
Simulation und Messung longitudinaler Raumladungseffekte in intensiven Ionenstrahlen im SIS18 Synchrotron

**Simulation and measurements of longitudinal space charge effects
for high intensity ion beams in the SIS18 synchrotron**

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Sabrina Appel aus Groß-Gerau
Mai 2011 — Darmstadt — D 17



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Elektrotechnik und Infor-
mationstechnik
Institut für Theorie Elektromagnetischer
Felder



Simulation und Messung longitudinaler Raumladungseffekte in intensiven Ionenstrahlen
im SIS18 Synchrotron
Simulation and measurements of longitudinal space charge effects for high intensity ion beams in
the SIS18 synchrotron

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Sabrina Appel aus Groß-Gerau

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Thomas Weiland
2. Gutachten: Prof. Dr. rer. nat. Oliver Boine-Frankenheim
3. Gutachten: Prof. Dr. rer. nat. Norbert Andreas Pietralla

Tag der Einreichung: 08.02.2011

Tag der Prüfung: 03.05.2011

Darmstadt – D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-25941

URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/2594>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:

Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 2.0 Deutschland

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Für meine Eltern.

Tanja, danke dass du an mich geglaubt hast.



Erklärung zur Dissertation

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 08.02.2011

(S. Appel)



Danksagung

An dieser Stelle möchte ich denen danken, die unterstützend und beratend am Entstehen dieser Arbeit beteiligt waren. Nicht zu vergessen sind alle, die meine dreijährige Zeit als Doktorandin an der GSI lehr- und abwechslungsreich gestaltet haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Weiland, der diese Arbeit ermöglicht und sie stets mit Interesse gefördert hat. Des Weiteren bin ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Oliver Boine-Frankenheim zu Dank verpflichtet. Er hat mir immer beratend zu Seite gestanden und durch seine fachliche Kompetenz sind bei zahlreichen Diskussionen, besonders während der Experimente am Beschleuniger, wichtige Impulse gegeben worden, um die vorliegende Arbeit durchführen zu können. Beiden möchte ich danken, dass sie es mir ermöglicht haben, meine Arbeit bei zahlreichen Konferenzen vorzustellen. Besonders ist hier die IPAC in Japan zu erwähnen. Mein Aufenthalt bei der IPAC war nur durch ihren Kampf für Geldmittel für den Flug möglich. Ein besonderer Dank gilt hier auch der European Physical Society Accelerator Group für ein IPAC-Teil-Stipendium. Ebenfalls möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. Oliver Boine-Frankenheim dafür bedanken, dass meine beiden Besuche der CERN Accelerator School möglich waren.

Hier möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. Norbert Pietralla für die Übernahme des dritten Korreferenten bedanken.

Einen wichtigen Anteil der Arbeit nehmen die zahlreichen Experimente am Beschleuniger ein, diese hätten nicht ohne die Hilfe von Dr. rer. nat. Lars Groening, Dr. rer. nat. Stefan Paret und Dr.-Ing. Oleksandr Chorniy durchgeführt werden können, wobei für die Bereitstellung der Auswertesoftware für die Schottky-Signale ein besonderer Dank an Herrn Dr. rer. nat. Stefan Paret geht. Zudem ist auch Herr Dr. rer. nat. Peter Spiller zu nennen, der oft freie Zeit in dem so stark umkämpften Strahlzeitplan des SIS18 für meine Experimente fand. Ein weiterer Dank geht an Dr. rer. nat. Markus Steck, der es ermöglichte, kurzfristig am ESR Messungen durchzuführen.

Frau Diplom-Inf. Jutta Fitzek und Herrn Dr. rer. nat. Stefan Sorge möchte ich für ihren unermüdlich Kampf gegen Rechtsschreibfehler danken, sowie Frau Dipl.-Phys. Monika Mehler und Uwe Niedermayer für ihre Anmerkungen zu einigen Kapiteln.

Schließlich möchte ich allen übrigen Mitarbeitern der Gruppe Beschleunigerphysik an der GSI und dem Institut für Theorie Elektromagnetischer Felder (TEMF) für das nette Arbeitsklima sowie die gute Zusammenarbeit danken und um Verständnis bitten, dass ich sie nicht alle namentlich erwähnt habe. Ein besonderer Dank geht auch an Herrn Dr. rer. nat. Stefan Paret, der zwei Jahre ein Zimmer an der GSI mit mir teilte und immer ein offenes Ohr für Fragen über das Programm IDL hatte. Nicht vermissen möchte ich die tolle Zeit während mei-

ner drei Besuche des Workshops „Advances in Electromagnetic Research“, auch KWT genannt.

Die Technische Universität Darmstadt hat die Arbeit über drei Jahre mit einem Doktorandenstipendium aus freien Mittel nach den Vergaberichtlinien der DFG gefördert. Ein besonderer Dank geht hier an Dr. phil. nat. Wolfgang F. O. Müller, der dafür alle bürokratischen Hürden überwunden hat.

Kurzfassung

Um die Entwicklung des Universums und den Aufbau der Materie zu erforschen, soll die internationale Forschungseinrichtung FAIR errichtet werden. Die existierende Beschleunigeranlage des GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung bei Darmstadt (Deutschland) wird dann als Injektor für die Beschleunigeranlage des FAIR-Projekts dienen. FAIR wird für die Forschung Ionenstrahlen mit hoher Energie von bisher unerreichter Intensität und Qualität bereitstellen. Zudem wird es die Möglichkeit geben, mit Antiprotonen den Aufbau der Materie zu untersuchen. Hierfür müssen die Anlagen der GSI, der Linearbeschleuniger UNILAC und das Synchrotron SIS18, ausgebaut werden.

Um Strahlen mit hohen Intensitäten im SIS18 erzeugen zu können, muss unter anderem auch auf die Qualität der Strahlen geachtet werden. Ein Teilaspekt ist hier die longitudinale Strahlqualität nach der Injektion. Um intensive Strahlen im SIS18 vorbeschleunigen zu können, müssen sich möglichst viele Ionen innerhalb der durch die Hochfrequenz-Kavitäten vorgegebenen longitudinalen Akzeptanz befinden. Bei niedriger Energie und hohen Intensitäten erschweren die kollektiven Effekte, die geforderte longitudinale Strahlqualität für den gleichförmigen Strahl - d. h. die Impulsunschärfe - nach der Injektion zu erreichen. Deshalb sollte die longitudinale Strahlqualität routinemäßig nach der Injektion bestimmt werden. Hierfür bietet sich die Schottky-Diagnose an, mit welcher die Impulsunschärfe sowie die Umlauffrequenz eines gleichförmigen Strahls bestimmt werden kann.

Die kollektiven Effekte können dazu führen, dass sich nach der Injektion - induziert durch die Raumladungsimpedanz - eine Multifilamente-Instabilität ausbildet. Die Multifilamente-Instabilität führt dann zu langlebigen Stromfluktuationen und einem begleitenden Pseudo-Schottkyspektrum. Die kohärenten Strukturen und das Pseudo-Schottkyspektrum führen dazu, dass es kompliziert werden kann, die Impulsunschärfe und die Umlauffrequenz des gleichförmigen Strahls zu bestimmen. Solche kohärenten Strukturen sind bei intensiven Strahlen im SIS18 auf den Schottky-Bändern beobachtet worden.

Ziel der Arbeit ist deshalb, die Entwicklung der longitudinalen Strahlverteilung entlang der Transportstrecke vom Linearbeschleuniger UNILAC zum SIS18, sowie im SIS18 nach der Injektion zu verstehen. Da die Raumladungseffekte zu einem Ansteigen der Impulsunschärfe führen, ist eine qualitative und quantitative Beschreibung der Raumladungseffekte essentiell. Deshalb wird in diese Arbeit eingehend mit dem eindimensionalen Modell des longitudinalen Raumladungsfelds von Strahlen beschäftigt, wobei insbesondere auf den Proportionalitätsfaktor Geometrie-Faktor (g -Faktor) eingegangen wird. Der Geometrie-Faktor ist ein wichtiger Parameter für die Beschreibung von Raumladungseffekten und deren Auswirkungen. Des Weiteren wird sich diese Arbeit mit der von *I. Hofmann* theoretischen beschriebene Multifilamente-Instabilität beschäftigen und ihre Auswirkungen auf das Pseudo-Schottkyspektrum vorstellen. Ebenfalls wird der Effekt des Injektionsprozesses auf die longitudinale Strahlqualität im SIS18 und auf die Multifilamente-Instabilität diskutiert.



Abstract

The international research facility FAIR will be constructed to explore the evolution of the universe and the structure of matter. For the FAIR-project the existing accelerator facility GSI Helmholtz Center for Heavy Ion Research located at Darmstadt (Germany) will serve as injector. FAIR will provide high-energy ion beams with unprecedented intensity and quality for the research purposes. There will be also the possibility to explore the nature of matter with antiprotons. Therefore, the GSI facility must renew the existing linear accelerator UNILAC and the synchrotron SIS18.

To produce intense beams in SIS18 for example one have to take care of the beam quality. One part is the longitudinal beam quality after the injection. To accelerate intense beams in the SIS18 as many ions as possible must be within the longitudinal acceptance given by the high- frequency cavities. At low energies and high intensities the existing collective effects make it difficult to reach the required longitudinal beam quality - i. e. the momentum spread - for the injected coasting beam. Consequently, the longitudinal beam quality should be routinely measured directly after injection. With the Schottky-diagnostic it is possible to measure the momentum spread and revolution frequency.

After injection collective effects can cause the multistream instability induced by the space charge impedance. The multistream instability lead to persistent current fluctuations and an accompanying pseudo-Schottky spectrum. The coherent structure and the pseudo-Schottky spectrum lead to difficulties in measuring momentum spread and revolution frequency. Such coherent structures are observed on the Schottky-bands at intense beams in the SIS18.

Therefore, the aim of the research work is to understand the evolution of the longitudinal beam distribution along the transport line from the linear accelerator UNILAC to the SIS18 and in the SIS18 after the injection. Space charge effects cause an increase of the momentum spread. Hence, it is essential to have a qualitative and quantitative description of the space charge effects. For this reason this research work will occupy with the one-dimensional model of the longitudinal beam space charge field. In particular the proportionality factor geometry-factor (g -factor) will be discussed. The geometry-factor is an important parameter for describing space charge effects and their effects. Furthermore, this research work discuss the multistream instability theoretical described by *I. Hofmann* and its effect on the Pseudo-Schottkyspektrum. The effects of the injection process on the longitudinal beam quality in the SIS18 and on the multistream instability will also be discussed.



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Beschleunigeranlage GSI und FAIR	5
2.1	Das GSI Helmholtzzentrum	5
2.1.1	Das Schwer-Ionen-Synchrotron SIS18	7
2.1.2	Injektion in einen Kreisbeschleuniger	9
2.2	Beschleunigerzentrum FAIR	10
3	Longitudinale kinetische Beschreibung	15
3.1	Dynamik eines Teilchenpakets	15
3.1.1	Longitudinales Raumladungsfeld	17
3.2	Longitudinale Teilchendynamik in Transportstrecken	19
3.2.1	Longitudinale Fokussierung	20
3.2.2	Elliptische Phasenraumverteilung und Emittanz	22
3.2.3	Das lineare Feldmodell für ein Teilchenpaket	24
3.2.4	Einzelresonatoren in Transportstrecken	26
3.2.5	Beschreibung der Einhüllenden eines Teilchenpakets (Enveloppen-Gleichung)	27
3.2.6	Longitudinale Invariante und maximale Impulsunschärfe	28
3.3	Longitudinale Teilchendynamik in Kreisbeschleunigern	29
3.3.1	Gleichförmiger Strahl (coasting beam) und rms Emittanz	32
3.3.2	Longitudinales Raumladungsfeld für einen versetzten Strahl	33
3.3.3	Das lineare Feldmodell für ein versetztes Teilchenpaket	35
3.3.4	Adiabatischer Einfang und Beschleunigung in einem Synchrotron	36
3.3.4.1	Longitudinale Akzeptanz im SIS18	40
4	Strahldiagnose	41
4.1	Diagnose am SIS18	41
4.2	Schottky-Diagnose	43
4.2.1	Longitudinale Schottky-Signale ohne kollektive Effekte	44
4.3	Pickup-Strahlsonden	46
4.3.1	Schottky-Sonde	48
4.3.2	Mikrobunch-Sonde	49
4.4	Longitudinale Emittanzmessung im Transferkanal	49
5	Impedanzkonzept im Beschleuniger und kollektive Effekte	53
5.1	Impedanzkonzept im Beschleuniger	53
5.1.1	Longitudinale Raumladungsimpedanz	55
5.1.2	Resistive-Wand-Impedanz	56

5.1.3	Schmalband-Resonator-Impedanz	57
5.1.4	Breitband-Resonator-Impedanz	58
5.2	Longitudinale Instabilität und Dispersionsbeziehung	59
5.3	Longitudinale Schottky-Signale mit kollektiven Effekten	63
5.3.1	Ziemann-Funktion zur Beschreibung deformierter Schottky-Signale	65
5.4	Messung des Geometrie-Faktors (g-Faktor)	68
6	Messung und Simulation der longitudinalen Strahlqualität	75
6.1	Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete	75
6.2	Messung der Impulsunschärfe und des Impulses für Argon	81
6.3	Vergrößerung der Impulsunschärfe mit der Multiturn-Injektion	83
7	Multifilamente-Instabilität	87
7.1	Dispersionsbeziehung des Filamentenstrahls	87
7.1.1	Stabilitätsgrenze für die Raumladungsimpedanz	89
7.2	Multifilamente-Instabilität und longitudinale Schottkysignale	94
7.3	Multifilamente-Instabilität und Breitband-Resonator-Impedanz	95
7.4	Multifilamente-Instabilität und Multiturn-Injektion	101
8	Zusammenfassung und Ausblick	105
	Verzeichnisse	109
	Abbildungsverzeichnis	109
	Tabellenverzeichnis	111
	Symbole und Abkürzungen	113
A	Anhang	117
A.1	Der Simulationscode und seine Validierung	117
A.2	Messfehler	120
A.3	Fehlerfunktionen	120

1 Einleitung

Die Erforschung der Materie, ihr Aufbau und die zwischen den Grundbausteinen wirkenden Kräfte ist ein elementares Anliegen der Physik. Da die zu untersuchenden Strukturen sehr klein sind, werden für die Erforschung der Materie hochenergetische Photonen- oder Teilchenstrahlen benötigt [1, 2]. Hier haben sich Beschleuniger als unabdingbar erwiesen. In einem Beschleuniger werden geladene Teilchen mit elektromagnetischen Feldern auf hohe Energien beschleunigt und ermöglichen somit die Untersuchung von Problemstellungen aus der Atom- und Kernphysik, der Festkörperphysik, den Materialwissenschaften sowie der Biophysik. Sogar auf dem Gebiet der Medizin haben sich Beschleuniger als wertvoll gezeigt [1]. Seit dem ersten Protonenbeschleuniger 1932 von Cockroft und Walton führte der Wunsch nach höheren Energien zu einer Entwicklung vieler verschiedener Beschleuniger. Dabei konnte die Energie sowie die Intensität um mehrere Größenordnungen verbessert werden. Durch Akkumulation vieler Teilchen in einem Kreisbeschleuniger oder Speicherring sowie durch die spätere Erzeugung von gepulsten Strahlen kann die Intensität am Experiment zudem weiter erhöht werden [1, 2].

Neben der Energie sowie der Intensität ist die Strahlqualität für den Betrieb der Beschleuniger sowie die physikalischen Experimente von entscheidender Bedeutung. Zur Bewertung der Qualität eines Strahls dient die sogenannte Emittanz. Sie beschreibt den eingenommenen Phasenraum der Teilchen [2, 3]. Hier beschreiben die longitudinale, horizontale und die vertikale Emittanz die zweidimensionalen Unterräume des sechsdimensionalen Phasenraums, welcher durch die Orts- und Impulskoordinaten aufgespannt wird. Für gleichförmige Strahlen - auch kontinuierliche Strahlen genannt - ist die wichtige Größe der longitudinalen Strahlqualität die Impulsunschärfe. Ein gleichförmiger Strahl ist ein Strahl, der gleichförmig in einem Kreisbeschleuniger verteilt und entsprechend nicht zu Teilchenpaketen - auch als gepulste Strahlen bezeichnet - geformt ist [4].

Zur Bestimmung der Impulsunschärfe hat sich die Schottky-Diagnose in Kreisbeschleunigern als geeignet herausgestellt. Hier wird der von Walter Schottky erstmals beschriebene Effekt genutzt, dass sich aufgrund des statistischen Verhaltens der Ladungsträger stets kleine, unregelmäßige Stromschwankungen ergeben [5]. Bei einer spektralen Analyse des Schrotrauschens - auch Schottky-Rauschen genannt - ergeben sich Schottky-Bänder bei allen Harmonischen der Umlauffrequenz des Teilchenstrahls. Die Form der Schottky-Bänder bei nicht intensiven Strahlen entspricht der Geschwindigkeitsverteilung und entsprechend ergibt sich die Impulsunschärfe eines Strahls aus der Breite eines Schottky-Bands [6, 7].

Mit der neuen internationalen Forschungseinrichtung FAIR¹ wird dem Bedürfnis der Wissenschaftler nach höchster Strahlintensität bei hohen Energien weiter nachgegangen [8]. Aufbauend auf das seit den 1970er Jahren existierende GSI Helmholtzzentrum [9] wird eine der größten Beschleunigeranlagen der Welt bei Darmstadt entstehen. Für den Bau sowie

¹ Eine Auflistung der Abkürzungen und Akronyme, welche in dieser Arbeit verwendet wurden, ist am Ende der Arbeit zu finden. Zudem sind dort auch die wichtigsten mathematischen Symbole und deren Bedeutung aufgelistet.

den späteren Betrieb der neuen Anlage müssen viele physikalische und technische Aufgaben gemeistert werden. Hier bleibt die Beschleunigeranlage der GSI nicht unberücksichtigt, denn ihr Linearbeschleuniger UNILAC und ihr Synchrotron SIS18 werden dann als Injektor für die internationale Forschungseinrichtung genutzt [8].

Für seine neue Funktion als Injektor (eng. Booster) soll das SIS18 dann intensive Teilchenpakete mit hoher Qualität liefern. Um dies zu erreichen, ist unter anderem wichtig, dass die Strahlen eine bestimmte Strahlqualität besitzen. Neben der transversalen Emittanz der Strahlen ist die longitudinale Emittanz (Impulsunschärfe) des gleichförmigen Strahls eine entscheidende Größe.

Im SIS18 entsteht durch den Injektionsprozess immer ein gleichförmiger Strahl. Aufgrund der begrenzten Spannung kann die Hochfrequenz-Anlage nur Teilchen des gleichförmigen Strahls mit einer bestimmten Impulsunschärfe zu Teilchenpaketen bündeln und anschließend beschleunigen. Zudem muss für Strahlen mit hoher Intensität aufgrund von den Teilchen selbst erzeugte, defokussierende, elektromagnetische Feld mehr Spannung aufgebracht werden, um Teilchenpakete mit der gleichen Länge zu erzeugen und zu erhalten, als für Strahlen mit niedriger Intensität [10–12]. Deshalb sollte die Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls im SIS18 nicht 1×10^{-3} übersteigen [8].

Bei intensiven Strahlen nimmt die Wechselwirkung zwischen den Teilchen - das Raumladungsfeld - und der Beschleunigerumgebung an Bedeutung zu. Das Raumladungsfeld beeinflusst unter anderem auch die Strahlqualität. Zum einen bewirken die Raumladungskräfte beim Transport eine Vergrößerung der Impulsunschärfe, da die Raumladungsenergie in thermische Energie - d. h. in Impulsunschärfe - umgewandelt wird. Zum anderen können die kollektiven Effekte der Teilchenstrahlen dazu führen, dass ein Strahl eine Instabilität erfährt und es so zu einer Verschlechterung der Strahlqualität kommt. Bei einer Instabilität wächst eine kleine Störung auf dem Strahl exponentiell an und bringt so den Strahl in einen instabilen Prozess. Dies führt dann zu einem Anwachsen der Emittanz des Strahls oder im schlimmsten Fall zum Strahlverlust [3].

Bei einer hinreichend großen Impulsunschärfe kann die Instabilität eines Strahls unterdrückt werden. Hier kommt der von Landau 1946 postulierte Effekt zum Tragen, dass in einem elektrostatischen Plasma kleine Störungen gedämpft werden, wobei ein Strahl ein nichtneutrales Plasma ist [13]. Die Landau-Dämpfung ist seitdem schon bei zahlreichen verschiedenen Experimenten sowie in Computersimulationen nachgewiesen worden. Bedauerlicherweise kommt der Wunsch nach einer ausreichend großen Impulsunschärfe, um Instabilitäten in einem Strahl unterdrücken zu wollen, in Konflikt mit anderen Vorgaben, die gerade eine kleine Impulsunschärfe fordern. Neben der Akzeptanz der Hochfrequenz-Anlage des Beschleunigers können auch physikalische Experimente eine kleine Impulsunschärfe fordern [14].

