11	0.127	0.008
1.13	0.118	0.009

π^+ , θ_{Lab} =60°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	11.959	0.499
0.19	11.877	0.476
0.21	11.352	0.493
0.23	10.743	0.441
0.25	9.314	0.386
0.27	8.229	0.351
0.29	7.259	0.265
0.31	6.915	0.288
0.33	6.239	0.262
0.35	5.615	0.255
0.37	5.379	0.259
0.39	4.240	0.186
0.41	3.821	0.170
0.43	3.193	0.102
0.45	2.820	0.090
0.47	2.469	0.081
0.49	2.136	0.081
0.51	1.938	0.084
0.53	1.722	0.088
0.55	1.509	0.076
0.57	1.251	0.062
0.59	1.182	0.056
0.61	0.997	0.048
0.63	0.858	0.043
0.65	0.735	0.032

π^+ , θ_{Lab} =60°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.67	0.609	0.021
0.69	0.500	0.018
0.71	0.462	0.017
0.73	0.418	0.017
0.75	0.362	0.016
0.77	0.334	0.015
0.79	0.289	0.013
0.81	0.254	0.012
0.83	0.233	0.014
0.85	0.198	0.010
0.87	0.174	0.011
0.89	0.147	0.007
0.91	0.130	0.006
0.93	0.115	0.006
0.95	0.097	0.005
0.97	0.090	0.005
0.99	0.079	0.004
1.01	0.065	0.004
1.03	0.054	0.003
1.05	0.047	0.003
1.07	0.037	0.002
1.09	0.033	0.002
1.11	0.032	0.002
1.13	0.025	0.002

π^+ , θ_{Lab} =71,5°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	10.292	0.446
0.19	9.376	0.388
0.21	8.550	0.394
0.23	7.686	0.331
0.25	6.761	0.296
0.27	5.751	0.264
0.29	5.106	0.193
0.31	4.370	0.182
0.33	3.760	0.158
0.35	3.334	0.151
0.37	2.999	0.145
0.39	2.439	0.107
0.41	2.103	0.094
0.43	1.706	0.055
0.45	1.474	0.047
0.47	1.247	0.041
0.49	1.079	0.041
0.51	0.913	0.040
0.53	0.804	0.042
0.55	0.684	0.036
0.57	0.607	0.031
0.59	0.526	0.026
0.61	0.438	0.022
0.63	0.368	0.019
0.65	0.309	0.017
0.67	0.272	0.016
0.69	0.208	0.014
0.71	0.182	0.013
0.73	0.141	0.015

π^- , θ_{Lab} =40°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$
0.17	42.016	1.822
0.19	42.766	1.763
0.21	41.651	1.892
0.23	40.092	1.699
0.25	35.920	1.542
0.27	33.357	1.498
0.29	28.506	1.063
0.31	26.312	1.090
0.33	25.179	1.048
0.35	23.011	1.029
0.37	20.762	0.987
0.39	18.139	0.783
0.41	17.148	0.749
0.43	14.773	0.465
0.45	13.130	0.409
0.47	11.435	0.365
0.49	10.560	0.385
0.51	9.679	0.414
0.53	8.939	0.444
0.55	7.967	0.389
0.57	7.282	0.345
0.59	6.603	0.300
0.61	5.910	0.271
0.63	5.002	0.236
0.65	4.151	0.172

π^- , θ_{Lab} =40°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$	$\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{GeV\,sr}}\right]$
0.67	3.573	0.119
0.69	3.127	0.104
0.71	2.911	0.099
0.73	2.652	0.099
0.75	2.338	0.100
0.77	2.184	0.094
0.79	1.944	0.084
0.81	1.713	0.077
0.83	1.631	0.088
0.85	1.443	0.067
0.87	1.258	0.074
0.89	1.183	0.053
0.91	1.076	0.048
0.93	0.972	0.043
0.95	0.877	0.039
0.97	0.798	0.036
0.99	0.713	0.033
1.01	0.623	0.029
1.03	0.542	0.025
1.05	0.518	0.025
1.07	0.380	0.018
1.09	0.370	0.018
1.11	0.354	0.018
1.13	0.303	0.017

π^- , θ_{Lab} =48°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	30.300	1.256
0.19	29.866	1.191
0.21	27.566	1.189
0.23	26.306	1.072
0.25	23.096	0.949
0.27	21.238	0.903
0.29	18.456	0.664
0.31	16.990	0.703
0.33	15.987	0.665
0.35	14.585	0.652
0.37	13.298	0.631
0.39	11.508	0.497
0.41	10.509	0.451
0.43	8.643	0.270
0.45	7.627	0.236
0.47	6.695	0.212
0.49	6.011	0.217
0.51	5.433	0.228
0.53	4.681	0.226
0.55	4.234	0.200
0.57	3.846	0.177
0.59	3.476	0.153
0.61	3.114	0.138
0.63	2.603	0.118
0.65	2.229	0.089

π^- , θ_{Lab} =48°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.67	1.911	0.062
0.69	1.591	0.052
0.71	1.501	0.050
0.73	1.370	0.050
0.75	1.205	0.052
0.77	1.109	0.048
0.79	0.987	0.043
0.81	0.862	0.039
0.83	0.802	0.044
0.85	0.700	0.033
0.87	0.600	0.036
0.89	0.568	0.026
0.91	0.507	0.023
0.93	0.457	0.020
0.95	0.402	0.018
0.97	0.365	0.017
0.99	0.321	0.015
1.01	0.277	0.013
1.03	0.235	0.011
1.05	0.226	0.011
1.07	0.156	0.008
1.09	0.153	0.008
1.11	0.143	0.007
1.13	0.122	0.007

π^- , θ_{Lab} =60°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.17	21.687	0.896
0.19	20.486	0.815
0.21	17.850	0.769
0.23	16.116	0.657
0.25	13.885	0.571
0.27	11.881	0.507
0.29	10.549	0.379
0.31	9.426	0.390
0.33	8.410	0.350
0.35	7.392	0.331
0.37	6.793	0.323
0.39	5.559	0.241
0.41	4.908	0.216
0.43	3.966	0.125
0.45	3.452	0.108
0.47	2.978	0.096
0.49	2.626	0.096
0.51	2.251	0.096
0.53	1.959	0.098
0.55	1.735	0.085
0.57	1.511	0.072
0.59	1.393	0.064

π^- , θ_{Lab} =60°		
p_{Lab}	$\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$	$\Delta\frac{d^2\sigma}{dpd\Omega}$
[GeV]	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$	$\left[\frac{\text{barn}}{\text{GeV sr}}\right]$
0.61	1.180	0.055
0.63	1.026	0.049
0.65	0.815	0.036
0.67	0.713	0.025
0.69	0.594	0.021
0.71	0.550	0.020
0.73	0.468	0.020
0.75	0.427	0.021
0.77	0.388	0.019
0.79	0.333	0.017
0.81	0.304	0.017
0.83	0.269	0.020
0.85	0.213	0.013
0.87	0.184	0.017
0.89	0.165	0.010
0.91	0.161	0.010
0.93	0.127	0.008
0.95	0.118	0.008
0.97	0.096	0.007
0.99	0.084	0.006
1.01	0.071	0.006

Literaturverzeichnis

[1] S.A. Bass, *Eigenschaften heißer dichter Kernmaterie in mikroskopischen Transportmodellen*, Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (D), 1997.

[2] C. Sturm et al., Evidence for a Soft Nuclear Equation-of-State from Kaon Production in Heavy-Ion Collisions, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 39–42.

[3] Y. Shin et al., Enhanced Out-of-Plane Emission of K+ Mesons Observed in Au+Au Collisions at 1 AGeV, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1576–1579.

[4] F. Laue et al., Medium Effects in Kaon and Antikaon Production in Nuclear Collisions at Subthreshold Beam energies, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 1640–1643.

[5] A. Wagner et al., Evidence for different freeze-out radii of high- and low-energy pions emitted in Au+Au collisions at 1 A·GeV, *Phys. Lett. B* **420** (1998) 20–24.

[6] H. Weber et al., *Hadronic observables from SIS to SPS energies - anything strange with strangeness?* Eingereicht bei *Phys. Rev. C*, 2002. nucl-th/0209079.

[7] S.A. Bass et al., Microscopic Models for Ultrarelativistic Heavy Ion Collisions, *Prog. Part. Nucl.* **41** (1998) 225–370.

[8] M. Bleicher et al., Relativistic Hadron-Hadron-Collisions and the Ultra-Relativistic Quantum Molecular Dynamics Model (UrQMD), *J. Phys G* **25** (1999) 1859–1896.

[9] H. Weber, *Untersuchung der Hochdichtephase von relativistischen Schwerionenkollisionen*, Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (D), 2002.

[10] A. Schmah, *in Vorbereitung*, Diplomarbeit, Technische Universität Darmstadt (D), 2002.

[11] P. Senger et al., The Kaon Spectrometer at SIS (GSI), *Nucl. Instr. Meth. A* **327** (1993) 393–411.