Da während eines Transports die Raumladungsenergie in thermische Energie umgewandelt wird, steigt die Impulsunschärfe während des Transfers der Teilchenpakete zum SIS18 sowie während des Injektionsprozesses an und gelangt so möglicherweise über die Akzeptanz der Hochfrequenz-Anlage. Daher ist es unabdingbar, die Impulsunschärfe während des Betriebs mit der Schottky-Diagnose zu kontrollieren. Dazu wird mit einem Pickup der Strahlstrom gemessen. Bei einer anschließenden spektralen Analyse des Strahlstroms ergeben sich die Schottky-Bänder, mit denen - wie erwähnt - die longitudinale Strahlqualität bestimmt werden kann. Im Hauptkontrollraum ist es bereits heute möglich, die spektrale Analyse des Strahlstroms online durchzuführen, aber eine Routinekontrolle der Impulsunschärfe ist zur Zeit nicht vorhanden.

Bei intensiven Strahlen führen die kollektiven Effekte zur charakteristischen Ausbildung einer Doppelform des Schottky-Signals [15, 16], wobei auch hier für eine Gaußförmige Impulsverteilung der Teilchen die Impulsunschärfe des Strahls mit der Funktion von Ziemann bestimmt werden kann [17]. Ebenfalls kann bei intensiven Strahlen die in [18] dargestellte Multifilamente-Instabilität auftreten, welche zu Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl führt, so dass die Analyse der Schottky-Signale aufgrund von kohärenten Signalen erschwert wird. Aufgrund der kohärenten Signale könnte möglicherweise eine Kontrolle der Impulsunschärfe während der schnellen Zykluszeit im SIS18 kompliziert bis unmöglich sein.

Ziel der Arbeit war daher, die Entwicklung der Teilchenpakete vom UNILAC zum gleichförmigen Strahl zu verstehen und entsprechend den theoretischen Vorhersagen seine Impulsunschärfe experimentell zu bestätigen. Zudem soll der Effekt der Multifilamente-Instabilität auf die Schottky-Signale untersucht werden. Die Multifilamente-Instabilität sollte mit Simulationen eingehend verstanden sowie experimentell nachgewiesen werden. Mit dieser Aufgabe vor Augen ist diese Arbeit wie folgt aufgebaut:

Kapitel 2 stellt das GSI Helmholtzzentrum mit seinen Beschleunigern, den Injektionsprozess in das SIS18 sowie die neue internationale Forschungseinrichtung Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) vor.

Das folgende **Kapitel 3** behandelt die longitudinale kinetische Beschreibung von Teilchenstrahlen in einem Beschleuniger, wobei die transversale Beschreibung nicht Gegenstand der Arbeit ist, da für die Strahldynamik an der GSI die Kopplung zwischen der transversalen und longitudinalen Bewegung vernachlässigt werden kann [3]. Der erste Teil des Kapitels 3 beschäftigt sich mit der longitudinalen Teilchendynamik in Transportstrecken. Die longitudinale Teilchendynamik wird im letzten Abschnitt des Kapitels behandelt. Wichtig sind hierbei auch die Effekte der durch die Teilchen selbst erzeugten elektrischen Felder (kollektive Effekte). Deshalb diskutiert Kapitel 3 eingehend, wie das von den Teilchen selbst erzeugte elektrische Feld, das Raumladungsfeld, bestimmt wird. Das Augenmerk richtet sich hierbei auf den Geometrie-Faktor, welcher die transversale Geometrie berücksichtigt und die Stärke des Raumladungsfelds beeinflusst.

Wie schon angedeutet, ist die Strahldiagnose entscheidend für den Betrieb eines Beschleunigers. Die für diese Arbeit von der Autorin verwendeten Diagnoseelemente, wie z. B. die longitudinale Emittanzmessung in der Transportstrecke TK, im **Kapitel 4** vorgestellt. Im Besonderen beschäftigt sich das Kapitel mit den physikalischen Grundlagen der Schottky-Diagnose, mit der die Impulsunschärfe eines gleichförmigen Strahls und seine Umlauffrequenz bestimmt werden kann.

Die Auswirkungen der Intensitätseffekte auf die Schottky-Diagnose werden im **Kapitel 5** behandelt. Zuerst wird das Impedanzkonzept in Kreisbeschleunigern vorgestellt. Danach wird in diesem Kapitel der Einfluss der kollektiven Effekte auf das Schottkyspektrum besprochen. Die sich dadurch ergebende Ausbildung der Doppelstruktur der Schottky-Signale wurde genutzt, um den realen Geometrie-Faktor des Experimentier-Speicherrings zu bestimmen. Am Ende des Kapitels werden die Ergebnisse dieser Messung präsentiert. Des Weiteren behandelt Kapitel 5 die Dispersionsbeziehung eines Strahls, mit der eine Aussage über seine Stabilität getroffen werden kann.

Das folgende **Kapitel 6** behandelt die Entwicklung der Teilchenpakete entlang des Transferkanals sowie während der Injektion in das SIS18. Hier werden die Ergebnisse der zahlreichen Experimente anhand einer theoretischen Abschätzung der Impulsunschärfe diskutiert.

Das **Kapitel 7** geht auf die schon angesprochene Multifilamente-Instabilität ein. Hierzu behandelt das Kapitel die Instabilität theoretisch und untersucht ihr Auftreten sowie ihre Auswirkung auf die Schottky-Signale mit Hilfe eines Particle-in-Cell (PIC)-Codes. Zudem ist mit dem PIC-Code der Effekt der Beschleunigerumgebung auf die Multifilamente-Instabilität untersucht worden, wobei diese zu einem Energieverlust des Strahls führen kann. Als weiterer Aspekt ist in diesem Zusammenhang die Multiturn-Injektion beleuchtet worden, bei welcher über mehrere Umläufe hinweg injiziert wird.

Die Arbeit schließt mit meiner Zusammenfassung und einem Ausblick in **Kapitel 8**.

2 Beschleunigeranlage GSI und FAIR

Das GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung (GSI) ist eine Großforschungsanlage, die mit ihren Teilchenbeschleunigern Grundlagenforschung mit Ionenstrahlen ermöglicht. An der GSI kann mit Ionen von Helium (He) bis Uran (U) Forschung auf dem Gebiet der Kernphysik, der Atomphysik, der Plasmaphysik, der Materialforschung, der Biophysik und der Tumorthherapie betrieben werden.

Um weitere fundamentale Fragen über das Universum und den Aufbau der Materie beantworten zu können, wird bei der GSI eine internationale Forschungseinrichtung zur Forschung mit Antiprotonen und Ionen mit dem Namen FAIR gebaut. Die existierende Beschleunigeranlage der GSI wird dann als Injektor für die Beschleunigeranlage von FAIR dienen, wobei FAIR für die Forschung Ionenstrahlen von bisher unerreichten Intensitäten und Energien bereitstellen wird. Hierfür müssen die Anlagen der GSI, die als Injektor dienen sollen, der Universal-Linear-Beschleuniger (UNILAC) und das Schwer-Ionen-Synchrotron (SIS18), ausgebaut werden. Neben den technischen Aspekten muss zudem auch auf die Qualität der Strahlen geachtet werden, um Strahlen mit hoher Intensität im SIS18 beschleunigen zu können. Ein Teilaspekt ist hier die longitudinale Strahlqualität im SIS18, welche mit dieser Arbeit untersucht worden ist. Um intensive Strahlen im SIS18 vorbeschleunigen zu können, müssen sich möglichst viele Ionen innerhalb der durch die Hochfrequenz-Kavitäten vorgegebenen longitudinalen Akzeptanz befinden. Die kollektiven Effekte, die bei niedrigen Energien und hohen Intensitäten im SIS18 auftreten, erschweren es unter anderem, die geforderte longitudinale Strahlqualität zu erreichen, sowie die Strahlqualität zu bestimmen.

Zum Verständnis der Arbeit ist es wichtig, die Beschleunigeranlage der GSI zu kennen. Daher beinhaltet das Kapitel eine Beschreibung der Eigenschaften und technischen Parameter des UNILAC, des SIS18, der Transportstrecke TK vom UNILAC zum SIS18 und des Speicherrings ESR. Ebenso werden die geplanten Verbesserungen des SIS18 für den FAIR-Betrieb besprochen. Des Weiteren wird im Allgemeinen auf den Injektionsprozess in einem Kreisbeschleuniger eingegangen.

2.1 Das GSI Helmholtzzentrum

Das GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung wurde im Jahr 1969 unter dem Namen Gesellschaft für Schwerionenforschung mbH gegründet. Nach der Gründung wurde mit dem Bau des 150 Meter langen Linearbeschleunigers UNILAC in der Nähe von Darmstadt begonnen. Seit 1975 können bei der GSI mit Ionen von Helium bis Uran Experimente durchgeführt werden. Seit 1990 sind zudem das SIS18 und der Experimentier-Speicherring (ESR) als Erweiterung im Betrieb. Abb. 2.1 gibt einen Gesamtüberblick über die GSI¹ mit ihren Beschleunigern sowie ihren Experimenten. Einige Höhepunkte der verschiedenen Forschungsgebiete, welche mit der Beschleunigeranlage der GSI erreicht worden sind, sind bei [19–23]

¹ Aufgrund historischer Gründe hat die Abkürzung GSI das grammatische Geschlecht weiblich. Sonst bezieht sich das sächliche Geschlecht auf das Wort Helmholtzzentrum.

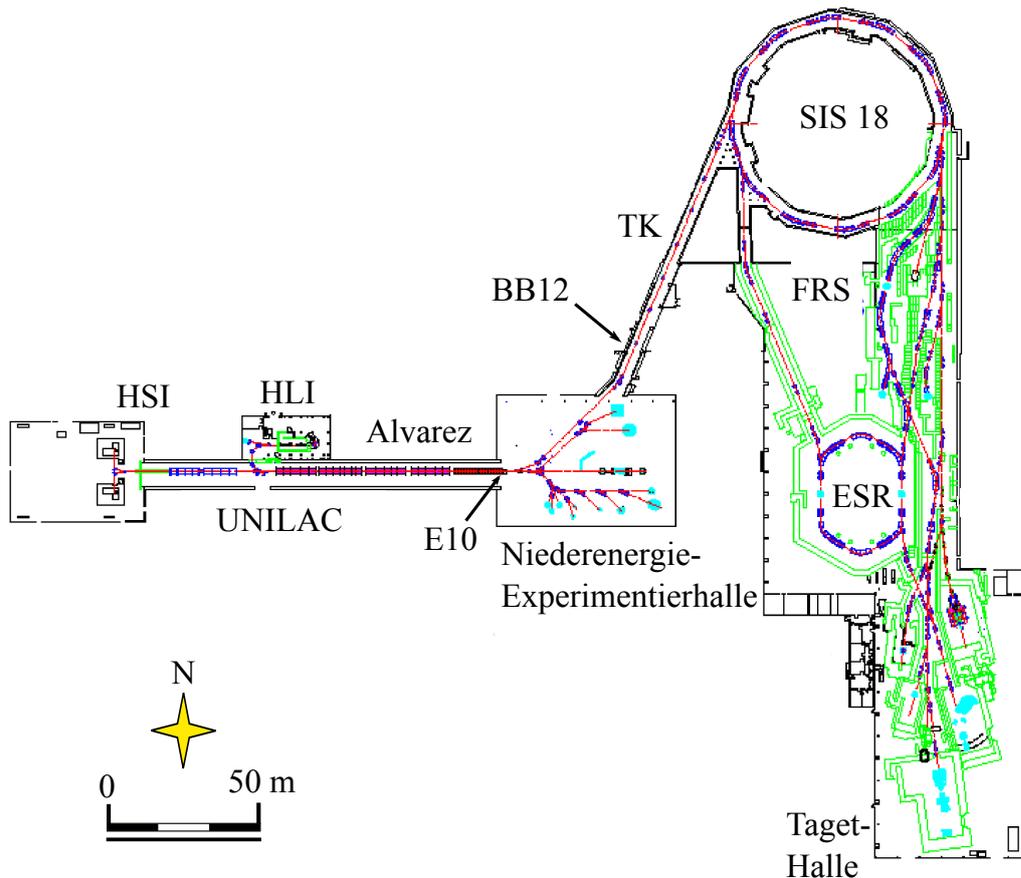


Abb. 2.1: Beschleuniger und Experimente an der GSI

zu finden.

Im Westen der Anlage werden die zu beschleunigenden Ionen in einem von zwei vorhandenen Injektoren erzeugt [24]. Um so eine große Bandbreite an verschiedenen Ionen anbieten zu können, sind mehrere Ionenquellen nötig, z. B. werden mit einer MUCIS-Quelle (Multi-Cup-Ion-Source) Gasionen erzeugt, wobei für die Erzeugung von Metallionen eine MEVVA-Quelle (Metal-Vacuum-Vapor-Arc-Ion-Source) genutzt wird.

Im ersten Teil des UNILAC, welcher als Hochladungsinjektor (HSI) bezeichnet wird, werden die Ionen in einer RFQ-Struktur (Radio-Frequenz-Quadrupol) sowie in zwei IH-Strukturen (Interdigital H-Mode) bei einer Frequenz von 36 MHz auf 1.4 MeV/u vorbeschleunigt [25]. Die Ionen werden, bevor sie in den nachfolgenden Alvarez eingeschossen werden, mit einem „Gasstripper“ in einen höheren Ladungszustand versetzt. Hier schließt sich auch der zweite Injektor, der Hochladungsinjektor (HLI), an. Im HLI werden in einer Heißplasma-Quelle mit nachfolgender RFQ- und IH-Struktur direkt Ionen mit einem hohen Ladungszustand erzeugt [26].

Im Alvarez werden dann die Ionen bei einer Frequenz von 108 MHz auf eine Energie von 11.4 MeV/u beschleunigt. Anschließend können dann die Ionen zu den verschiedenen Experimenten in die Niederenergie-Experimentierhalle oder zum Synchrotron SIS18 entlang des 150 m langen sogenannten Transferkanals (TK) transportiert werden. Im SIS18 werden die Ionen dann auf noch höhere Energien beschleunigt. Der an das SIS18 gelieferte Strahl („Makropuls“ genannt) besteht aus vielen einzelnen Teilchenpaketen, den sogenannten „Mi-

krobunchen“. Mit 15 Einzelresonatoren hinter dem Alvarez kann dann die Energie der Ionen im Einzelfall auf 13.5 MeV/u weiter erhöht werden [26, 27], wobei die Energieerhöhung nur für die Experimente in der Niederenergie-Experimentierhalle genutzt wird.

[28] Im SIS18 werden dann die Teilchenpakete vom UNILAC zu einem gleichförmigen Strahl akkumuliert und anschließend auf die von den Experimenten geforderte Strahlenergie beschleunigt. Dazu wird der gleichförmige Strahl mit zwei gegenüberliegenden Hochfrequenzkavitäten (HF-Kavitäten) zu vier Teilchenpaketen geformt und anschließend beschleunigt. Für Maschinen-Experimente, die einen gleichförmigen Strahl benötigen, wie sie im Rahmen der Arbeit durchgeführt worden sind, kann die Bildung der Teilchenpakete sowie ihre Beschleunigung verzögert werden. Eine ausführliche Beschreibung des SIS18 mit seinen Eigenschaften sowie des Injektionsprozesses folgt in Abschnitt 2.1.1.

Nachdem die Strahlen im SIS18 ihre Endenergie erreicht haben, werden sie entweder in die Target-Halle oder zum Experimentier-Speicherring transportiert, wobei der Strahltransfer entweder direkt oder über den Fragmentseparator (FRS) erfolgt. Im Fragmentseparator werden mit einem Produktionstarget exotische Teilchenstrahlen erzeugt, wobei die Teilchen im Fragmentseparator nach Ladung und Masse ausgewählt werden. Auf der Transportstrecke besteht ferner die Möglichkeit, bei ausreichender Strahlenergie schwere Ionen vollständig zu ionisieren.

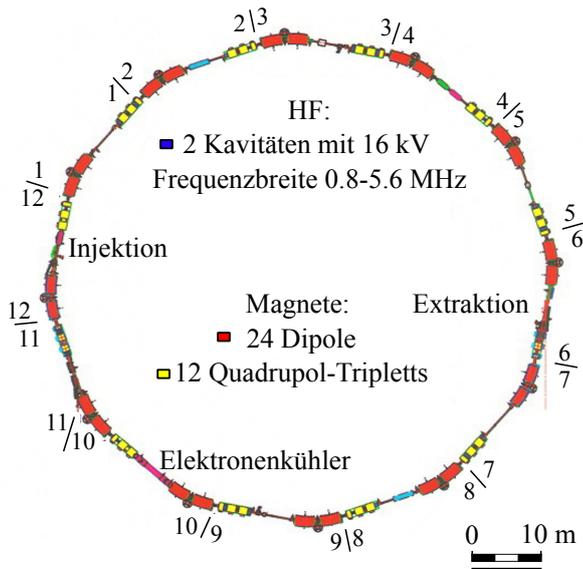
Im Experimentier-Speicherring (ESR), der einen Umfang von 108.36 Metern besitzt, können mit den Ionen Experimente für die Atom- und Kernphysik durchgeführt werden. Im ESR können zudem mit der stochastischen Kühlung sowie dem Elektronenkühler Strahlen mit hoher Strahlqualität sowie Teilchendichte erzeugt werden. Der ESR hat eine hexagonale Form mit zwei geraden Strecken. Weil im ESR ein Ultrahochvakuum herrscht, können im Gegensatz zum SIS18 die Strahlen viel länger gespeichert werden. Auch im ESR können mit zwei HF-Kavitäten Teilchenpakete geformt sowie ihre Energie variiert werden [29].

2.1.1 Das Schwer-Ionen-Synchrotron SIS18

Das SIS18 ist ein Kreisbeschleuniger, der zur Beschleunigung aller Sorten von Ionen, von Protonen bis Uran, geeignet ist. In Tab. 2.1 sind einige typische Parameter des SIS18 zusammengestellt, welches zudem in Abb. 2.2 dargestellt ist.

Das SIS18, welches in 12 fast identische Bereiche aufgeteilt ist, hat einen Umfang von 216.72 Metern. Jeder der 12 Bereiche besteht aus zwei Dipolen (mit der Farbe rot in Abb. 2.2 gekennzeichnet), drei Quadrupolen (gelb) und einem Sextupol (in der Abb. nicht zuerkennen). Mit den Dipolen im SIS18 wird der Strahl auf der Umlaufbahn gehalten. Die Quadrupole dagegen fokussieren den Strahl transversal, wobei mit den Sextupolen die Auswirkungen der Feldfehler kompensiert werden. Neben den beiden Beschleunigungskavitäten (blau) und einem Elektronenkühler (rosa) befinden sich in den Zwischenräumen des SIS18 zur Kontrolle des Strahls verschiedene Strahldiagnose-Elemente sowie weitere Korrekturlemente [27, 30]. Das SIS18 besitzt eine maximale Steifigkeit von 18 Tm, wobei diese die maximal erreichbare Teilchenenergie für Protonen auf 4.5 GeV/u begrenzt. Für schwere Ionen werden - abhängig von Ionenmasse und Ladungszustand - nur geringere Energien erreicht, z. B. kann U^{73+} nur auf 1 GeV/u beschleunigt werden [31].

Da Quadrupolmagnete in einer Ebene als fokussierende Linse wirken, aber in der anderen Ebene defokussieren, muss, um eine Fokussierung in beiden Ebenen zu erreichen, ein Teil der Quadrupole im SIS18 um 90° gedreht sein. Das hat zur Folge, dass ein nicht zentral fo-



Tab. 2.1: Zusammenstellung einiger Parameter des SIS18 [27, 30]

Maschinenumfang	216.72 m
Länge eines Bereichs	18.06 m
Biegeradius der Dipole	10 m
Magnetische Steifigkeit	18 Tm
Arbeitspunkt (Q_h, Q_v)	4.17 / 3.29

Abb. 2.2: Übersicht über das Synchrotron SIS18 mit seinen magnetischen Komponenten sowie seinen beiden Beschleunigungskavitäten und seinem Elektronenkühler. Das SIS18 hat einen Umfang von 216.72 m und ist in 12 fast identische Bereiche aufgeteilt.

kussiertes Teilchen Schwingungen um die Sollbahn ausführt. Diese transversale Oszillation der Teilchen um die Sollbahn wird Betatronschwingung genannt, wobei die horizontale und die vertikale Schwingung im Allgemeinen entkoppelt sind. Der Arbeitspunkt Q_h bzw. Q_v in Tab. 2.1 beschreibt die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf in der entsprechenden transversalen Ebene im SIS18. Bei der Wahl des Arbeitspunkts ist darauf zu achten, dass zur Analogie des harmonischen Oszillators instabile Betatronschwingungen durch eine periodische Störung angeregt werden können. Aus diesem Grund wird immer ein nicht ganzzahliger Arbeitspunkt gewählt [27].

Um große Strahlintensitäten im SIS18 zu erreichen, wird der Ionenstrahl vom UNILAC gewöhnlich über mehrere Umläufe hinweg eingeschossen. Die Anzahl der Umläufe, über die injiziert wird, sowie der Anteil des Makropulses, der in das SIS18 injiziert werden soll, wird mit dem sogenannten „Chopper-Fenster“ bestimmt. In das SIS18 wird dabei mit der Methode des horizontalen Stackings injiziert [32]. Bei dieser Methode - der sogenannten Multiturn-Injektion, wobei das englische Wort Turn ein Umlauf bedeutet - werden Teilchenpakete im horizontalen Phasenraum durch eine kontinuierliche Verlagerung der Sollbahn während des Einschusses verteilt. Im Anschluss an diesen Abschnitt wird noch genauer auf dieses Injektionsverfahren eingegangen.

Mit dem im SIS18 vorhandenen Elektronenkühler kann die transversale Größe sowie die Energieabweichung - d. h. Impulsabweichung - des Strahls verkleinert werden. Zudem kann mit dem Elektronenkühler während der Akkumulation der Teilchenpakete eine noch größere Strahlintensität im SIS18 erreicht werden. Man spricht dann von der Multi-Multiturn-Injektion [33]. Der Elektronenkühler des SIS18 wird aber nur für spezielle Fälle eingesetzt, da dieser die Zykluszeit stark vergrößert.

Nach der Beschleunigung ist wahlweise eine Extraktion zu den verschiedenen Experimentierplätzen in der Target-Halle oder zum Speicherring ESR möglich. Dazu kann der Strahl entweder innerhalb eines Umlaufs oder langsam über einige Sekunden extrahiert werden.

Bei der langsamen Extraktion wird der gleichförmige Strahl mit den Sextupolen in die Nähe einer Resonanz bewegt. Einzelne Ionen bewegen sich aufgrund der Resonanz dann außerhalb des Sollorbits und werden dann mit einem elektrostatischen Feld ausgelenkt. Bei der schnellen Extraktion wird der gebündelte Strahl mit einem schnell geschalteten Magneten, dem sogenannten Kicker, extrahiert [27].

2.1.2 Injektion in einen Kreisbeschleuniger

Bei sehr komplexen Beschleunigeranlagen, wie bei der GSI, werden die Teilchen mit Hilfe von Transportstrecken zu den einzelnen Beschleunigern und Speicherringen befördert. Dort müssen sie dann in den Beschleuniger eingeschossen (injiziert) werden. Oft soll zudem im Kreisbeschleuniger ein viel höherer Strahlstrom erreicht werden, dies kann durch die mehrfach nacheinander folgende Injektion erreicht werden, dem sogenannten „Stacking“ (engl. Stapeln). Bildlich gesprochen werden die Strahlen in den freien Phasenraum gestapelt [1]. Da im SIS18 mit der Methode des horizontalen Stackings injiziert wird, soll diese kurz dargestellt werden. Natürlich existieren noch viele weitere Möglichkeiten, Teilchen in einen Kreisbeschleuniger zu injizieren, diese sowie eine ausführliche Beschreibung des horizontalen Stackings sind unter anderem in [1, 33–35] zu finden.

Bei der Injektion ist zu beachten, dass nach dem Liouvilleschen Theorem keine zwei Teilchen den gleichen 6D-Phasenraum gleichzeitig besetzen können. Zudem befinden sich die zu injizierenden Teilchenstrahlen außerhalb der Akzeptanz des aufnehmenden Beschleunigers. Sie müssen deshalb mit Magneten auf die Umlaufbahn gebracht werden. Bei der Manipulation des zu injizierenden Teilchenstrahls muss auch darauf geachtet werden, dass die schon im Beschleuniger befindlichen Teilchen nicht gestört werden oder verloren gehen. Dies ist mit schnell gepulsten Magneten, den „Kickermagneten“ möglich, sie lenken den zu injizierenden Teilchenstrahl auf die Sollbahn und beeinflussen den umlaufenden Strahl nicht, weil ihr magnetisches Feld möglichst schnell ausgeschaltet wird [1].

Zunächst wird der freie longitudinale Phasenraum entlang des Umfangs des Kreisbeschleunigers genutzt. Dazu werden die Teilchenpakete hintereinander injiziert. Die Teilchenpakete sind dann entlang des Umfangs des Kreisbeschleunigers verteilt. Der Umfang, die Länge der Teilchenpakete, sowie ihre Geschwindigkeit geben die maximal injizierbare Teilchenzahl vor. Zudem begrenzt der schnell gepulste Magnet die maximal injizierbare Teilchenzahl bei der sogenannten „Singleturn-Injektion“ [1].

Um den Teilchenstrom noch weiter zu erhöhen, kann zudem der transversale Phasenraum aufgefüllt werden. Dazu wird am SIS18 mit vier „Bumpermagneten“ eine lokale Beule im Orbit des Kreisbeschleunigers erzeugt, wie in Abb. 2.3(a) dargestellt. Nur mit vier Bumpermagneten ist es möglich, die Amplitude sowie den Winkel der Orbitbeule zu kontrollieren. Während der Injektion wird die Stärke der Bumpermagnete und somit auch die Ausdehnung der Orbitbeule mit der Zeit variiert. Eine als Septum bezeichnete elektrostatische Ablenkeinheit legt den injizierten Strahl parallel zum Orbit in die Akzeptanz des Kreisbeschleunigers. Die Stärke des zweiten Bumpers ist so gewählt, dass der Strahl genau auf die Umlaufbahn des Kreisbeschleunigers gelangt [1].

Anschließend wird die Stärke der Bumpermagnete so weit reduziert, dass der Strahl möglichst nahe am Septum vorbei kommt, ohne dabei Teilchen zu verlieren. Das Septum legt das zweite Teilchenpaket dann dicht neben dem zuerst injizierten Teilchenpaket ab. Für den nächsten Umlauf muss die Orbitbeule nicht gleich variiert werden, denn aufgrund der Be-

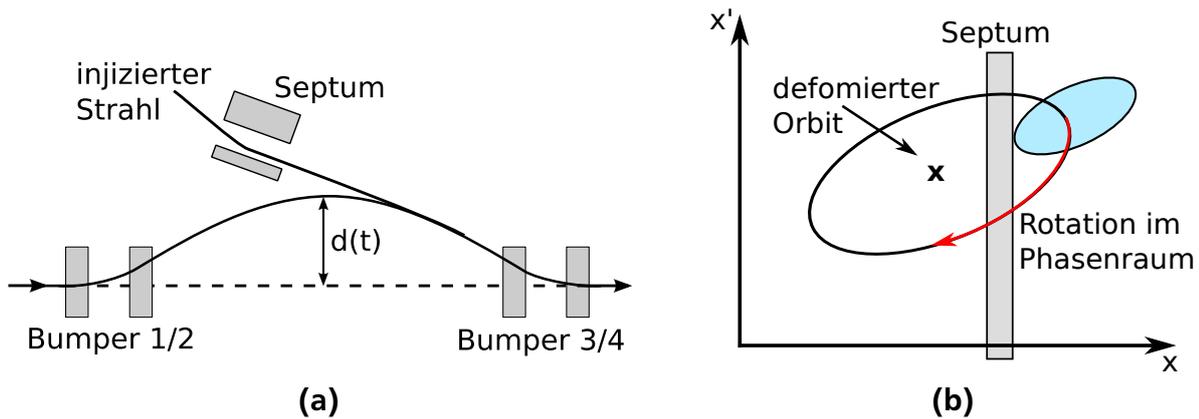


Abb. 2.3: Die Abbildung verdeutlicht das Prinzip der Multiturn-Injektion des horizontalen Stackings. Hier beschreibt x die horizontale Koordinate sowie x' die Richtungsabweichung der Teilchenpakete. Mit den beiden Bumpermagneten wird eine lokale Orbitbeule erzeugt. Das Septum lenkt die Teilchenpakete in den Kreisbeschleuniger ein, welche dann um den deformierten Orbit oszillieren [1, 36].

tatronschwingung bewegt sich der Schwerpunkt des Teilchenpakets um einen bestimmten Phasenwinkel (siehe Abb. 2.3(b)) und somit steht auch ohne Änderung der Beulenamplitude ein freies Phasenraumvolumen zu Verfügung. Erst wenn das zuvor injizierte Teilchenpaket wieder an der gleichen Stelle vorbeikommt, muss die Orbitbeule wieder variiert werden. Somit wird mit der Zeit die gesamte im Beschleuniger verfügbare Apertur mit Teilchen gefüllt. Man spricht dann auch von der „Multiturn-Injektion“ [1]. Es soll noch angemerkt werden, dass die Teilchenpakete einen anderen transversalen Phasenraum einnehmen, als der Teilchenstrahl, der gerade wieder am Septum vorbeikommt, aber den gleichen longitudinalen Phasenraum.

2.2 Beschleunigerzentrum FAIR

Am 04. Oktober 2010 haben neun Staaten das völkerrechtliche Abkommen über die Errichtung des Beschleunigerzentrums FAIR – welches in Abb. 2.4 dargestellt ist - unterzeichnet. Gleichzeitig ist im Wiesbadener Schloss Biebrich die FAIR GmbH gegründet worden. Mit FAIR wird es möglich sein, unterschiedliche Experimente mit Strahlen höchster Intensität und Energie durchführen zu können.

In Abb. 2.4 ist die existierende GSI-Anlage, welche als Injektor für FAIR dienen wird, in blau zu erkennen. In rot ist die noch zu bauende Anlage mit den beiden supraleitenden Synchrotrons SIS100 und SIS300 dargestellt. Der Umfang der beiden Synchrotrons wird 1083 Meter betragen, wobei ihre magnetische Steifigkeit durch ihre Bezeichnung gegeben ist. Drei Viertel der Baukosten der Anlage wird Deutschland tragen. Den größten internationalen Beitrag wird Russland beisteuern.

Im Schwer-Ionen-Synchrotron SIS100 werden dann z.B. U^{28+} -Ionen auf eine Energie von 2.7 GeV/u beschleunigt, welche dann zu den Experimenten transportiert oder im Schwer-Ionen-Synchrotron SIS300 weiter auf 34 GeV/u beschleunigt werden, wobei dafür erst U^{28+} in U^{92+} umgewandelt werden muss. Wie in Abb. 2.4 zu erkennen ist, schließt sich an die beiden Synchrotrons ein Park von Speicherringen und Experimenten an. Dort wird dann an

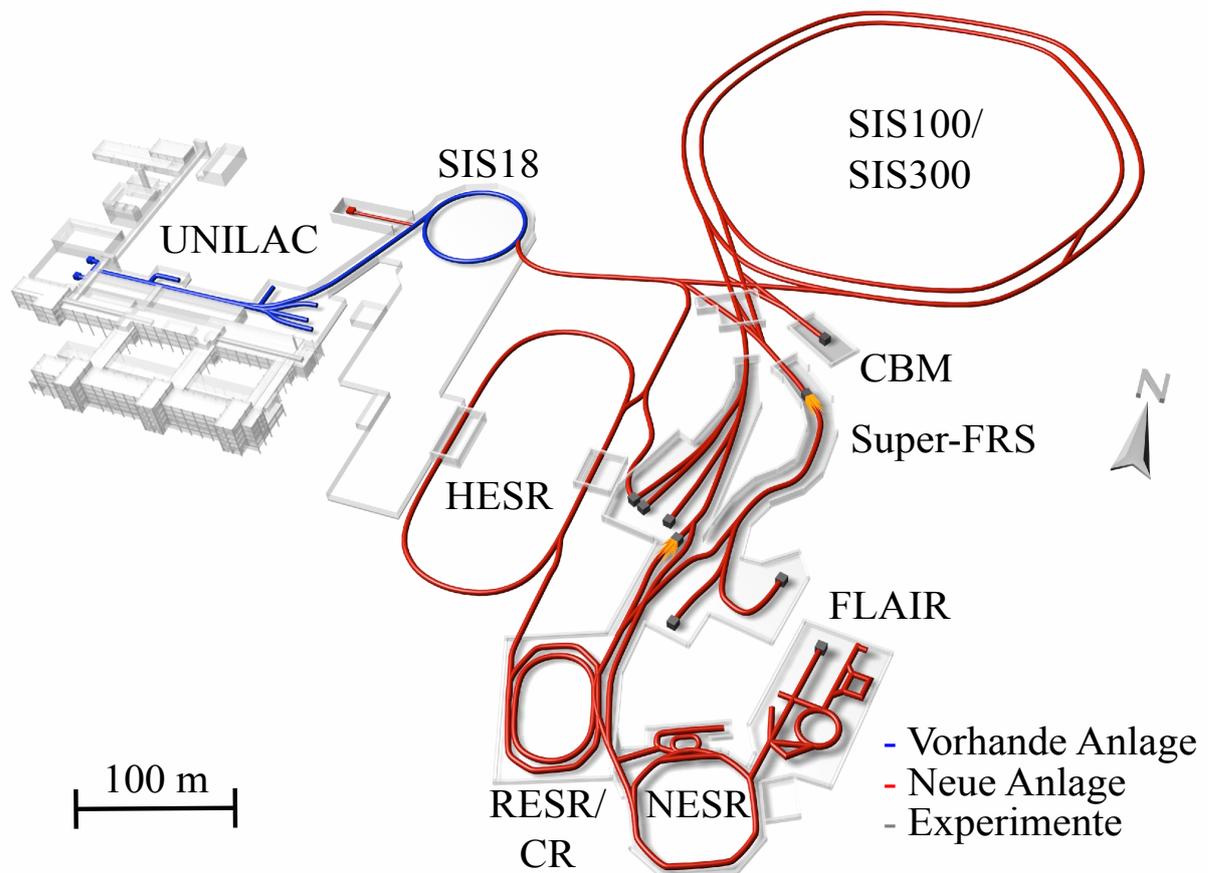


Abb. 2.4: FAIR mit der existierenden GSI-Anlage und den geplanten Synchrotrons sowie Experimenten.

zahlreichen Experimenten die Struktur der Materie und der Prozess der Entstehung des Universums erforscht.

Im Folgenden soll sich die Aufmerksamkeit auf das existierende Synchrotron SIS18 mit seiner Funktion als Injektor richten. Damit die Experimente der FAIR-Anlage die geforderten Teilchenzahlen geliefert bekommen, muss das SIS18 intensivere Teilchenpakete als heute mit hoher Qualität bei einer kurzen Zykluszeit bereitstellen. Tab. 2.2 gibt einen Überblick über die geplanten Teilchenzahlen für die Extraktion für verschiedene Ionensorten sowie die aktuell (2010) erreichten. Zukünftig muss die Anzahl der Teilchen während der Injektion erhöht sowie eine longitudinale Impulsunschärfe für den gleichförmigen Strahl von 1×10^{-3} erreicht werden. Damit das SIS18 die in Tab. 2.2 dargestellten Intensitäten liefern kann, muss zudem ein Umbau des SIS18 durchgeführt werden. Einige der notwendigen Arbeiten sind bereits erfolgt. Zum einen ist zur Verbesserung des Vakuums das SIS18 mit dem sogenannten Gettermaterial beschichtet worden. Durch Beheizen des Materials kann auf der Rohrwand eine „frische“ Oberfläche erzeugt werden, an der dann Restgasmoleküle festgehalten werden [37].

Da kollektive Effekte die Fokussierungseigenschaften im Beschleuniger verändern und somit die maximal erreichbare Teilchenzahl begrenzen, wird für den FAIR-Betrieb im SIS18 zukünftig mit dem Design-Ion U^{28+} anstatt mit dem aktuellen Design-Ion U^{73+} gearbeitet werden. Aufgrund des kleineren Ladung-zu-Masse-Verhältnisses können dann mehr Teilchen pro Zyklus beschleunigt werden. Die dadurch erreichte höhere Teilchenzahl geht aber auf

Tab. 2.2: Strahlparameter für die SIS18 Extraktion [8, 24]

	Ion	Energie / MeV/u	Ionen / Zyklus
Stand 2010	$^{238}\text{U}^{28+}$	200	1×10^{10}
	$^{238}\text{U}^{73+}$	1000	4×10^9
	$^{40}\text{Ar}^{18+}$	1700	2×10^{10}
für FAIR geplant	$^{238}\text{U}^{28+}$	200	1.4×10^{11}
	$^{238}\text{U}^{73+}$	1000	1.6×10^{10}
	$^{40}\text{Ar}^{18+}$	1700	5.8×10^{11}

Kosten der Endenergie, die dann geringer sein wird. Zudem hat das Ion U^{28+} eine hohe Umladungswahrscheinlichkeit bei Stößen mit dem Restgas und führt deswegen zum Ansteigen des Drucks in der Maschine. Durch Stöße mit dem Restgas werden die U^{28+} -Ionen umgeladen, schlagen dann in die Rohrwand ein und erzeugen so weitere Restgasmoleküle. Zur Kontrolle des dynamischen Vakuums werden deshalb an heiklen Punkten Kollimatoren installiert, um die umgeladenen Ionen aufzufangen und somit die weitere Erzeugung von Restgasmolekülen zu verhindern [26]. Ein Teil der Kollimatoren ist bereits installiert worden.

Zudem soll im Betrieb die Umlaufbahn des Strahls immer optimal eingestellt sein, um die Strahlverluste durch eine kleinere effektive Apertur vermeiden zu können, denn Beulen im Orbit führen zu einer Reduzierung der effektiven Apertur [38].

Des Weiteren wurde im Injektionsbereich ein neues Septum eingebaut, denn für die Injektion von U^{28+} bei 11.4 MeV/u wird ein höheres elektrisches Feld benötigt, als es das alte Septum bereitstellen konnte [39].

Zukünftig soll eine neue Hochfrequenz-Anlage eingebaut werden, die mit der zweiten Harmonischen der Umlauffrequenz arbeiten wird, um eine flachere longitudinale Dichteverteilung sowie eine größere longitudinale Akzeptanz zu erreichen. Durch die so erreichte flachere Dichteverteilung ergibt sich auch ein geringerer maximaler Spitzenstrom [10, 11].

Neben den baulichen Veränderungen am SIS18 ist es aber im Hinblick auf FAIR vor allem notwendig, die zukünftig auftretenden physikalischen Effekte genau vorherzusagen, in die Planungen einzubeziehen, sowie - wo möglich - bereits zu untersuchen. Unter anderem führen die transversalen kollektiven Effekte der Teilchen im Strahl zu einer Arbeitspunktverschiebung, da Raumladungskräfte die Fokussierungseigenschaften im Beschleuniger verändern. Durch diese Verschiebung des Arbeitspunkts können die Teilchen, die immer eine inkohärente Bewegung ausführen, auf vorhandene Resonanzen geraten und verloren gehen. Um einen geeigneten Arbeitspunkt zu finden, müssen deshalb die vorhandenen Resonanzen in der Maschine mit und ohne kollektive Effekte genau bekannt sein. Hierzu sind schon weitreichende Studien durchgeführt worden [40].

Ferner haben kollektive Effekte in Teilchenpaketen einen Einfluss auf die Dämpfung der longitudinalen Oszillation. Diese Effekte müssen bei der Beschleunigung berücksichtigt werden [31].

Außerdem sind intensive Strahlen empfindlich gegenüber Instabilitäten. Eine genaue Kenntnis der Strahlparameter ist hier wichtig. Der Einfluss von moderaten Raumladungseffekten auf die transversalen Diagnosesignale ist eingehend untersucht worden und in [24] dargestellt.

Auch können die elektrischen Felder der Teilchen zu einer Verschlechterung der longitudinalen Strahlqualität führen. Die elektromagnetische Energie führt dazu, dass die Teilchen eine größere Abweichung von der Sollenergie bekommen. Dies und die in [18] beschriebene Multifilamente-Instabilität soll mit dieser Arbeit theoretisch, experimentell sowie anhand von Simulationen untersucht werden. Zu berücksichtigen ist dabei, dass die Multifilamente-Instabilität zu Turbulenzen im longitudinalen Phasenraum führt und dadurch die Interpretation der longitudinalen Diagnosesignale der Strahlen erschweren kann.



3 Longitudinale kinetische Beschreibung

Nachdem die Beschleunigeranlage der GSI sowie von FAIR vorgestellt worden sind, wird in diesem Kapitel die kinetische Beschreibung der Teilchen in einem Beschleuniger dargestellt. Ein geladenes Teilchenpaket bewegt sich in einem Beschleuniger entlang einer Bahn und wird von elektromagnetischen Feldern beeinflusst. Die elektrischen und magnetischen Felder ergeben sich aus externen Feldern - wie das externe Beschleunigungsfeld (HF-Feld) - und aus den von den Teilchen selbst erzeugten elektrischen und magnetischen Feldern, den sogenannten „Selbstfeldern“ oder Raumladungsfeldern.