[12] A. Wagner, *Flugzeitmessungen am Kaonenspektrometer*, Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1992.

[13] B. Kohlmeyer et al., Status of the ToF-Detectors for the Kaon Spectrometer, *GSI Jahresbericht 1989* (1990) 275.

[14] H. Stelzer, Multiwire Chambers with a Two-Stage Gas Amplification, *Nucl. Instr. Meth. A* **310** (1991) 103.

[15] C. Sturm, Test of Gas Mixtures for Multiwire Proportional Chambers, *GSI Jahresbericht 1995* (1996) 184.

[16] D. Miśkowiec, Threshold Cherenkov Detectors for a Meson Trigger in a Magnetic Spectrometer, *Nucl. Instr. Meth. A* **350** (1994) 174.

[17] Dieter Brill, *Azimutal anisotrope Teilchenemission in relativistischen Schwerionenstößen*, Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (D), 1993.

[18] A. Förster, *In Vorbereitung*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 2002.

[19] CN/ASD Group, *GEANT Detector Description and Simulation Tool, CERN Program Library Entry W5013*, CERN, 1993.

[20] CN/ASD Group, *PAW User's Guide, CERN Program Library Entry Q121*, CERN, 1999.

[21] F. Uhlig, *In Vorbereitung*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 2002.

[22] C. Sturm, *K^+-Produktion in Schwerionenreaktionen als Sonde für die Inkompressibilität von Kernmaterie*, Dissertation, Technische Universität Darmstadt (D), 1996.

[23] A. Wagner, *Systematische Untersuchung symmetrischer Schwerionenreaktionen: Pionen als Sonden der Reaktionsdynamik*, Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1996.

[24] R. Brockmann et al., Pion and Proton "Temperatures" in Relativistic Heavy-Ion Reactions, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 2012–2015.

[25] C. Müntz et al., Pion production in mass-symmetric heavy ion collisions at 0.8-1.8 AGeV, *Z. Phys. A* **357** (1997) 399–409.

[26] CN/ASD Group, *MINUIT Reference Manual, CERN Program Library Entry D506*, CERN, 1994.

[27] S. Hayashi et al., Production of Pions and light fragments in 0.8 AGeV La+La collisions, *Phys. Rev. C* **38** (1988) 1229–1241.

[28] D. Pelte et al., Charged pion production in Au on Au collisions at 1 AGeV, *Z. Phys. A* **357** (1997) 215–234.

[29] J. Gosset et al., Central Collisions of Relativistic Heavy Ions, *Phys. Rev. C* **16** (1977) 629–657.

[30] R. Stock, Particle production in high energy nucleus-nucleus collisions, *Phys. Rep.* **135** (1986) 261–315.

[31] B.J. VerWest and R.A. Arndt, *NN* single pion production cross sections below 1500 MeV, *Phys. Rev. C* **25** (1982) 1979–1985.

[32] C. Sturm, *Pionenproduktion im Massensystem Ni + Ni 1.8 AGeV und Auslese der Anodenebene einer Vieldrahtproportionalkammer am Kaonenspektrometer*, Diplomarbeit, Technische Hochschule Darmstadt (D), 1995.

[33] G.F. Bertsch et al., Boltzmann equation for heavy ion collisions, *Phys. Rev. C* **29** (1984) 673–675.

[34] H. Kruse et al., Vlasov-Uehling-Uhlenbeck theory of medium energy heavy ion reactions: Role of mean field dynamics and two body collisions, *Phys. Rev. C* **31** (1985) 1770–1774.

[35] A.R. Bodmer and C.N. Panos, Classical microscopic calculations of high-energy collisions of heavy ions, *Phys. Rev. C* **15** (1977) 1342–1358.

[36] A.R. Bodmer et al., Classical-equations-of-motion calculations of high-energy heavy-ion collisions, *Phys. Rev. C* **22** (1980) 1025–1054.

[37] C. Hartnack et al., Quantum Molecular Dynamics – A Microscopic Model from UNILAC to CERN Energies, *Nuc. Phys. A* **495** (1989) 303c–319c.

[38] J. Aichelin, Quantum Molcular Dynamics – a dynamical microscopic N-body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state, *Phys. Rep.* **202** (1991) 233–360.

[39] A. Ono et al., Fragment formation studied with antisymmetrized version of molecular dynamics with two-nucleon collisions, *Phys. Rev. Lett.* **68** (1992) 2898–2900.

[40] H. Feldmeier, Fermionic Molecular Dynamics, *Nucl. Phys. A* **515** (1990) 147–172.