Zuerst wird in diesem Kapitel die allgemeine Dynamik eines Teilchenpakets im Phasenraum behandelt und das longitudinale Raumladungsfeld eines Strahls in einem zylindrischen Strahlrohr bestimmt. Im Anschluss daran wird auf die longitudinale Dynamik in Transportstrecken eingegangen. Transportstrecken befinden sich zwischen zwei Beschleunigern oder hin zum Experiment. In diesem Abschnitt wird die Bewegung in einem Beschleunigungsfeld und das Raumladungsfeld eines Teilchenpakets besprochen, zudem wird eine Verteilungsfunktion der longitudinalen Emittanz eines Teilchenpakets definiert.

Das Kapitel schließt mit einer Beschreibung der longitudinalen Dynamik in Kreisbeschleunigern. Hierbei wird zum einen die Bestimmung des longitudinalen Raumladungsfelds während der Injektion und zum anderen die spätere Beschleunigung in einem Synchrotron dargestellt. Zudem wird eine weitere Definition der longitudinalen Emittanz - die rms Emittanz - besprochen.

3.1 Dynamik eines Teilchenpakets

Die Bewegung eines Ions entlang eines Wegs s in einem Teilchenpaket mit der Geschwindigkeit \vec{v} in einem elektromagnetischen Feld wird durch die Lorentzkraft [41]

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) \quad (3.1)$$

vorgegeben, wobei \vec{E} das elektrische Feld kennzeichnet (siehe Abb. 3.1). Strahlen in einem Beschleuniger befinden sich in erster Näherung im Vakuum, somit beschreibt $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ das magnetische Feld, wobei μ_0 die Permeabilitätskonstante des Vakuums ist. In dieser Arbeit wird im Weiteren davon ausgegangen, dass alle elektrischen Probleme im Vakuum vorliegen, wobei nicht unerwähnt bleiben soll, dass im Allgemeinen \vec{B} die magnetische Flussdichte und \vec{H} das magnetische Feld kennzeichnen [41].

Die Permeabilitätskonstante des Vakuums μ_0 ist über das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit c [41]

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \quad (3.2)$$

mit der Permittivitätskonstante des Vakuums ϵ_0 verknüpft.

Der Teilchenstrahl besteht aus N gleichen Ionen mit der Masse $m_0 \approx Am_p$ und der Ladung $q = Ze$, wobei Z die Ladungszahl des Ions, e die Elementarladung und A die Massenzahl des Ions ist. Die Massenzahl ergibt sich aus der Anzahl der Nukleonen - d. h. Summe

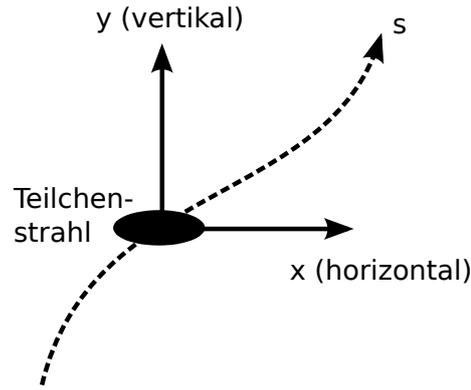


Abb. 3.1: Bewegung eines Teilchenpakets entlang des Wegs s

der Neutronen und Protonen - des Ions. In erster Näherung sind die Massen der Neutronen sowie Protonen gleich und ihre Ruhemasse ist $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$.

Die elektrischen und magnetischen Felder, welche durch die geladenen Teilchen selbst erzeugt werden, sind über die Maxwell'schen-Gleichungen [41]

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{Faradaysches Gesetz}) \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{Ampèresches Gesetz}) \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauß'sches Gesetz}) \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{Gauß'sches Gesetz des Magnetismus}) \quad (3.6)$$

bestimmt mit der Stromdichte $\vec{J}(\vec{r}, t)$ und der Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$. Die Stromdichte $\vec{J}(\vec{r}, t)$ und die Ladungsdichte $\rho(\vec{r}, t)$ erfüllen zudem die Kontinuitätsgleichung [3]

$$\nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0. \quad (3.7)$$

Die durch die Ionen erzeugten Felder werden auch als Raumladungsfelder (eng. space charge fields) bezeichnet. Die Raumladungsfelder sind abhängig von der Teilchenposition und -bewegung, können aber im mitbewegten Koordinatensystem des Strahls betrachtet werden. Wenn die durch die Strahlteilchen erzeugten magnetischen und elektrischen Felder nicht explizit von der Zeit abhängen, das System also konservativ ist, kann das elektrische Problem mit der Poisson-Gleichung [3]

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (3.8)$$

gelöst werden. In einem konservativen System ergibt sich das elektrische Feld \vec{E} aus dem skalaren Potential $\phi(\vec{r})$

$$\vec{E} = -\nabla \phi(\vec{r}). \quad (3.9)$$

Die Verteilung der Ionen im sechsdimensionalen Phasenraum wird durch die Verteilungsfunktion $f(q_j, p_j, t)$ beschrieben. Der sechsdimensionale Phasenraum wird durch die generalisierten Koordinaten q_j und die generalisierten Impulse p_j aufgespannt [3]. Der Index j steht hier für die beiden transversalen Koordinaten sowie für die longitudinale Koordinate, welche in die Bewegungsrichtung des Ionenstrahls zeigt (siehe Abb. 3.1). Für die Verteilungsfunktion gilt der Liouvillesche Satz, der besagt, dass die lokale Teilchendichte längs der Bahn eines Teilchens im sechsdimensionalen Phasenraum invariant ist, wenn die einwirkenden Kräfte durch eine Hamiltonfunktion beschrieben werden können [2, 42]. Die Integration der Verteilungsfunktion im Impulsraum gibt die Ladungsdichte [3]

$$\rho = q \int f(q_i, p_i, t) d^3 p \quad (3.10)$$

und die Stromdichte

$$\vec{J} = q \int \vec{v} f(q_i, p_i, t) d^3 p \quad (3.11)$$

des Teilchenpakets.

Können zudem die Stöße der Teilchen untereinander vernachlässigt werden, ergibt sich aus dem Liouvilleschen Theorem für die longitudinale Verteilungsfunktion $f(q_l, p_l, t)$ die longitudinale Vlasov-Gleichung [3]

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \dot{q}_l \frac{\partial f}{\partial q_l} + \dot{p}_l \frac{\partial f}{\partial p_l} = 0. \quad (3.12)$$

Nach der Vlasov-Gleichung kann sich die Form der Verteilungsfunktion mit der Zeit ändern, jedoch bleibt das von den Teilchen besetzte Phasenraumvolumen konstant. Erfüllt eine Verteilungsfunktion die Vlasov- und die Maxwell/Poisson-Gleichung, wird sie als selbstkonsistent bezeichnet.

In einfachster Näherung kann die Entkopplung der transversalen und longitudinalen Bewegung für die Strahldynamik an der GSI angenommen werden, da im Vergleich zu der longitudinalen Bewegung die transversale um mehrere Größenordnungen schneller ist [40]. Deshalb wird sich im Folgenden auf den longitudinalen Phasenraum beschränkt.

3.1.1 Longitudinales Raumladungsfeld

Zur Bestimmung des longitudinalen Raumladungsfelds eines Strahls wird ein zylindrisch und transversal homogener Strahl mit dem Radius a in einem zylindrischen Rohr mit dem Radius b angenommen. Der Strahl bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ entlang der Strahlrohrachse. Er besitzt die Liniendichte $\lambda(s)$, welche die Dichtemodulation des Strahls beschreibt. Abb. 3.2 zeigt die durch die Liniendichte entstehenden elektrischen und magnetischen Felder. Die Strahlrohrwand soll unendlich gut leitend sein. Folglich verschwindet die tangentielle Komponente des elektrischen Felds auf den Wänden. Durch die Dichtemodulation induziert der Strahl in der Strahlrohrwand einen Spiegelstrom mit entgegengesetztem

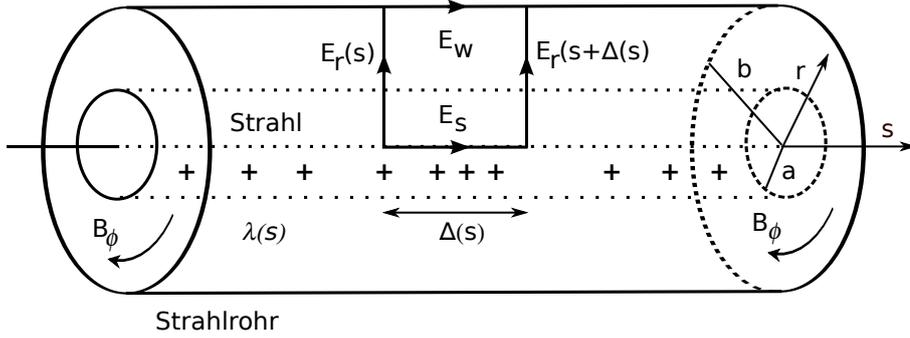


Abb. 3.2: Ein zylindrischer Strahl mit Liniendichte $\lambda(s)$ in einem zylindrischen Strahlrohr, sowie der Integrationspfad zur Berechnung des longitudinalen Raumladungsfelds [43].

Vorzeichen [3, 29, 43–45].

Im langwelligem Limit, d. h. die Wellenlängen der Dichteschwankungen von $\lambda(s)$ sind groß gegenüber dem Strahlrohrradius, sind die radialen elektrischen und magnetischen Felder im Strahl sowie außerhalb über folgende Beziehungen [43]

$$\vec{E}_r = \frac{q\lambda(s)}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{e}_r}{r}; \quad \vec{B}_\phi = \frac{\mu_0 q \lambda(s) \beta_0 c}{2\pi} \frac{\vec{e}_\phi}{r}; \quad r \geq a \quad (\text{außerhalb des Strahls}) \quad (3.13)$$

$$\vec{E}_r = \frac{q\lambda(s)}{2\pi\epsilon_0} \frac{r\vec{e}_r}{a^2}; \quad \vec{B}_\phi = \frac{\mu_0 q \lambda(s) \beta_0 c}{2\pi} \frac{r\vec{e}_\phi}{a^2}; \quad r \leq a \quad (\text{innerhalb des Strahls}) \quad (3.14)$$

mit dem zugehörigen Einheitsvektor \vec{e}_r sowie \vec{e}_ϕ gegeben, wobei sich die elektrischen Felder aus dem Gauß'schen Gesetz und die magnetischen Felder aus dem Ampèreschen Gesetz ergeben, da im langwelligem Limit die zeitliche Änderung des elektrischen Felds vernachlässigt werden kann [3].

Wird das longitudinale Feld im Strahl an zwei Punkten s und $s + \Delta s$ entlang der Strahlachse betrachtet und nimmt man das Induktionsgesetz von Faraday in Integralform [41]

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (3.15)$$

entlang des in Abb. 3.2 eingezeichneten Wegs ($d\vec{l}$ = Wegelement, $d\vec{A}$ = Flächenelement) zu Hilfe, kann das longitudinale Feld im Strahlzentrum bestimmt werden. Der geschlossene Integrationsweg des elektrischen Felds läuft entlang zweier Radien des Strahlrohrs bei s , $s + \Delta s$ und den Strahlelementen auf der Strahlachse sowie auf der Strahlrohrwand. Der Integrationsweg umschließt ebenfalls das Integrationsgebiet des magnetischen Flusses. Die Integration ergibt [3]

$$(E_s - E_w)\Delta s + \frac{qg_0}{4\pi\epsilon_0}(\lambda(s + \Delta s) - \lambda(s)) = -\frac{\mu_0 q g_0 \beta_0 c}{4\pi} \frac{\partial \lambda(s)}{\partial t} \Delta s \quad (3.16)$$

mit dem Geometrie-Faktor für ein rundes Rohr, welcher durch die Integration vom Strahlrohrzentrum zur Strahlrohrwand entlang r durch

$$g_0 = 2 \left[\int_0^a \frac{rdr}{a^2} + \int_a^b \frac{dr}{r} \right] = 1 + 2 \ln \frac{b}{a} \quad (3.17)$$

bestimmt ist. Demgemäß ist der Geometrie-Faktor vom Verhältnis zwischen Strahlrohrradius b und Strahlradius a abhängig. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung [44]

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = -\beta_0 c \frac{\partial \lambda}{\partial s} \quad (3.18)$$

folgt aus (3.16)

$$(E_s - E_w) = -\frac{qg_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\partial \lambda(s)}{\partial s} - \beta_0^2 \frac{\partial \lambda(s)}{\partial s} \right]. \quad (3.19)$$

Für ein ideal leitfähiges Rohr verschwindet das elektrische Feld $E_w = 0$ auf den Wänden und das longitudinale, elektrische Feld E_s im Strahlzentrum ist [3]

$$E_s = -\frac{qg_0}{4\pi\epsilon_0\gamma_0^2} \frac{\partial \lambda(s)}{\partial s} \quad (3.20)$$

mit $1/\gamma_0^2 = 1 - \beta_0^2$. Der Geometrie-Faktor gibt somit die Proportionalität zwischen dem longitudinalen, elektrischen Feld und dem Differenzial der Fluktuation auf dem Strahl wieder. Er beschreibt zudem die transversale Komponente im longitudinalen Modell. Demzufolge ist der Geometrie-Faktor eine wichtige Größe für die Beschreibung von Raumladungseffekten und deren Auswirkungen.

Im Allgemeinen ist das longitudinale Feld über Bessel-Funktionen gegeben. Dementsprechend hängt der Geometrie-Faktor von der Wellenlänge ab. Nur im langwelligen Limit ist der Geometrie-Faktor unabhängig von der Wellenlänge [3] (Siehe auch Unterabschnitt 5.1.1). Für andere Geometrien des Strahlrohrs und andere transversale Strahlverteilungen ergeben sich andere Geometrie-Faktoren. Die Beziehungen sind in [44] zu finden.

3.2 Longitudinale Teilchendynamik in Transportstrecken

Zunächst wird die longitudinale Dynamik entlang einer geraden Transportstrecke betrachtet. Im Zentrum des Teilchenpakets in Abb. 3.1 sitzt das ideale Teilchen oder auch Sollteilchen genannt, welches der Sollbahn s_0 mit der Sollgeschwindigkeit $v_0 = \beta_0 c$ folgt. Die nicht idealen Teilchen haben zum Sollteilchen den longitudinalen Abstand

$$z(t) = s(t) - s_0(t) \quad (3.21)$$

und die Geschwindigkeitsabweichung

$$v_z = \frac{1}{\gamma_0} \beta_0 c \delta. \quad (3.22)$$

Hier ist $\delta = \frac{\Delta p}{p_0}$ die Impulsunschärfe, $\Delta p = p - p_0$ die Impulsabweichung eines Teilchens vom Sollimpuls $p_0 = \gamma_0 m_0 \beta_0 c$, $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - \beta_0^2}$ der relativistische Lorentzfaktor und β_0 das

Verhältnis von Sollgeschwindigkeit zu Lichtgeschwindigkeit. Im Allgemeinen wird der longitudinale Phasenraum z, z' mit dem Differenzial z' von z nach s betrachtet. Dementsprechend ist das Differenzial

$$z' = \frac{v_z}{\beta_0 c} = \frac{\delta}{\gamma_0^2} \quad (3.23)$$

mit der Impulsunschärfe verknüpft. Die zeitliche Ableitung \dot{z} wird mit einem Punkt gekennzeichnet.

Für die Transportstrecke zwischen dem UNILAC und dem SIS18 ist für die kinetische Sollenergie $E_{kin} = m_0 c^2 (1 - \gamma_0)$ eines Teilchenpakets von $E_{kin} = 11.4$ MeV/u (Energie pro Nukleon) der Lorentz-Faktor $\gamma_0 = 1 + E_{kin}/(m_0 c^2) = 1.012$ und $\beta_0 = 0.155$ [30].

3.2.1 Longitudinale Fokussierung

Im Folgenden wird die longitudinale Dynamik ohne kollektive Effekte und die Bündelung von Teilchen zu einem Teilchenpaket - auch „Bunch“ genannt - beschrieben. Dabei wird der Notation in [3] gefolgt. In [3] wird diese Aufgabe als Teilchenpaket betrachtet, das sich in einer elektromagnetischen Welle bewegt. Strukturen der Mode, die Geometrie und die radialen Variationen des zylindrischen Wellenleiters, beschrieben durch Bessel-Funktionen, werden nicht berücksichtigt. Des Weiteren wird nach [3] angenommen, dass eine TM-Welle (transversal-magnetische Welle) eine longitudinale elektrische Feldkomponente besitzt, welche mit folgender Form [3]

$$E_{az} = E_m \sin \phi \quad (3.24)$$

dargestellt werden kann. Hier ist E_m das maximale Feld und

$$\phi = \omega_{rf} t - \frac{\omega_{rf} s}{\beta_0 c} \quad (3.25)$$

die Phase eines Teilchens im elektrischen Feld einer Kavität, welche mit der Kreisfrequenz der Welle ω_{rf} verknüpft ist [3]. Bei einer TM-Welle steht das magnetische Feld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle. Hier liegt zudem die Annahme zugrunde, dass die Geschwindigkeit des Sollteilchens in etwa konstant bleibt. Diese einfache Beschreibung gibt die gleichmäßige longitudinale Fokussierung in linearen Beschleunigern und in Kreisbeschleunigern gut wieder [3].

Das Sollteilchen in Abb. 3.3 hat die Phase ϕ_s und die Änderung seines Impulses ist

$$\frac{dp}{dt} = q E_m \sin \phi_s. \quad (3.26)$$

Die Abweichung zum Sollteilchen in Bezug auf die Phase sei

$$\Delta \phi = \phi - \phi_s, \quad (3.27)$$

so ist die Änderung des Impulses der nicht synchronen Teilchen

$$\frac{d\Delta p}{dt} = q E_m (\sin \phi - \sin \phi_s). \quad (3.28)$$

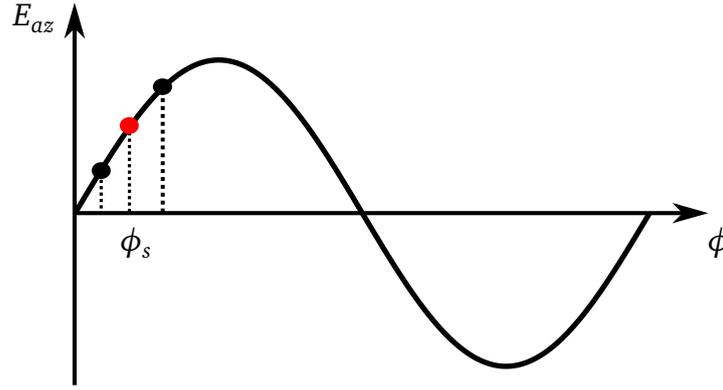


Abb. 3.3: Teilchen innerhalb eines HF-Felds. Das Sollteilchen sieht das Feld $E_m \sin \phi_s$ [3]. Teilchen mit einer größeren Phase - entspricht einem kleineren Impuls - als das Sollteilchen sehen ein größeres Feld. Im Gegensatz dazu sehen die Teilchen mit einer kleineren Phase - d. h. einem größeren Impuls - ein kleineres Feld.

Die Änderung der Phase der nicht synchronen Teilchen ist durch Ausnutzen der Beziehungen (3.25) sowie (3.22) mit ihrem Impuls verknüpft [3]

$$\frac{d\Delta\phi}{dt} = -\frac{\omega_{rf}\Delta p}{\gamma^3\beta_0 m_0 c}. \quad (3.29)$$

Die beiden oben genannten Differentialgleichungen 1. Ordnung (3.28) und (3.29) können in eine Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{d^2\Delta\phi}{dt^2} + \frac{\omega_{rf}qE_m}{\gamma_0^3\beta_0 m_0 c}(\sin\phi - \sin\phi_s) = 0 \quad (3.30)$$

überführt werden. Für die lineare Näherung für kleine Abweichungen $|\Delta\phi| \ll \pi$ gilt

$$\sin(\phi_s + \Delta\phi) - \sin\phi_s = \sin\phi_s \cos\Delta\phi + \cos\phi_s \sin\Delta\phi - \sin\phi_s \approx \Delta\phi \cos\phi_s, \quad (3.31)$$

Die Koordinatentransformation

$$z = -\frac{\beta\lambda_{rf}}{2\pi}\Delta\phi, \quad (3.32)$$

sowie $ds = \beta_0 c dt$ ergibt die Schwingungsgleichung des harmonischen Oszillators

$$z'' + k_z^2 z = 0 \quad (3.33)$$

im mitbewegten Koordinatensystem. Hier ist [3]

$$k_z^2 = \frac{2\pi q E_m \cos\phi_s}{\beta_0^3 \gamma_0^3 \lambda_{rf} m_0 c^2} \quad (3.34)$$

der sogenannte longitudinale Fokkussierungsparameter mit der Wellenlänge der Kavität $\lambda_{rf} = 2\pi c / \omega_{rf}$.

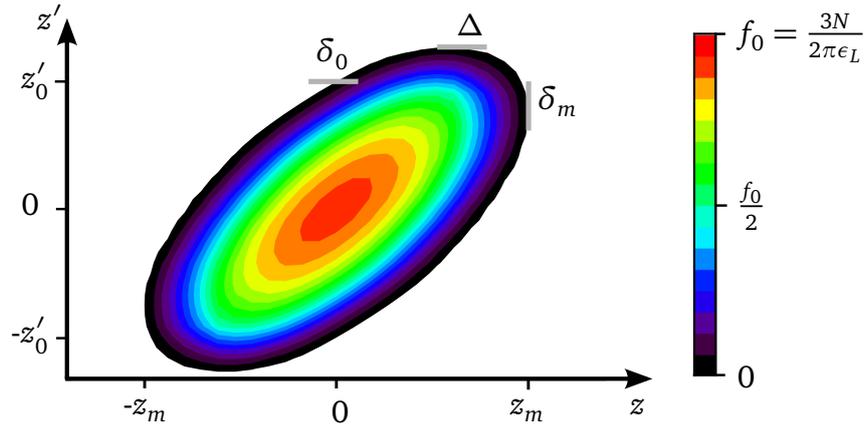


Abb. 3.4: Elliptische Phasenraumverteilung nach [46], wobei hier die Drehung $z'_m = z'_0 = z_m$ ist. z'_0 entspricht der Impulsunschärfe $\delta_0 = \gamma_0^2 z'_0$ im Zentrum des Teilchenpakets.

Für eine stabile Lösung und eine longitudinale Fokussierung muss der Fokussierungsparameter positiv sein. Dies gilt, wenn der Kosinus des synchronen Teilchens positiv bleibt und die Phase des synchronen Teilchens im Bereich $0 \leq \phi_s < \frac{\pi}{2}$ liegt. Die nicht synchronen Teilchen schwingen periodisch mit der sogenannten Synchrotron-Kreisfrequenz [3]

$$\omega_s = \beta_0 c k_z \quad (3.35)$$

um das synchrone Teilchen. Die Lösung des harmonischen Oszillators ist somit $z(s) = z_i \sin(k_z s)$ sowie $z'(s) = z'_i \cos(k_z s)$. Folglich bewegt sich ein Teilchen mit den Anfangsparametern z_i und z'_i entlang der Ellipse [3]

$$\left(\frac{z}{z_i}\right)^2 + \left(\frac{z'}{z'_i}\right)^2 = 1. \quad (3.36)$$

Dementsprechend wird ein Teilchenpaket longitudinal fokussiert, aber nicht beschleunigt, wenn der Phasendurchgang der synchronen Teilchen $\phi = 0$ zur elektromagnetischen Welle der HF-Kavität ist.

3.2.2 Elliptische Phasenraumverteilung und Emittanz

Im Folgenden wird eine selbstkonsistente Verteilungsfunktion ($df/dt = 0$) für Teilchenpakete innerhalb eines elektromagnetischen Felds vorgestellt. Um die Verteilung der Teilchen im Teilchenpaket mit einer Verteilungsfunktion beschreiben zu können, muss berücksichtigt werden, dass die Teilchenpakete im Phasenraum im Allgemeinen gedreht sind.

Die Abb. 3.4 zeigt die elliptische Phasenraumverteilung [46]

$$f(z, z', t) = \frac{3N}{2\pi\epsilon_L} \sqrt{1 - \frac{z^2}{z_m^2} - \frac{z_m^2}{\epsilon_L^2} \left(z' - \frac{z'_m}{z_m} z\right)^2} \quad (3.37)$$

für ein gedrehtes Teilchenpaket mit der Länge $2z_m$ im Definitionsbereich

$$\frac{z^2}{z_m^2} + \frac{z_m^2}{\epsilon_L^2} \left(z' - \frac{z'_m}{z_m} z\right)^2 < 1 \quad (3.38)$$

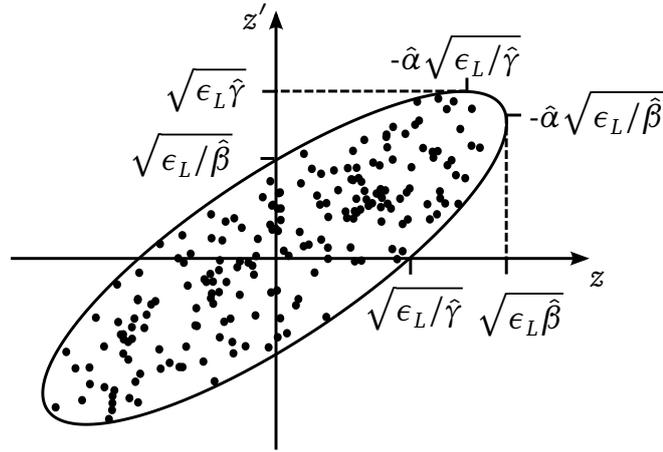


Abb. 3.5: Die Fläche, die von den Ionen im longitudinalen Phasenraum eingenommen wird, dividiert durch die Kreiszahl π , ist als longitudinale Emittanz ϵ bekannt [3].

mit $\epsilon_L = z_m z'_0$ als longitudinale Emittanz und $z'_m = \delta_m / \gamma_0^2$ als Drehung im Phasenraum, wobei δ_m die Impulsunschärfe am Ende des Teilchenpakets ist. Die Impulsunschärfe im Zentrum ist $\delta_0 = \gamma^2 z'_0$. Liegt das Teilchenpaket senkrecht zur Ortsachse (z -Achse), d. h. das Teilchenpaket hat keine Drehung ($z'_m = 0$), dann ist die maximale Impulsunschärfe des Teilchenpakets in dessen Zentrum lokalisiert, sonst ist sie über [47]

$$\Delta^2 = \delta_m^2 + \delta_0^2 \quad (3.39)$$

gegeben. Die elliptische Phasenraumverteilung hat eine parabolische Liniendichte der Form [46]

$$\lambda(z) = \lambda_0 \left(1 - \frac{z^2}{z_m^2} \right) = \frac{3N}{4z_m} \left(1 - \frac{z^2}{z_m^2} \right), \quad (3.40)$$

welche sich durch die Projektion auf die Ortsachse ergibt. Die zeitliche Entwicklung der elliptischen Phasenraumverteilung ist, wie erläutert, durch die Vlasov-Gleichung (3.12) gegeben.

Die longitudinale Emittanz kann im Allgemeinen als Ellipse [3]

$$\epsilon_L = \hat{\gamma} z^2 + 2\hat{\alpha} z z' + \hat{\beta} z'^2 \quad (3.41)$$

mit den Twiss-Parameter $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma} = (1 + \hat{\alpha}^2) / \hat{\beta}$ beschrieben werden. Somit ist die longitudinale Emittanz im longitudinalen Phasenraum z, z' die Fläche in Abb. 3.5 dividiert durch die Kreiszahl π . Die longitudinale Emittanz gibt die longitudinale Qualität von Teilchenstrahlen in einem Beschleuniger wieder. Die Emittanz ist eine invariante Größe entlang eines Beschleunigers oder einer Transportstrecke, wenn die einwirkenden Kräfte auf den Strahl zeitinvariant sind [3].

Für eine elliptische Phasenraumverteilung sind die Twiss-Parameter durch folgende Beziehungen [3]

$$\hat{\beta} = \frac{z_m^2}{\epsilon_L} \quad (3.42)$$

sowie

$$\hat{\alpha} = -z'_m \sqrt{\frac{\hat{\beta}}{\epsilon_L}} \quad (3.43)$$

bestimmt.

Wenn das Teilchenpaket nicht im Phasenraum gedreht ist, d. h. ($\hat{\alpha} = 0$), gilt $z'_m = 0$.

3.2.3 Das lineare Feldmodell für ein Teilchenpaket

Nun soll das Raumladungsfeld für ein elliptisches Teilchenpaket bestimmt werden. Ausgehend von einer parabolischen Liniendichte (3.40) ergibt sich das longitudinale Feld für ein Teilchenpaket mit $z = s - s_0$ unter der Annahme, dass die Länge des Teilchenpakets z_m viel größer als sein Radius ist $z_m \gg a$, aus der Beziehung (3.20) zu [29, 46, 48]

$$E_z = \frac{g_0}{4\pi\epsilon_0\gamma_0^2} \frac{3qN}{4z_m^3} z. \quad (3.44)$$

In [3] wird darauf hingewiesen, dass die in (3.20) dargestellte Beziehung nur für Fluktuationen auf einem gleichförmigen Strahl exakt ist. Für elliptische Teilchenpakete treten Diskrepanzen für den Geometrie-Faktor auf und es zeigt sich, dass das elektrische Feld für lange Teilchenpakete nicht-lineare Anteile enthält. Bei [3] ist zudem gezeigt worden, dass der Geometrie-Faktor für lange Teilchenpakete einen konstanten Wert hat, sich aber für kurze Teilchenpakete mit der Teilchenpaketlänge ändert. Für die Bestimmung der elektrischen Felder sollte diese Abhängigkeit bekannt sein.

Zur Verifizierbarkeit des linearen Teilchenpaket-Feldmodells sind 3D-Berechnungen im Bezugssystem des Teilchenpakets ($\gamma = 1$) mit der Software CST EM STUDIO[®] (CST EM STUDIO) durchgeführt worden. Hierfür wurde ein Verhältnis von Rohrradius zu Teilchenpaketradius b/a von zwei angenommen und für verschiedene Teilchenpaketlängen das longitudinale, elektrische Feld berechnet. An dieses elektrische Feld wurde dann das lineare Feld nach (3.44) angepasst und aus der resultierenden Steigung der Geometrie-Faktor bestimmt.

In der linken Abb. 3.6 sind exemplarisch das longitudinale, elektrische Feld aus der CST EM STUDIO-Berechnung für eine Teilchenpaketlänge von etwa 0.3 m, sowie das angepasste Feld gezeigt. Für das Beispiel ist diese Teilchenpaketlänge gewählt worden, da sie in etwa der Teilchenpaketlänge während der Injektion ins SIS18 entspricht [49]. Dies entspricht auch einem z_m/a von 9. Später werden wir sehen, dass die Teilchenpaketlänge im Transferkanal vom Einzelresonator BB12 bis zur Injektion in etwa konstant bleibt (siehe Kapitel 6).

Wie bei [3] beschrieben, sind an den Enden des Teilchenpakets Nichtlinearitäten zu erkennen. Hier ist das Feld der CST EM STUDIO-Berechnung größer als das von der linearen Theorie vorhergesagte. Im Teilchenpaketzentrum gibt aber das lineare Modell in etwa das longitudinale, elektrische Feld der CST EM STUDIO-Berechnung wieder. In der rechten Abb. 3.6 sind die sich ergebenden g-Faktoren in Abhängigkeit von dem Verhältnis Teilchenpaketlänge zu Teilchenpaketradius gezeigt. Deutlich ist die Annäherung an den konstanten Wert nach (3.17) für ein $b/a = 2$ zu erkennen. Dies stimmt mit dem bei [3] gezeigten Verlauf überein. Das Verhältnis Teilchenpaketlänge zu Teilchenpaketradius liegt für den Transferkanal zwischen 5-20 und ist somit überwiegend im konstanten Bereich. Nur im Anfangsbereich des Transferkanals ändert sich der g-Faktor leicht mit der Teilchenpaketlänge.

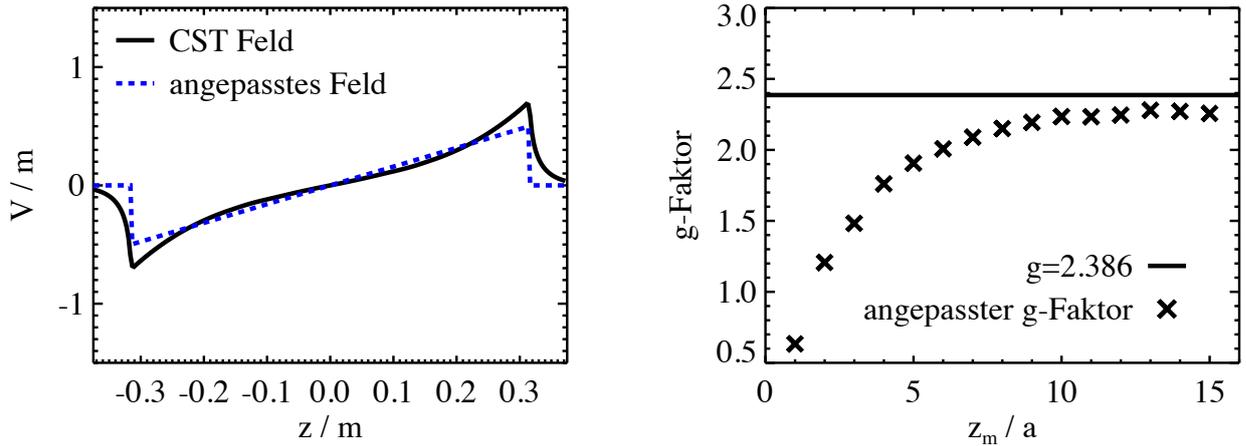


Abb. 3.6: Die linke Abbildung zeigt das elektrische Feld aus CST EM STUDIO sowie das dem linearen Feldmodell entsprechende Feld für eine Teilchenpaketlänge von $z_m/a = 9$ mit $a = 3.5$ cm. Die rechte Abbildung stellt die Abhängigkeit des Geometrie-Faktors vom Verhältnis Teilchenpaketlänge zu Teilchenpaketradius z/a dar. Hier sind die g-Faktoren aus der Steigung des linearen Felds berechnet worden, welches an das Feld der CST EM STUDIO Berechnungen angepasst worden sind.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das lineare Modell das Feld gut wiedergibt und näherungsweise zur Beschreibung der longitudinalen Physik im Transferkanal herangezogen werden kann. Die Diskrepanzen zum linearen Modell wirken sich aufgrund der geringen Teilchendichte am Teilchenpaketende nur schwach aus.

Die Gleichung (3.44) beschreibt das longitudinale, elektrische Feld zusammen mit dem Geometrie-Faktor (3.17) auf der Strahlrohrachse exakt, ignoriert aber die Variation innerhalb des Teilchenpakets. Die radiale Abhängigkeit innerhalb des Teilchenpakets ist nach [3] über den modifizierten Geometrie-Faktor

$$g_r = 1 + 2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \quad (3.45)$$

gegeben. Es ist üblich, über die transversale Koordinate zu mitteln und den gemittelten Geometrie-Faktor für ein rein longitudinales Modell

$$g = 0.5 + 2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) \quad (3.46)$$

zu verwenden [3, 29].

Für den Fall, dass das Strahlrohr weit genug vom Teilchenpaket entfernt ist ($b \rightarrow \infty$) und somit die durch die Spiegelladung im Rohr hervorgerufene Verminderung des axialen Raumladungsfelds und die Vergrößerung des radialen Raumladungsfelds nicht mehr berücksichtigt werden muss, kann das elektrische Feld des Teilchenpakets mit Hilfe der Poisson-Gleichung (3.8) bestimmt werden. Für den Fall eines zylindrischen symmetrischen Ellipsoids

existiert eine analytische Lösung und der Geometrie-Faktor für ein Teilchenpaket im freien Raum ist [3]

$$g_{free} = \frac{2}{\xi^2} \left(\frac{1}{2\xi} \ln \frac{1+\xi}{1-\xi} - 1 \right) \quad (3.47)$$

mit $\xi = \sqrt{1 - (a/z_m)^2}$. Im Bereich $1 < z_m/a \leq 4$ gilt zudem die Näherung [3]

$$g_{free} \approx 2z_m/(3a). \quad (3.48)$$

3.2.4 Einzelresonatoren in Transportstrecken

Oft verlangt der sich am Ende einer Transportstrecke befindende Beschleuniger, dass die Teilchenpakete eine kleinere Impulsunschärfe besitzen, als der sich am Anfang der Transportstrecke befindende Beschleuniger liefern kann. Zur Optimierung der Impulsunschärfe werden deshalb in der Transportstrecke Einzelresonatoren genutzt. Die Einzelresonatoren werden auch Buncherkavitäten genannt, wenn die Sollteilchen nicht beschleunigt werden und stattdessen erreicht werden soll, dass Teilchen mit einem größeren Impuls als das Sollteilchen abgebremst und Teilchen mit einem kleineren Impuls als das Sollteilchen beschleunigt werden.

Die Einzelresonatoren sind im Vergleich zur Transportstrecke mit $\Delta s = \beta_0 \lambda_{rf}$ klein und können deshalb als dünne Linse beschrieben werden. Dies kann analog zu dem transversalen Fall gesehen werden, bei dem fokussierende Magnete auch als dünne Linse beschrieben werden, wenn die Brennweite größer als die Breite des fokussierenden Elements ist.

Ausgehend von der Schwingungsgleichung des longitudinalen harmonischen Oszillators nach (3.33) sowie der Annahme $z \approx z_m$ kann die Wirkung eines Einzelresonators als kleiner Kick der Form

$$z'_{m,e} = z'_{m,i} - \frac{z_{m,i}}{f} \quad (3.49)$$

$$z_{m,i} = z_{m,e} \quad (3.50)$$

beschrieben werden, mit der Länge des Teilchenpakets vor dem Einzelresonator $2z_{m,i}$ sowie der Teilchenpaketlänge $2z_{m,e}$ nach dem Einzelresonator. Entsprechendes gilt für die Änderung der Teilchenpaketlänge z'_m im Einzelresonator, wobei z'_m die Drehung des Teilchenpakets beschreibt. Hier ist

$$f = \frac{1}{k_z^2 \beta_0 \lambda_{rf}} \quad (3.51)$$

die Brennweite des Einzelresonators. Wird der Phasendurchgang des Sollteilchens entsprechend gewählt, wirkt solch ein Einzelresonator wie eine Sammellinse (eng. Buncher) oder Zerstreuungslinse (eng. Debuncher).

Für den longitudinalen Fokussierungsparameter liegt die Annahme eines gleichmäßigen elektrischen Felds zugrunde. Dementsprechend ist die maximale Feldamplitude E_m gleichmäßig über den Einzelresonator verteilt und über [50, 51]

$$E_m = \frac{V_0}{\Delta s} = \frac{V_0}{\beta_0 \lambda_{rf}} \quad (3.52)$$

mit der Spannung des Resonators verknüpft. Folglich ist die Brennweite des Einzelresonators

$$\frac{1}{f} = \frac{2\pi q V_0 \cos \phi_s}{\beta_0^3 \gamma_0^3 \lambda_{rf} m_0 c^2}. \quad (3.53)$$

3.2.5 Beschreibung der Einhüllenden eines Teilchenpakets (Enveloppen-Gleichung)

Im nächsten Schritt soll das durch die Teilchen erzeugte elektrische Feld, d. h. ihr Raumladungsfeld, in der Bewegungsgleichung der Teilchen (3.33) berücksichtigt werden. Wird das lineare Raumladungsfeld dem harmonischen Oszillator nach (3.33) hinzugefügt, folgt [3, 46]

$$z'' + k_z^2 z - \frac{K_L}{z_m^3} z = 0 \quad (3.54)$$

mit dem longitudinalen Perveanz-Parameter (Raumladungskonstante) [3]

$$K_L = \frac{3gN(Z^2/A)r_p}{2\beta_0^2\gamma_0^5} \quad (3.55)$$

sowie dem klassischen Protonenradius $r_p = e^2/(4\pi\epsilon_0 m_p c^2) \approx 1.53 \times 10^{-18}$ m.

Somit folgt jedes Teilchen entlang seiner Teilchenbahn dem longitudinalen Verlauf der Transportstrecke bzw. dem eines linearen Beschleunigers. Die äußere Grenze der Teilchenbahn markiert den longitudinalen Strahlrand, d. h. die Einhüllende (Envelope) des Teilchenpakets. Um seine Entwicklung beschreiben zu können, muss in der Trajektorienbeziehung (3.54) z durch die halbe Teilchenpaketlänge z_m ersetzt sowie ein Emittanzterm hinzugefügt werden [3]. Die longitudinale Enveloppen-Gleichung ist daher [3]

$$z_m'' + k_z^2 z_m - \frac{K_L}{z_m^2} - \frac{\epsilon_L^2}{z_m^3} = 0 \quad (3.56)$$

und beschreibt die Änderung der Teilchenpaketlänge $2z_m$ entlang des Wegs s .

Wie beschrieben sorgt das HF-Feld für eine longitudinale Fokussierung der Teilchenpakete, während der Raumladungsterm sowie der Emittanzterm für deren Ausdehnung sorgen.