[41] D.H. Perkins, *Introduction to high energy physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 4. Auflage, 2000.

[42] B. Andersson et al., Parton fragmentation and string dynamics, *Phys. Rep.* **97** (1983) 31–145.

[43] T.H.R. Skyrme, The effective nuclear potential, *Nuc. Phys.* **9** (1959) 615–634.

[44] M. Trzaska et al., Excitation of the $\Delta(1232)$-resonance in proton-nucleus collisions, *Z. Phys. A* **340** (1991) 325–331.

[45] E.L. Hjort et al., Δ Resonance Production in ^{58}Ni + Cu Collisions at $E = 1.97$ AGeV, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4345–4348.

[46] K. Hagiwara et al., Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 010001.

[47] W. Ehehalt et al., Resonance properties in nuclear matter, *Phys. Rev. C* **47** (1993) R2467–R2469.

[48] B. Povh et al., *Teilchen und Kerne*, Springer-Verlag, Heidelberg, 4. Auflage, 1994.

[49] K.L. Wolf et al., Pion Production in the ^{40}Ar+^{40}Ca Reaction at 1.05 GeV/Nukleon, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1448–1451.

[50] K.L. Wolf et al., Pion production and charged-particle multiplicity selection in relativistic nuclear collisions, *Phys. Rev. C* **26** (1982) 2572–2594.

[51] D. Pelte et al., Charged pions from Ni on Ni collisions between 1 and 2 AGeV, *Z. Phys. A* **359** (1997) 55–64.

[52] P. Danielewicz and S. Pratt, Delays associated with elementary processes in nuclear reaction simulations, *Phys. Rev. C* **53** (1996) 249–266.

[53] H. Weber, *Private Mitteilung*, 2002.

[54] J. Cugnon et al., Pion production in central high energy nuclar collisions, *Nuc. Phys. A* **379** (1982) 568–578.

[55] S. Bass et al., Probing Δ resonance production in Au+Au collisions at 1 GeV/nucleon, *Phys.Lett. B* **335** (1994) 289–294.

[56] E.L. Hjort et al., Δ Resonance Production in ^{58}Ni+Cu Collisions at E=1.97 AGeV, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4345–4348.

[57] D. Krpić et al., Production of $\Delta^{++}(1232)$ in carbon-carbon collisions at 4.2 GeV/c per nucleon, *Phys. Rev. C* **46** (1992) 2501–2504.

[58] W. Ehehalt and W. Cassing, Relativistic transport approach for nucleus nucleus collisions from SIS to SPS energies, *Nuc. Phys. A* **602** (1996) 449–486.

[59] The UrQMD Collaboration, *The UrQMD user guide*, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (D), 2001.

Danke

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die die zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Insbesondere bei den beiden Gutachtern Dr. Peter Senger und Prof. Dr. Herbert Ströbele für die Betreuung der Arbeit. Sie haben mich vom Wechsel an die Universität Frankfurt und der Diplomarbeit bei der GSI überzeugt, eine Entscheidung die ich nicht bereut habe.

Bei Dr. Helmut Oeschler, der sich immer sehr für meine Arbeit interessiert hat und in vielen Diskussionen viele gute Ideen hatte.

Bei Andreas Förster und Florian Uhlig, denen ich bei allen kleineren und größeren Problemen zuerst mein Leid geklagt habe. Sie haben mich mit großer Geduld betreut, immer versucht alle Fragen zu beantworten und mir geholfen, unzählige Programmierfehler zu finden. Besonderen Dank an Andreas für das mehrfache Lesen der Arbeit und die moralische Unterstützung.

Bei Dr. Henning Weber für die Beanwortung vieler Fragen zum UrQMD-Modell.

Bei den übrigen „Kaoten“ Dr. Bernd Kohlmeyer, Dr. Piotr Koczoń, Dr. Lothar Naumann, Mateusz Płoskoń, Werner Scheinast, Erwin Schwab, Dr. Christian Sturm, für alle guten Ratschläge und Ideen sowie unzählige Gläser grünen Tees sowie auch bei allen ehemaligen Kollaborationsmitgliedern, die an der Strahlzeit Juli 98 beteiligt waren.

Bei meinen „Mitdiplomanden“ und Zimmerkollegen Simon Lang und Alexander Schmah. Sie haben stets für eine lebendige Atmosphäre im Büro gesorgt.

Bei Jörg Lange und Dr. Heiko Timmers fürs Korrekturlesen von Einleitung und Zusammenfassung.