Mit dem Raumladungsparameter [3]

$$\Sigma = \frac{2K_L z_m}{\epsilon_L^2} \quad (3.57)$$

kann bestimmt werden, ob ein Teilchenpaket „raumladungsdominiert“ ist. Dies ist der Fall, wenn der Raumladungsparameter grösser als eins ($\Sigma > 1$) ist. Im Kontext der Thermodynamik formuliert ist ein Strahl raumladungsdominiert, wenn die intrinsische elektrostatische Energie des Strahls assoziiert mit den Selbstfeldern größer als oder vergleichbar mit der thermischen Energie des Strahls - d. h. der kinetischen Energie der relativen Bewegung - ist. Entsprechend ist ein Strahl „emittanzdominiert“, wenn die thermische Energie größer als die elektromagnetische Energie ist [3, 52].

3.2.6 Longitudinale Invariante und maximale Impulsunschärfe

Wie beschrieben, kann die Raumladungskraft zu einem Ansteigen der Impulsunschärfe führen. Ausgehend von der im letzten Unterabschnitt definierten Enveloppen-Gleichung soll der maximale Anstieg der Impulsunschärfe verursacht durch die Raumladungskraft bestimmt werden, wenn kein externes HF-Feld das Teilchenpaket fokussiert. Ohne ein externes HF-Feld werden die Teilchenpakete zudem immer länger, aber die Emittanz bleibt aufgrund der zu Grunde liegenden linearen Raumladungskraft eine invariante Größe. Durch die Multiplikation der Enveloppen-Gleichung (3.56) mit z'_m und der Integration entlang des Wegs s ergibt sich neben der Invarianten longitudinalen Emittanz eine weitere invariante Größe, die sogenannte „longitudinale Invariante“ [47]

$$I_L = \frac{z_m'^2}{2} + \frac{k_0^2}{2} z_m^2 + \frac{K_L}{z_m} + \frac{\epsilon_L^2}{2z_m^2}. \quad (3.58)$$

Hier entspricht der erste Term (bei Vernachlässigung der Masse) der kinetischen Energie der kohärenten Bewegung, der zweite Term der „HF-Potentialenergie“, der dritte Term der „Coulombenergie“ oder „Raumladungsenergie“ des Teilchenpakets und der vierte Term „der inkohärenten kinetischen Energie“ gegeben durch die Emittanz [47]. Somit entspricht die longitudinale Invariante bei Vernachlässigung der Masse der gesamten Energie des Teilchenstrahls.

Wird die maximale Impulsunschärfe im (z, z') -Raum über [47]

$$\Delta = \sqrt{\gamma_0^4 z_m'^2 + \left(\frac{\gamma_0^2 \epsilon_L}{z_m}\right)^2} \quad (3.59)$$

dargestellt, folgt die longitudinale Invariante [47]

$$I_L = \frac{\Delta^2}{2\gamma_0^4} + \frac{k_z^2}{2} z_m^2 + \frac{K_L}{z_m} \quad (3.60)$$

in Abhängigkeit von der maximalen Impulsunschärfe Δ des Teilchenpakets.

Bewegen sich die Teilchenpakete entlang einer Transportstrecke und ist kein HF-Feld ($k_z = 0$) vorhanden, wird auch von einer Driftstrecke gesprochen. Ist $z_{m,i}$ die Teilchenpaketlänge am Anfang der Driftstrecke und $z_{m,f}$ die Teilchenpaketlänge am Ende der Driftstrecke, ergibt sich unter Ausnutzung der longitudinalen Invariante I_L folgende Beziehung

$$\Delta_i^2 + \frac{2\gamma_0^4 K_L}{z_{m,i}} = \Delta_f^2 + \frac{2\gamma_0^4 K_L}{z_{m,f}}. \quad (3.61)$$

Die maximalen Impulsunschärfen Δ vor und am Ende der Driftstrecke sind analog zu den Teilchenpaketlängen gekennzeichnet. Ausgehend vom Raumladungsparameter für Teilchenpakete (3.57) wird ein modifizierter Raumladungsparameter für eine gedrehte Ellipse mit $f = \delta_m/\delta_0 = -\hat{\alpha}$ zu

$$\Sigma' = \frac{\Sigma}{1 + f^2} \quad (3.62)$$

definiert. Dadurch kann die Beziehung (3.61) in folgende Form

$$1 + \Sigma' = \frac{\Delta_f^2}{\Delta_i^2} + \frac{\Sigma'}{\chi} \quad (3.63)$$

überführt werden, mit dem Proportionalitätsfaktor χ zwischen Anfangs- und End-Teilchenpaketlänge. Unter der Annahme, dass die Driftstrecke hinreichend lang ist, wird $\chi \gg 1$ sehr groß. Somit kann die Abschätzung der maximalen Impulsunschärfe

$$\Delta_f = \Delta_i \sqrt{1 + \Sigma'_i} = \sqrt{\Delta_i^2 + \frac{2\gamma_0^4 K_L}{z_{m,i}}} \quad (3.64)$$

für raumladungsdominierte Teilchenpakete nach einer langen Driftstrecke in Abhängigkeit von der Anfangs-Impulsunschärfe sowie der Teilchenpaketlänge angegeben werden. Für eine gerade Ellipse, einen großen Raumladungsparameter und eine kleine Anfangs-Impulsunschärfe ist die maximale Impulsunschärfe nach einer langen Driftstrecke

$$\Delta_f \approx \sqrt{\frac{2\gamma_0^4 K_L}{z_{m,i}}} \quad (3.65)$$

nur noch über die Teilchenpaketlänge $z_{m,i}$ sowie über die Raumladungskonstante K_L am Anfang der Driftstrecke bestimmt. Die beiden oben genannten Beziehungen beschreiben somit die Umwandlung der Raumladungsenergie - d. h. der Coulombenergie - der Teilchenpakete in thermische Energie, dargestellt durch die maximale Impulsunschärfe.

3.3 Longitudinale Teilchendynamik in Kreisbeschleunigern

Im Folgenden wird die longitudinale Dynamik entlang eines Kreisbeschleunigers oder Speicherrings betrachtet. Es wird hierbei deutlich, dass durch die Einführung der effektiven Masse m^* die schon dargestellten Beziehungen auch für die Kreisbewegung gelten.

In Abb. 3.7 kennzeichnet der rote Punkt das ideale Teilchen - auch synchrone Teilchen genannt - mit der Geschwindigkeit v_0 , welches sich entlang seiner Teilchenbahn s_0 in einem Synchrotron oder Speicherring mit dem Radius R bewegt. Seine azimutale Position ist über den Winkel Θ_0 gegeben. Die Winkelfrequenz (Kreisfrequenz) des ideale Teilchen ist $\frac{d\Theta_0}{dt} = \omega_0$. Ein nicht ideales Teilchen (schwarzer Punkt) besitzt auf seiner Teilchenbahn s eine Geschwindigkeit $v_0 + v_z$ und eine Winkelfrequenz von $\omega_0 + \Delta\omega$. Die Koordinaten im mit dem Sollteilchen mitbewegten Koordinatensystem sind dann [53]

$$z = s - s_0 = R\Delta\Theta \quad v_z = \dot{z} = R\Delta\dot{\Theta}. \quad (3.66)$$

Die relative Geschwindigkeit v_z ist über [53]

$$v_z = -\eta\beta_0 c \delta \quad (3.67)$$

mit der Impulsunschärfe δ verknüpft, wobei [2]

$$\eta = \alpha_c - \frac{1}{\gamma_0^2} = \frac{1}{\gamma_t^2} - \frac{1}{\gamma_0^2} \quad (3.68)$$

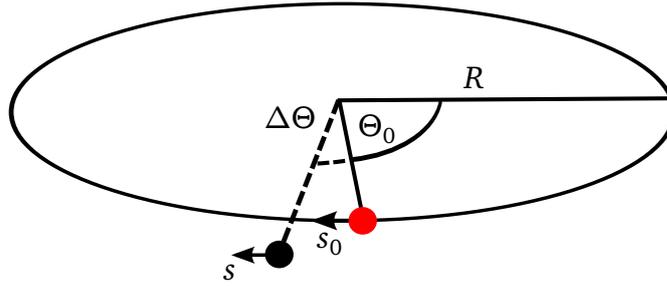


Abb. 3.7: Das ideale Teilchen (rot) an der azimutalen Position Θ_0 in einem Kreisbeschleuniger oder Speicherring mit dem Radius R bewegt sich entlang der Bahn s_0 . Dazu um $\Delta\Theta$ verschoben bewegt sich ein nicht ideales Teilchen (schwarz) entlang der Bahn s .

der sogenannte „slip“-Faktor mit dem sogenannten „gamma-transition“-Parameter γ_t ist. Der Slip-Faktor gibt den Zusammenhang zwischen der Winkelfrequenz und dem Impuls des Teilchens an. Der sogenannte „Momentum-Compaction“-Faktor [2]

$$\alpha_c = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p_0}, \quad (3.69)$$

beschreibt das Verhältnis von relativer Bahnlängenänderung $\Delta L/L$ zu relativer Impulsänderung. Die Transitionsenergie $E_t = \gamma_t m_0 c^2$ entspricht der Energie, bei dem sich das Vorzeichen des Slip-Faktors ändert. Unterhalb der Transitionsenergie ($\gamma < \gamma_t$) hat ein Teilchen mit größerem Impuls eine kleinere Umlaufzeit als das Sollteilchen. Oberhalb der Transitionsenergie ($\gamma > \gamma_t$) ändert sich das Verhalten, hier nimmt mit der Energie die Umlaufzeit zu.

Der Momentum-Compaction-Faktor und somit auch der Gamma-Transition-Wert ist über die Optik des Beschleunigers bestimmt [2]. Die Optik des SIS18 gibt während der Injektion einen Gamma-Transition-Wert von $\gamma_t = 4.79$ vor [30].

Mit dem Sollimpuls $p_0 = \gamma_0 m_0 v_0$ sowie der relativen Geschwindigkeit nach (3.67) folgt [53]

$$v_z = -\frac{\eta}{\gamma_0 m_0} \Delta p. \quad (3.70)$$

Mit der Definition der effektiven Masse $m^* = -\gamma_0 m_0 / \eta$ ergibt sich dann die bekannte Beziehung zwischen Impuls und Geschwindigkeit [3]

$$\Delta p = m^* v_z. \quad (3.71)$$

Die effektive Masse beschreibt den Zusammenhang zwischen Impuls- und Geschwindigkeitsunterschied von zwei Nachbarpartikeln in einem ringförmigen Orbit in Abhängigkeit von der Masse. Unterhalb der Transitionsenergie ist die effektive Masse positiv, weil hier der „slip“-Faktor negativ ist.

Für eine gerade Strecke ist der Momentum-Compaction-Faktor $\alpha = 0$ und folglich ist $m^* = \gamma_0^3 m_0$, $\Delta p = \gamma^3 m_0 v_z$ und $\delta = v_z / (\gamma_0^2 v_0)$. Somit zeigt sich, dass die lineare Bewegung nur ein Spezialfall einer allgemeinen Theorie ist und die Beziehungen aus dem Abschnitt 3.2 durch Einsetzen der effektiven Masse $m^* = -\gamma_0 m_0 / \eta$ auch für die Kreisbewegung genutzt werden

können [3].

Dementsprechend ist die Vlasov-Gleichung in einem Kreisbeschleuniger [53]

$$\frac{df(z, v_z, t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{q\eta E_z}{\gamma_0 m_0} \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0, \quad (3.72)$$

denn die Änderung der Geschwindigkeit ist nach der Lorentzkraft (3.1) durch das longitudinale, elektrische Feld [53]

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{q\eta E_z}{\gamma_0 m_0} \quad (3.73)$$

bestimmt.

Die longitudinale Enveloppen-Gleichung ist dann [3, 47]

$$z_m'' + k_{z,0}^2 z_m - \frac{K_L}{z_m^2} - \frac{\epsilon_L^2}{z_m^3} = 0 \quad (3.74)$$

mit dem longitudinalen Fokussierungsparameter [3]

$$k_z^2 = -\frac{2\pi q E_m \eta \cos \phi_s}{\beta_0^3 \gamma_0 \lambda_{rf} m_0 c^2} \quad (3.75)$$

im linearen Feld einer HF-Kavität und dem longitudinalen Perveanz-Parameter (Raumladungskonstante) [3]

$$K_L = -\frac{3gN(Z^2/A)r_p\eta}{2\beta_0^2\gamma_0^3} \quad (3.76)$$

für ein lineares elektrisches Raumladungsfeld der Teilchenpakete. Die invariante longitudinale Emittanz ist für einen Kreisbeschleuniger über $\epsilon_L = |\eta| z_m \delta_0$ gegeben. Die maximale Impulsunschärfe eines Teilchenpaketes im (z, z') -Raum in einem Kreisbeschleuniger ist somit [47]

$$\Delta = \sqrt{\left(\frac{z'_m}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon_L}{\eta z_m}\right)^2}, \quad (3.77)$$

und die longitudinale Invariante I_L in Abhängigkeit von der maximalen Impulsunschärfe Δ des Teilchenpakets ist [47]

$$I_L = \frac{\eta^2 \Delta^2}{2} + \frac{k_z^2}{2} z_m^2 + \frac{K_L}{z_m}. \quad (3.78)$$

Dementsprechend ist die maximale Impulsunschärfe für raumladungsdominierte Teilchenpakete nach einer langen Driftstrecke über

$$\Delta_f = \Delta_i \sqrt{1 + \Sigma'_i} = \sqrt{\Delta_i^2 + \frac{2K_L}{\eta^2 z_{m,i}}} \quad (3.79)$$

gegeben.

Für den longitudinalen Fokussierungsparameter liegt die Annahme eines gleichmäßigen elektrischen Felds zugrunde. Dies ist gültig, wenn die Änderung des Sollteilchens im Vergleich zur Umlaufzeit des Strahls sehr langsam ist. Man spricht dann auch von einer adiabatischen Bewegung. Deshalb ist die maximale Feldamplitude [3]

$$E_m = \frac{V_0}{2\pi R} \quad (3.80)$$

mit der Spannung V_0 der HF-Kavität verknüpft und die Änderung des Impulses des Sollteilchens folglich [3]

$$\dot{p} = \frac{qV_0}{2\pi R} \sin \phi_s. \quad (3.81)$$

Die Kreisfrequenz der HF-Kavität $\omega_{rf} = 2\pi c/\lambda_{rf}$ ist ein Vielfaches der Umlauffrequenz $2\pi f_0 = \omega_0$ des Strahls [3]

$$\omega_{rf} = h\omega_0 \quad (3.82)$$

mit der harmonischen Zahl h . Demgemäß kann die Synchrotron-Kreisfrequenz in der anschaulichen Form [3]

$$\omega_s^2 = \beta_0^2 c^2 k_z^2 = \frac{hqV_0 \cos \phi_s}{LRm^*} \quad (3.83)$$

mit dem Umfang des Kreisbeschleunigers L dargestellt werden.

3.3.1 Gleichförmiger Strahl (coasting beam) und rms Emittanz

In diesen Abschnitt wird der Entstehungsprozess des gleichförmigen Strahls aus den Mikro-Teilchenpaketen behandelt. Da während der Injektion in das SIS18 kein HF-Feld vorhanden ist, werden die Teilchenpakete longitudinal nicht fokussiert. Dementsprechend werden die Teilchenpakete immer länger und überlappen schließlich. Nach einigen Umläufen hat sich dann ein gleichförmiger Strahl gebildet.

Im Entstehungsprozess des gleichförmigen Strahls nehmen die Teilchen allmählich den ganzen Bereich im Phasenraum ein, der durch die Impulsunschärfe des Strahls vorgegeben ist [52]. Daher geht die parabolische Geschwindigkeitsverteilung der Teilchenpakete in eine inkohärente Geschwindigkeitsverteilung über (lat. incohaerere „nicht zusammenhängen“). Die Geschwindigkeitsverteilung des gleichförmigen Strahls im SIS18 ist deswegen durch eine Gaußförmige Verteilung

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma_p^2}\right) \quad (3.84)$$

bestimmt. Es wird der Einfachheit halber angenommen, dass die Strahlen nicht raumladungsdominierte Strahlen sind, somit bleibt der gegebene Phasenraum konstant. Bei raumladungsdominierten Strahlen wächst, wie gezeigt, die Impulsunschärfe an und somit auch der einzunehmende Phasenraum. Zudem kann der Strahl aufgrund der kollektiven Effekte instabil werden.

Um das Verhalten verschiedener Phasenraumverteilungen vergleichen zu können, ist von Lapostolle und Sacherer 1971 die rms-Emittanz eingeführt worden [3]. Danach sind zwei Strahlen mit gleichen Teilchen, gleicher kinetischer Energie sowie gleichem Strom näherungsweise gleich, wenn ihre zweiten Momente gleich sind. Für eine beliebige Phasenraumverteilung $f(z, z')$ ist [3]

$$\langle z^2 \rangle = \int z^2 f(z, z') dz dz' \quad (3.85)$$

das zweite Moment der Koordinate z und [3]

$$z_{rms} = \sqrt{\langle z^2 \rangle} \quad (3.86)$$

die rms-Länge des Strahls, wobei [3]

$$\epsilon_{rms} = \sqrt{\langle z^2 \rangle \langle z'^2 \rangle - \langle z z' \rangle^2} \quad (3.87)$$

die rms-Emittanz ist. Der letzte Term der rms-Emittanz verschwindet für eine gerade Ellipse. Für eine elliptische Phasenraumverteilung (3.37) ergibt sich folgende rms-Impulsunschärfe [3]

$$\sigma_p = \frac{1}{\sqrt{5}} \delta_0 \approx 0.5 \Delta \quad (3.88)$$

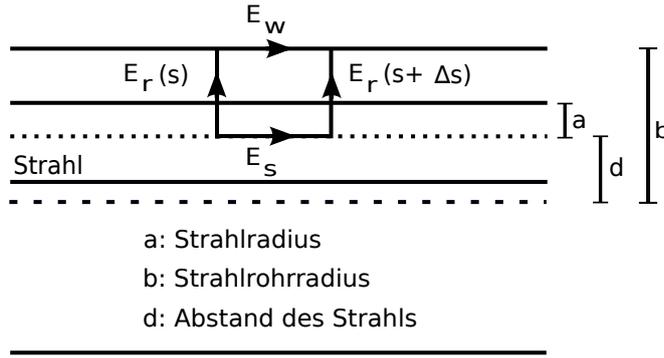
mit der Annahme, dass die Ellipse im Phasenraum nicht oder nur leicht gedreht ist. Die rms-Emittanz einer elliptischen Phasenraumverteilung ist dann $\epsilon_{rms} = \delta_0 z_m / 5$. Die rms-Emittanz für einen gleichförmigen Strahl ist $\epsilon_{rms} = \sigma_p L$ mit dem Umfang des Kreisbeschleunigers L . Infolgedessen wird die longitudinale Qualität eines gleichförmigen Strahls nur über die Impulsunschärfe bestimmt.

Die für das SIS18 im Rahmen des FAIR-Projekts limitierende Größe für den gleichförmigen Strahl bei Injektionsenergie in rms-Impulsbreite ist $\sigma_p \approx 0.5 \times 10^{-3}$ [10–12].

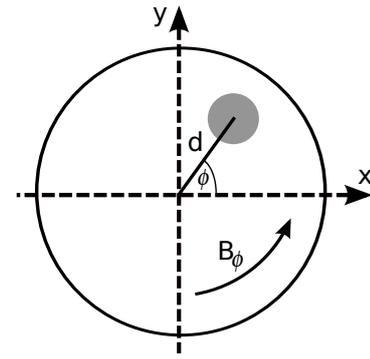
3.3.2 Longitudinales Raumladungsfeld für einen versetzten Strahl

In den vorausgegangenen Betrachtungen des Raumladungsfelds ist der Fall eines Versatzes des Strahls von der Strahlrohrachse nicht berücksichtigt worden (Siehe Abb. 3.8(a)). Während des Injektionsprozesses in einem Kreisbeschleuniger befinden sich die injizierten Strahlen nicht auf der Strahlrohrachse, sondern ändern ihren Abstand mit der Bumper-Flanke zur Mitte des Strahlrohrs hin. Obwohl man bei der Singleturn-Injektion die Strahlen möglichst nahe an die Strahlrohrachse injiziert [32], stellt sich auch hier - wie für die Multiturn-Injektion - die Frage, wie sich das longitudinale Feld im Strahlzentrum in Abhängigkeit vom Abstand des Strahls von der Strahlrohrachse ändert. Da bei der Injektion die Teilchen nicht am Strahlrohr verloren gehen sollen, sollte deshalb ihr maximaler Abstand kleiner als der Strahlrohrradius sein.

Abb. 3.8(b) zeigt einen Strahl, der um den Abstand d vom Strahlrohrzentrum versetzt ist und außerdem den Winkel ϕ zur horizontalen x -Achse besitzt, wobei der maximale Abstand $d = b - a$ ist. Hier kann ebenfalls das Induktionsgesetz von Faraday genutzt werden, wobei sich der Integrationsweg wie in Abb. 3.8(a) zu sehen ist, um das zweifache



(a) Von der Seite



(b) Von vorne/hinten

Abb. 3.8: Die Abbildung zeigt einen Strahl mit der Liniendichte λ , der um den Abstand d zur Strahlrohrachse versetzt ist sowie einen Winkel ϕ zur horizontalen Achse x hat. Außerdem ist der neue, kürzere Integrationsweg zu erkennen. Die radialen Felder sind nach der Spiegelladungsmethode von [54, 55] bestimmt worden. Der Strahl sollte maximal um $d = b - a$ verschoben werden. Bei einem größeren Abstand gehen Teilchen an der Rohrwand verloren.

des Abstands d verkürzt. Ferner liegt der Integrationsweg mit dem Winkel ϕ zur horizontalen x -Achse. Auch hier schließt der Integrationsweg den magnetischen Fluss ein. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist im Folgenden der Winkel $\phi = 0$.

Um das Induktionsgesetz nutzen zu können, muss das radiale Feld bekannt sein. Zur Bestimmung der radialen Felder bietet sich die Methode der Spiegelladung an [54, 55]. Das radiale Feld ergibt sich dann aus der Summe der Felder der Ladung (eng. self field) und der Spiegelladung (eng. image field)

$$\vec{E}_r(\vec{r}) = \vec{E}_{sf}(\vec{r}) + \vec{E}_{im}(\vec{r}). \quad (3.89)$$

Nach [54, 55] sind die radialen Felder der Ladung sowie der Spiegelladung durch folgende Beziehungen

$$\vec{E}_{sf}(\vec{r}) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2}; \quad \vec{E}_{im}(\vec{r}) = \frac{-q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'_0}{|\vec{r} - \vec{r}'_0|^2}; \quad (\text{außerhalb des Strahls}) \quad (3.90)$$

$$\vec{E}_{sf}(\vec{r}) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{a^2}; \quad \vec{E}_{im}(\vec{r}) = \frac{-q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'_0}{|\vec{r} - \vec{r}'_0|^2}; \quad (\text{innerhalb des Strahls}) \quad (3.91)$$

bestimmt, wobei $\vec{r}'_0 = \frac{b^2}{|\vec{r}_0|^2} \vec{r}_0$ den Abstand der Spiegelladung und \vec{r}_0 den Abstand der Ladung beschreibt. Nach Abb. 3.8 folgt dementsprechend $\vec{r}_0 = d\vec{e}_r$ und $\vec{r}'_0 = \frac{b^2}{d}\vec{e}_r$.

Analog zum vorigen Abschnitt wird das elektrische Linienintegral

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_s \Delta s + \frac{\Delta\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\int_d^{a+d} \frac{r-d}{a^2} dr - \int_d^{a+d} \frac{dr}{r - b^2/d} + \int_{a+d}^b \frac{dr}{r-d} - \int_{a+d}^b \frac{dr}{r - b^2/d} \right] \quad (3.92)$$

$$= E_s \Delta s + \frac{qg_{off}}{4\pi\epsilon_0} \Delta\lambda \Delta s$$

mit

$$\Delta\lambda = \lambda(s + \Delta s) - \lambda(s) \quad (3.93)$$

für die Differenz der Liniendichte bei beiden Radien ausgeführt. Das Linienintegral gibt dann nach einigen Umformungen den modifizierten Geometrie-Faktor zu

$$\begin{aligned} g_{off} &= 2 \left(\frac{(a+d)^2}{2a^2} - \frac{d}{a} - \frac{d^2}{2a^2} + \ln \left[\frac{d - b^2/d}{a + d - b^2/d} \right] + \ln \left[\frac{b-d}{a} \right] + \ln \left[\frac{a+d - b^2/d}{b - b^2/d} \right] \right) \\ &= 1 + 2 \ln \left[\frac{b - dx_d}{a} \right] \end{aligned} \quad (3.94)$$

mit dem Skalierungsfaktor

$$x_d = -\frac{1 - d/b}{b/d - 1}. \quad (3.95)$$

Die Abhängigkeit vom Versatz des Strahls zum Zentrum des Strahlrohrs ist folglich nur noch im Logarithmus vorhanden und wirkt sich als verkleinerter Strahlrohrradius aus.

Für kleinere Abstände wird der Skalierungsfaktor sehr klein und der modifizierte Geometrie-Faktor geht in den g-Faktor nach (3.17) über

$$\lim_{d \rightarrow 0} g_{off} = 1 + 2 \ln \frac{b}{a} = g_0. \quad (3.96)$$

Die rechte Seite des Induktionsgesetzes von Faraday ergibt den gleichen modifizierten Geometrie-Faktor und es folgt analog zum Abschnitt 3.1.1 das longitudinale elektrische Feld

$$E_s = -\frac{q g_{off}}{4\pi\epsilon_0\gamma_0^2} \frac{\partial \lambda}{\partial s} \quad (3.97)$$

für einen versetzten Strahl.

3.3.3 Das lineare Feldmodell für ein versetztes Teilchenpaket

Analog zur Verifizierung des linearen Teilchenpaket-Feldmodells anhand von 3D-Berechnungen mit CST EM STUDIO ist dies für den Fall eines versetzten Teilchenpakets wiederholt worden. Auch hier wurde das elektrische, longitudinale Feld im Teilchenpaketzentrum aus den 3D-Berechnungen dem linearen Feld nach (3.97) für eine parabolische Liniendichte $\lambda(s)$ angepasst. Analog konnte aus der resultierenden Steigung dann der modifizierte Geometrie-Faktor bestimmt werden. Hierzu ist die Teilchenpaketlänge konstant bei $z_m = 0.15$ gehalten und der Abstand d zur Strahlrohrachse variiert worden. Ebenfalls ist bei der Berechnung des Felds mit CST EM STUDIO für das Teilchenpaket ein Winkel $\phi = 0$ gewählt worden. Für den Injektionsprozess gilt im SIS18 ein Verhältnis Teilchenpaketlänge zu Teilchenpaketradius von 10 – 20, wonach sich der Geometrie-Faktor nicht mit der Teilchenpaketlänge ändert und deshalb die Änderung nicht berücksichtigt worden ist.

In Abb. 3.9 sind dazu die beiden möglichen Grenzfälle des Abstands während der Injektion

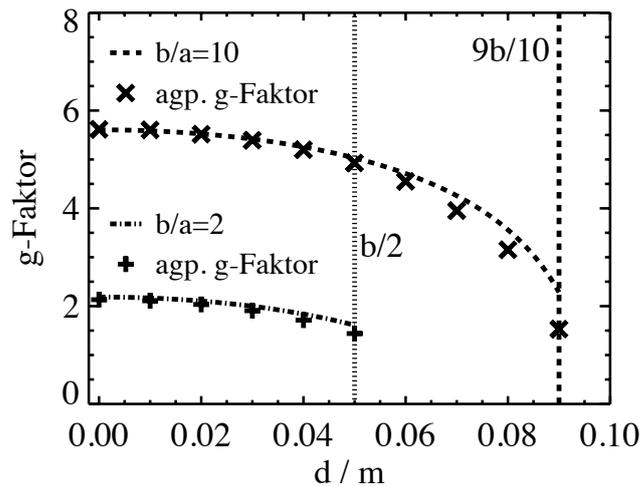


Abb. 3.9: Abhängigkeit des Geometrie-Faktors vom Abstand d des Strahls zum Strahlrohrzentrum, wobei agp. für angepasst steht. Hier sind die beiden Grenzfälle im SIS18 dargestellt. Wird nur ein Turn injiziert, ist das Verhältnis b zu a 10 und der maximale Abstand ist $d = 9b/10$. Nach der Multiturn-Injektion verkleinert sich das Verhältnis auf 2 und der maximale Abstand ist gerade die Hälfte des Strahlrohrs.

in das SIS18 gezeigt. Da sich der maximale Abstand aus der Differenz zwischen Strahlrohrradius b und Strahlradius a ergibt, ist der maximale Abstand über die variable Größe des Strahlradius geben. Der Strahlradius ändert sich durch die Multiturn-Injektion. Der kleinste Radius im SIS18 liegt nach der Singleturn-Injektion mit $a = b/10$ [36, 56], der größte nach der Multiturn-Injektion mit etwa 20 injizierten Umläufen mit $a = b/2$ vor.

Wie in Abb. 3.9 zu sehen ist, zeigen die an die CST-Rechnung angepassten Geometrie-Faktoren eine ähnliche logarithmische Abhängigkeit vom Abstand wie sie das lineare Teilchenpaket-Feldmodell nach (3.94) vorhersagt. Diskrepanzen zum linearen Teilchenpaket-Feldmodell treten aber auf, wenn das Teilchenpaket in die Nähe des Strahlrohrs kommt. Sie treten erstmals schwach bei der Hälfte des Strahlrohrradius auf.

Nur am Anfang des Injektionsprozesses befinden sich die Teilchenpakete in der Nähe des Strahlrohrs, sonst sind sie aufgrund der abnehmenden Bumper-Flanke viel näher an der Strahlrohrmitte und befinden sich im Zentrum des Strahlrohrs, wenn die Bumper-Flanke am Ende des Injektionsprozesses verschwunden ist. In diesem Bereich wird die Abhängigkeit des Geometrie-Faktors vom Abstand gut vom linearen Teilchenpaket-Feldmodell wiedergegeben. Ferner wirkt sich die Abhängigkeit des Geometrie-Faktors nur schwach aus, wenn der Abstand des Strahls vom Zentrum des Strahlrohrs nicht zu groß wird und kann somit näherungsweise vernachlässigt werden. Dementsprechend wird im Folgenden der Geometrie-Faktor nach (3.17) genutzt.

3.3.4 Adiabatischer Einfang und Beschleunigung in einem Synchrotron

Um Strahlen in einem Synchrotron, bei dem aufgrund des Injektionsverfahrens ein gleichförmiger Strahl entsteht, beschleunigen zu können, müssen zuerst aus dem gleichförmigen Strahl Teilchenpakete geformt werden. Dazu müssen die Teilchen in den stabilen Bereich eines stationären HF-Felds eingefangen werden. Ein stationäres Feld bedeutet, dass das synchrone Teilchen keine Beschleunigung erfährt und deshalb die Phase des synchronen

Teilchens zum HF-Feld $\phi_s = 0$ oder π ist. Um eine Fehlanpassung der Teilchenpakete zu vermeiden, sollte der Einfang adiabatisch geschehen. Adiabatisch bedeutet hier, dass die Änderungen der HF-Parameter im Vergleich zur Synchrotron-Bewegung $2\pi/\omega_s$ langsam sind. Ändern sich die HF-Parameter zu schnell, führt das zu einer Filamentierung des Strahls und zu einer Vergrößerung der Emittanz. Ein perfekt adiabatischer Einfang bedeutet dann auch keine Vermischung im Phasenraum - d. h. die Emittanz bleibt erhalten - und ist somit reversibel [57].

Um den Strahl nach dem Einfang zu beschleunigen, muss die Phase des synchronen Teilchens zum Beschleunigungsfeld anders gewählt werden als beim stationären Fall. Zudem muss während der Beschleunigung, um die Teilchen auf der Umlaufbahn halten zu können, das Feld der Ablenkmagnete geändert werden. Aufgrund des Gleichgewichts von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft wird ein Strahl nach [4]

$$p = q\rho_B B \quad (3.98)$$

durch die Ablenkmagnete entlang der Umlaufbahn geführt, wobei p der Impuls des synchronen Teilchens, B das Feld der Ablenkmagnete und ρ_B der Biegeradius der Dipole ist. Bildet man das zeitliche Differential von (3.98) und nutzt aus, dass die Änderung des Impulses des synchronen Teilchens durch (3.81) bestimmt ist, folgt die fundamentale Beziehung für das HF-System [4]

$$V_0 \sin \phi_s = 2\pi R \rho_B \dot{B}, \quad (3.99)$$

welche die Phase des synchronen Teilchens bei vorgegebener Spannung der HF-Anlage V_0 und vorgegebener Ramprate der Magnete \dot{B} bestimmt.

Um die ganze Fläche des stabilen Bereichs des HF-Felds bestimmen zu können, müssen zudem größere Schwingungen um das synchrone Teilchen betrachtet werden, so dass die lineare Annahme in 3.2.1 nicht mehr gültig ist. Im Allgemeinen wird die entsprechende nicht-lineare Differentialgleichung (3.30) wie folgt dargestellt [4]

$$\ddot{\phi} + \frac{\omega_s^2}{\cos \phi_s} [\sin \phi - \sin \phi_s] = 0. \quad (3.100)$$

Analog zur longitudinalen Invariante der Enveloppen-Gleichung wird die nicht-lineare Differentialgleichung (3.100) mit $\dot{\phi} = h\eta\omega_0\delta$ multipliziert sowie integriert zu [4]

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{\omega_s^2}{\cos \phi_s} [\cos \phi + \phi \sin \phi_s] = I. \quad (3.101)$$

Wie gezeigt, sind kleine Schwingungen um die synchrone Phase ϕ_s einfache harmonische Oszillationen und ergeben die bekannten ellipsenförmigen Trajektorien im Phasenraum. Bei größeren Schwingungen werden die Trajektorien durch den nicht-linearen Anteil deformiert. Auch die deformierten Trajektorien müssen für eine stabile Lösung geschlossen sein. Die Trajektorie mit den größten Schwingungen, welche noch geschlossen ist, wird als Separatrix bezeichnet. In Abb. 3.10 ist die Separatrix für einen stationären Fall dargestellt. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, grenzt die Separatrix den stabilen vom instabilen Bereich ab. Die Separatrix ist durch die Phase bestimmt, bei der die linke Seite der Bewegungsgleichung

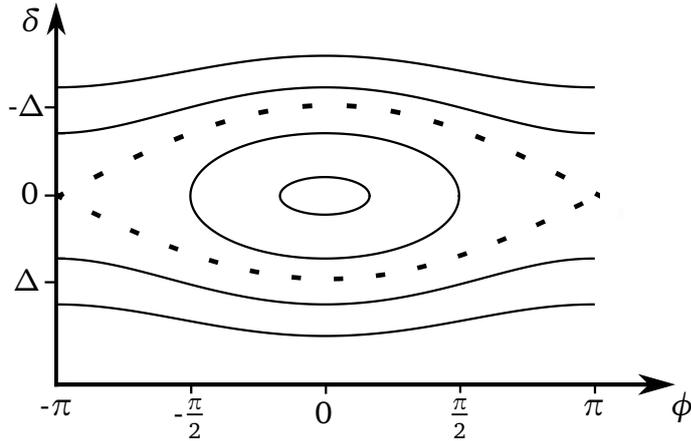


Abb. 3.10: Teilchenbahnen innerhalb und außerhalb des stabilen Bereichs für den stationären Fall $\phi_s = 0$. Die Separatrix (gestrichelte Linie) zeichnet die Grenze zwischen dem stabilen und instabilen Bereich. Die Teilchen bewegen sich im Uhrzeigersinn entlang der Teilchenbahnen.

(3.100) $\ddot{\phi} = 0$ ist. Zum einen gilt dies für die Bedingung $\phi = \pi - \phi_s$. Entsprechend ist die Separatrix über [4]

$$\frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{\omega_s^2}{\cos \phi_s} [\cos \phi + \phi \sin \phi_s] = -\frac{\omega_s^2}{\cos \phi_s} [\cos(\pi - \phi_s) + (\pi - \phi_s) \sin \phi_s] \quad (3.102)$$

gegeben. Die Separatrix ist zudem über

$$\cos \phi_u + \phi_u \sin \phi_s = \cos(\pi - \phi_s) + (\pi - \phi_s) \sin \phi_s \quad (3.103)$$

bestimmt, da auch für die Phase ϕ_u die linke Seite der Bewegungsgleichung (3.100) $\ddot{\phi} = 0$ ist [4]. Der von der Separatrix eingeschlossene Bereich, in engl. mit „Bucket“ bezeichnet, ist [4]

$$\tilde{A}_B = \oint \delta(\phi) d\phi = 16 \sqrt{\frac{qV_0}{2\pi\beta^2 E h |\eta|}} \alpha(\phi_s) \quad (3.104)$$

mit dem Faktor

$$\alpha(\phi_s) = \frac{1}{4\sqrt{2}} \int_{\phi_u}^{\pi - \phi_s} [\cos \phi + \cos \phi_s - (\pi - \phi - \phi_s) \sin \phi_s]^{1/2} d\phi. \quad (3.105)$$

Dementsprechend beschreibt $\alpha(\phi_s)$ die Verkleinerung der stabilen Fläche vom stationären ($\phi_s = 0$) zum bewegten Fall ($\phi_s \neq 0$). Für den stationären Fall $\phi_s = 0$ ist die Fläche des stabilen Bereichs maximal, da [4, 57]

$$\alpha(\phi_s = 0) = \frac{1}{4\sqrt{2}} \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1 + \cos \phi} d\phi = \frac{\omega_s}{4} \int_{-\pi}^{\pi} \cos \frac{\phi}{2} d\phi = 1 \quad (3.106)$$

ist. Näherungsweise kann der Faktor $\alpha(\phi_s)$ durch folgende Funktion [4]

$$\alpha(\phi_s) \approx \frac{1 - \sin \phi_s}{1 + \sin \phi_s} \quad (3.107)$$

beschrieben werden. Die stabile Fläche nimmt durch die Wahl der Phase des synchronen Teilchens ab und verschwindet bei einer Phase von $\phi_s = 90^\circ$. Dementsprechend werden dann Teilchen, die sich nicht innerhalb des stabilen Bereichs befinden, im folgenden Beschleunigungsprozess nicht auf die geforderte Energie gebracht und gehen verloren.

Oft wird die Fläche des stabilen Bereichs auch im Phasenraum $(\phi, \Delta E/\omega_0)$ in eVs oder in eVs/u angegeben. Die Transformation zwischen den beiden Phasenraumkoordinaten ist [4, 57]

$$A_B = \frac{\beta^2 E}{\omega_0} \tilde{A}_B \quad (3.108)$$

mit der Energie $E = \gamma m_0 c^2$ des Sollteilchens. Im Phasenraum $(\phi, \Delta E/\omega_0)$ ist die Länge des stabilen Bereichs [4]

$$|(\pi - \phi_s) - \phi_u|, \quad (3.109)$$

wobei seine Höhe ausgedrückt in der maximalen Impulsunschärfe [4]

$$\Delta_B = \left(\frac{2qV_0}{\pi\beta^2 E h |\eta|} \right)^{1/2} Y(\phi_s) \quad (3.110)$$

mit

$$Y(\phi_s) = \left| \cos \phi_s - \frac{\pi - 2\phi_s}{2} \sin \phi_s \right|^{1/2} \quad (3.111)$$

ist.

Nachdem die Fläche des eingefangenen sowie beschleunigten Teilchenpakets definiert worden ist, soll nun die Fläche des gleichförmigen Strahls bestimmt werden. Für einen adiabatischen Einfang bleibt die Fläche eines Strahls erhalten und die Fläche der Teilchenpakete entspricht der Fläche des gleichförmigen Strahls, aus dem die Teilchenpakete gebildet worden sind. Um die Fläche eines gleichförmigen Strahls zu bestimmen, muss seine Länge und seine Höhe bekannt sein. Die Höhe des gleichförmigen Strahls ist durch seine Impulsunschärfe gegeben und ist 2Δ . Seine stabile Fläche ist über den ganzen Ringumfang verteilt, entsprechend ist seine Länge 2π . Mit der Transformation nach den Phasenraumkoordinaten $(\phi, \Delta E/\omega_0)$ ergibt sich die Fläche des gleichförmigen Strahls zu [12]

$$S_B \approx 2p_0 \Delta 2\pi R. \quad (3.112)$$

3.3.4.1 Longitudinale Akzeptanz im SIS18

Da die stabile Fläche innerhalb eines Beschleunigungsfelds die longitudinale Akzeptanz des Beschleunigers vorgibt, kann nun eine Analyse der longitudinalen Akzeptanz des SIS18 für ein gegebenes HF-System durchgeführt werden. Dies wird am Beispiel des FAIR-Design-Ion U^{28+} bei Injektionsenergie besprochen. Die longitudinale Fläche des gleichförmigen U^{28+} -Strahls bei Injektionsenergie mit einer Impulsunschärfe von $\Delta = 1 \times 10^{-3}$ ist nach (3.112) $S_B \approx 0.2$ eVs/u [12]. Im SIS18 ist die Geschwindigkeit, mit der das Feld der Magnete geändert werden kann $\dot{B} = 10$ T/s und der Krümmungsradius der Ablenkmagnete $\rho_B = 10$ m. Das zur Zeit installierte HF-System im SIS18 kann eine Spannung von bis zu 32 kV liefern [30], dementsprechend ist die Phase des synchronen Teilchens $\phi_s = 42^\circ$ und die Fläche des stabilen Bereichs $A_B = 0.2$ eVs/u.

Um ein Teilchenpaket mit einer bestimmten Länge zu erzeugen, muss - wie gezeigt - eine bestimmte Spannung anliegen. Ist die Anzahl der Ionen im Teilchenpaket so hoch, dass Raumladungseffekte nicht vernachlässigt werden können, muss zudem mehr Spannung aufgebracht werden, um ein Teilchenpaket mit gleicher Länge erzeugen zu können [51]. Dann ist die Akzeptanz des HF-Systems kleiner als die Fläche des gleichförmigen U^{28+} -Strahls mit einer Impulsunschärfe von $\Delta = 1 \times 10^{-3}$ [8, 12]. Zudem sollte bei einem routinemäßigen Betrieb nicht der vollständige Bereich der Akzeptanz des HF-Systems ausgefüllt werden, um z. B. nicht durch Fluktuationen der Spannung Teilchen bei der Beschleunigung zu verlieren [51]. Folglich ist die Fläche des stabilen Bereichs des zur Zeit installierten HF-Systems zu klein.

Unter anderem soll deswegen ein neues HF-System eingebaut werden, welches mit einer maximalen Spannung von $V_0 = 40$ kV bei der zweiten Harmonischen der Umlauffrequenz arbeiten wird. Mit der sich dann ergebenden Phase des synchronen Teilchens von $\phi_s = 43^\circ$ folgt eine Fläche des stabilen Bereichs von $A_B = 0.34$ eVs/u. Dies entspricht in etwa einem Füllfaktor der Fläche des stabilen Bereichs für den gleichförmigen U^{28+} -Strahl von 2/3, wenn der gleichförmigen U^{28+} -Strahl eine Impulsunschärfe von $\Delta = 1 \times 10^{-3}$ besitzt. Es handelt sich dabei um einen Kompromiss zwischen einem kleinen Füllfaktor und den Kosten, die durch ein HF-System entstehen, welches höhere Spannungen für einen kleinen Füllfaktor liefern könnte [10–12].

Um nicht 30 % der Spannung des HF-Systems für Raumladungseffekte aufbringen zu müssen, wird zurzeit über den Einbau eines „Ferrit-Einsatzes“ (eng. ferrite insertion) nachgedacht. Solch ein Ferrit-Einsatz wird im Los Alamos Proton Storage Ring (PSR) zur Reduzierung der für die Raumladungseffekte aufgebrauchten HF-Spannung verwendet [44, 51]. Neben dem erwünschten Effekt - dem Entgegenwirken der Raumladungsimpedanz - durch den imaginären Teil der Impedanz des Ferrit-Einsatzes, kann der reelle Anteil der Impedanz aber zu unerwünschten Effekten führen, z. B. tritt am PSR die longitudinale Mikrowellen-Instabilität aufgrund des Ferrit-Einsatzes auf [44, 51]. Durch diese wird der Strahl instabil und kann dann Energie verlieren. Zudem geht die Mikrowellen-Instabilität mit einem Ansteigen der Impulsunschärfe einher [44].

Es müssen erst weitreichende Studien durchgeführt werden, um zu ermitteln, wie gut die longitudinalen Raumladungseffekte kompensiert werden könnten. Zudem müssen bei den Studien der geringe freie Platz im SIS18 sowie die Kosten für einen Ferrit-Einsatz berücksichtigt werden.

4 Strahldiagnose

Es ist essentiell für einen Beschleuniger, dass eine möglichst umfangreiche und komfortable Strahldiagnose zur Verfügung steht. Ohne eine Strahldiagnose sind der Strahl, seine Parameter und sein Verhalten nicht bekannt. Dementsprechend ist ohne eine genaue Messung der einzustellenden Beschleunigerparameter ein sinnvoller Betrieb eines Beschleunigers nicht durchführbar. Durch eine exakte Messmethode der Strahlparameter wird es möglich, durch eine iterative Annäherung einen „Idealzustand“ zu erreichen. Ebenso wird eine Strahldiagnose für physikalische Experimente am Beschleuniger benötigt, wie sie im Rahmen dieser Dissertation durchgeführt worden sind. Folglich darf eine Behandlung der Strahldiagnose in dieser Arbeit nicht fehlen.

Eine vollständige Darstellung der zahlreichen Strahldiagnose-Elemente der GSI würde allerdings den Rahmen der Arbeit sprengen, deshalb werden in diesem Kapitel nur von der Autorin dieser Arbeit verwendete Diagnoseelemente dargestellt. Eine ausführliche Darstellung der Strahldiagnose-Elemente der GSI ist in [58] zu finden.

Zuerst wird der genutzte Messaufbau im SIS18 dargelegt, anschließend wird auf die Verarbeitung der aufgenommenen Daten eingegangen. Eine zentrale Bedeutung für diese Arbeit hat die longitudinale Schottky-Diagnose, sie soll daher im Folgenden behandelt werden. Da in Kapitel 5 auf den Einfluss von kollektiven Effekten - auch auf die Schottky-Signale - näher eingegangen wird, wird dieses Thema im aktuellen Kapitel nicht besprochen. Eine detaillierte Behandlung der Theorie der Schottky-Signale, auch der transversalen Schottky-Diagnose, findet man in der Literatur, zu nennen sind hier [6, 7, 24, 59].

Im Anschluss wird das Prinzip einer elektrostatischen Sonde (Pickup) erläutert, welche fast zerstörungsfrei Stromsignale von Teilchenpaketen messen kann. Im Anschluss wird dann auf die Besonderheiten der einzelnen Pickups eingegangen, welche für diese Arbeit verwendet worden sind.

Am Ende des Kapitels wird dargestellt, wie im Transferkanal die longitudinale Emittanz der Mikro-Teilchenpakete bestimmt werden kann. Diese Methode zerstört den Strahl vollständig.

4.1 Diagnose am SIS18

Für die Strahldiagnose am SIS18 stehen mehrere Diagnoseelemente zu Verfügung. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten, die Mikrobunch- und Schottky-Sonde, sind in Abb. 4.1 im schematisch dargestellten Messaufbau zu erkennen. Mit der Mikrobunch-Sonde wurden die vom UNILAC injizierten Mikro-Teilchenpakete beobachtet. Diese Mikro-Teilchenpakete werden immer länger, wenn kein externes HF-Feld vorhanden ist und bilden nach einigen Mikrosekunden einen gleichförmigen Strahl. Stromfluktuationen auf einem gleichförmigen Strahl können mit der Schottky-Sonde beobachtet werden, hierfür ist das Rausch-zu-Signal-Verhältnis der Sonde optimal.

Im Hauptkontrollraum an der GSI wurde von den beiden Sonden der Strahlstrom, welcher sich aus der Summe der beiden Sondenplatten ergibt, mit dem Oszilloskop "WaveRunner 6000A" von LeCroy mit einer Abtastrate (oder Samplingrate) von bis zu 5 GHz aufge-

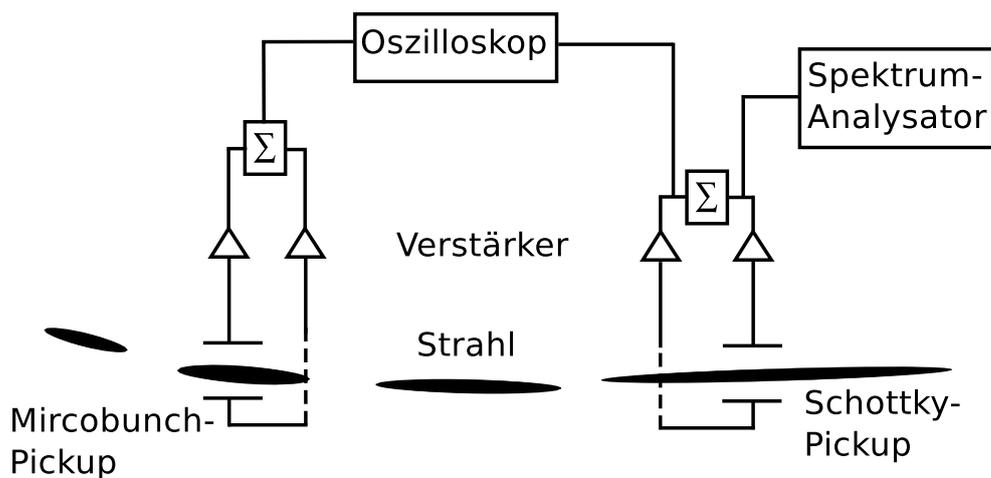


Abb. 4.1: Schematische Darstellung einer Messung am SIS18. Das verstärkte Signal wird summiert, um den Strahlstrom zu erhalten. Mit Hilfe des Ozilloskops können die Signale im Zeitbereich gespeichert werden. Der Spektrum-Analysator führt eine spektrale Analyse online durch.

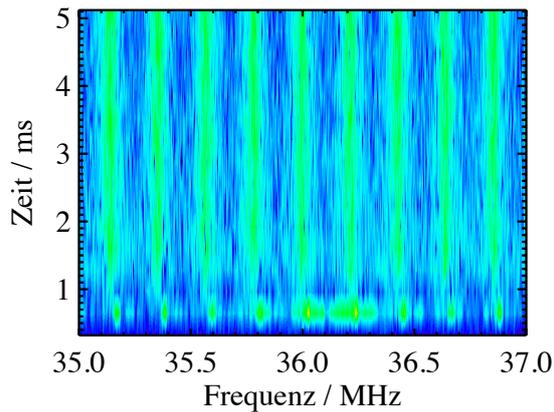
nommen. Die maximale Abtastrate und die Speicherkapazität pro Messung sind progressiv zueinander und müssen im Kompromiss zueinander gewählt werden. Mit dem Spektrum-Analysator "RSA3303A" von Tektronix ist eine spektrale Analyse online durchgeführt worden. Diese spektrale Analyse wird für die Schottky-Diagnose benötigt. Der Spektrum-Analysator ist im Hauptkontrollraum fest installiert, wohingegen das Ozilloskop von LeCroy frei beweglich ist. Bei beiden Geräten ist eine externe Triggerung mit dem Zyklus des SIS18 verwendet worden. Die Signale wurden zudem im Hersteller-eigenen Binärformat abgespeichert.

Mit dem von *M. Kirk* bereitgestellten Programm "HKR STRAHLDIAGNOSE TOOLKIT" können die Daten des LeCroy zusammen mit dem Programm Interactive Data Language (IDL) analysiert und grafisch dargestellt werden [60, 61]. Für die Nachbearbeitung der Daten ist unter anderem die Schnelle Fourier Transformation, engl. Fast Fourier Transformation (FFT) von IDL genutzt worden.

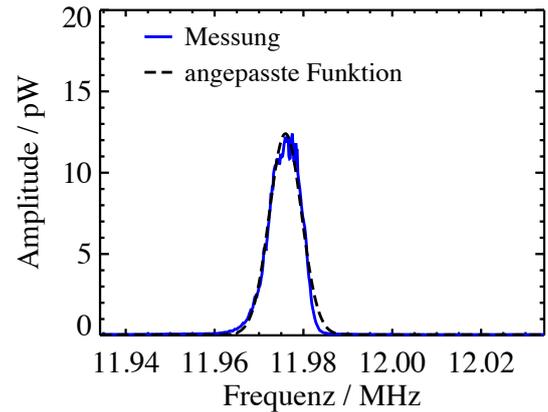
Bei dem Spektrum-Analysator kann der Benutzer die Frequenzbreite, das Zentrum der Messung und die gesamte Messdauer der Messung wählen. In Abb. 4.2(a) ist eine Messung über mehrere Schottky-Bänder zu sehen. Eine Messung besteht mindestens aus einem Spektrum, genannt *frame*. Zu beachten ist, dass die Messdauer (*frame time*) eines einzelnen Spektrums mit größerer Frequenzbreite kleiner wird. Die Anzahl der *frames* ergibt sich aus dem Verhältnis von gesamter Messdauer zu *frame time*. Eine übliche *frame time* für die Messung eines Schottky-Bands liegt bei 3.2 ms. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis eines Schottky-Bands zu minimieren, ist über mehrere *frames* zu mitteln.

Abb. 4.2(b) zeigt eine solche Mittelung. Die Mittelung ist mit dem Programm C++ RefinerformerIQT von *S. Paret* möglich [24, 36], nachdem die im Binärformat gespeicherten Daten mit dem von Tektronix zur Verfügung gestellten Programm ReadIQT (Version 2.02) in ASCII-Format umgewandelt worden sind.

Wie im nächsten Abschnitt dargelegt wird, gibt das Schottky-Band die Impulsverteilung wieder, somit ist die Breite des Schottky-Bands mit der Impulsbreite verknüpft. In vielen ver-



(a) Wasserfallabbildung



(b) Schottky-Band

Abb. 4.2: Die Wasserfallabbildung (eng. Waterfall-Plot) zeigt eine Messung mit einer großen Frequenzbreite des Spektrum-Analysators. Um die Impulsbreite möglichst genau bestimmen zu können, wurde eine kleine Frequenzbreite gewählt und über eine größere Anzahl von Messungen gemittelt. Die blaue Kurve zeigt die an die Messdaten angepasste Gauß'sche Verteilung.

schiedenen Experimenten zeigte sich, dass longitudinale Schottky-Spektren typischerweise eine Gaußförmige Verteilung haben, wenn die Intensität des Strahls klein ist [62]. Bei hohen Intensitäten sind dann Schottky-Signale mit einer nicht Gaußförmigen Verteilung beobachtet worden. Hier sind zum einen kohärente Strukturen auf den Schottky-Signalen beobachtet worden, zum andern ergibt sich bei der Kühlung eine Doppel-Struktur der Schottky-Signale [63].

Für die Messung mit niedriger Intensität ist eine Gauß-Verteilung angepasst worden, wie in Abb. 4.2(b) zu erkennen ist. In erster Näherung gibt die angepasste Gauß-Verteilung in Abb. 4.2(b) gut die Verteilung der Messung wieder. Die Analyse der Schottky-Signale mit einer nicht Gaußförmigen Verteilung wird in Kapitel 5 und Kapitel 6 diskutiert.

4.2 Schottky-Diagnose

Bei der mikroskopischen Betrachtung eines elektrischen Stroms, welcher auch der Strahlstrom in einem realen Ringbeschleuniger sein kann, ist zu erkennen, dass stets diskrete Ladungen für den Stromfluss verantwortlich sind. Dies führt zu einer kleinen, unregelmäßigen Stromschwankung, die vom statistischen Verhalten der Ladungsträger hervorgerufen wird. Dieser Effekt wurde erstmals von W. Schottky [5] im Jahre 1918 beschrieben und wird heute als *Schrotrauschen* oder *Schottky-Rauschen* bezeichnet. Bei einer spektralen Analyse der entsprechenden Rauschsignale des umlaufenden Ionenstroms ergeben sich Rausch- oder Schottky-Bänder bei allen Harmonischen der Umlauffrequenz der Teilchen. Eine detaillierte Einführung ist in [6, 7] zu finden, hier wird nur die Theorie der longitudinalen Schottky-Signale ohne kollektive Effekte skizziert. Die Auswirkung der kollektiven Effekte wird in Kapitel 5 und 7 behandelt.

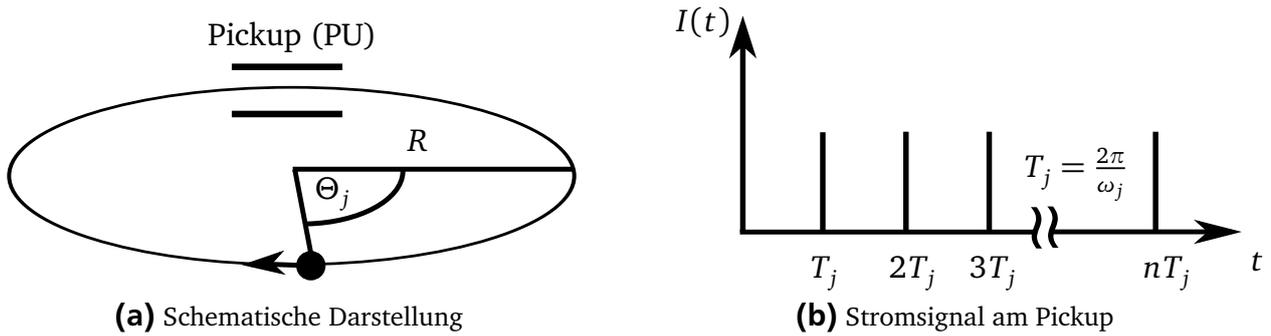


Abb. 4.3: Prinzipieller Aufbau einer Schottky-Diagnose in einem Synchrotron oder Speicherring. Bei einer spektralen Analyse des umlaufenden Strahlstroms ergeben sich die sogenannten Schottky-Bänder bei allen Harmonischen der Umlauffrequenz der Teilchen.

4.2.1 Longitudinale Schottky-Signale ohne kollektive Effekte

Passiert ein umlaufendes Teilchen eine Sonde mit der azimuthalen Position Θ_{PU} , so induziert es jedes Mal einen zeitlich sehr scharfen Puls. Der Abstand der aufeinanderfolgenden Pulse entspricht der Umlaufzeit des Teilchens (Siehe Abb. 4.3(b)). Das Stromsignal in der Sonde ist durch folgende Form darstellbar [7]

$$I_j(t) = q\omega_j \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[\Theta_j(t) - \Theta_{PU} - 2\pi n], \quad (4.1)$$

wobei Θ_j die Phase des Teilchens j ist.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist die azimuthale Position der Sonde null ($\Theta_{PU} = 0$), da das induzierte Signal unabhängig von der Sondenposition ist. Bei einem gleichförmigen Strahl ist die Phase Θ_j des Teilchens j durch

$$\Theta_j(t) = \omega_j t + \Theta_j^0 \quad (4.2)$$

gegeben, wobei die Startposition Θ_j^0 zufällig zwischen $[0, 2\pi]$ liegt.

Mit Hilfe der Fourier-Reihendarstellung für eine periodische Delta-Funktion und Berücksichtigung nur der positiven Frequenzen [7]

$$2\pi \sum_{n=0}^{\infty} \delta(\omega_j t + \Theta_j^0 - 2\pi n) = \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n\omega_j t + n\Theta_j^0) \quad (4.3)$$

ergibt sich aus (4.1) das Stromsignal eines Teilchens an der Sonde zu

$$I_j(t) = qf_j + 2q \sum_{n=1}^{\infty} f_j \cos[n\omega_j t + n\Theta_j^0]. \quad (4.4)$$

Der Strom eines umlaufenden Teilchenstrahls ist gegeben durch die Summe über alle Teilchen

$$I(t) = \sum_{j=0}^N I_j(t), \quad (4.5)$$

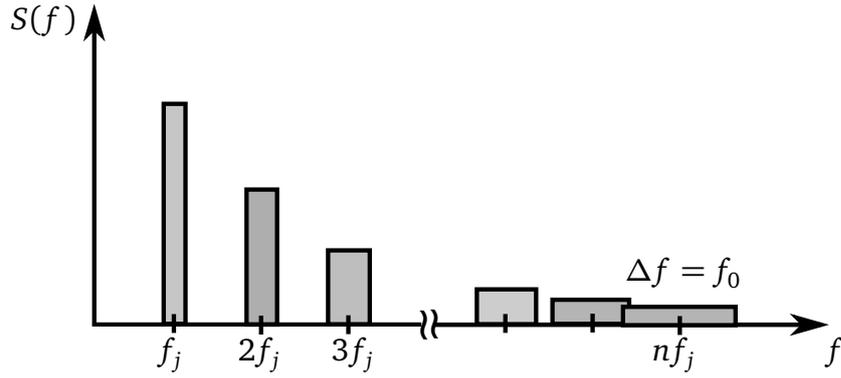


Abb. 4.4: Das Frequenzspektrum $S(f) = d\langle I_n^2 \rangle / df$ eines longitudinalen Schottky-Signals für einen gleichförmigen Strahl, wobei eine ideale rechteckige Impulsverteilung angenommen worden ist.

wodurch sich der makroskopischen Strahlstrom $I_0 = qNf_0$ und die unregelmäßigen Stromschwankungen I_n definieren lassen [7]

$$I(t) = q \sum_{j=0}^N f_j + 2q \sum_{j=0}^N \sum_{n=1}^{\infty} f_j \cos[n\omega_j t + n\Theta_j^0] \equiv I_0 + I_n(t). \quad (4.6)$$

Für die Stromschwankungen ergibt sich deshalb

$$\langle I_n \rangle = 0 \quad (4.7)$$

$$\sqrt{\langle I_n^2 \rangle} = 2qf_0 \sqrt{N \langle \cos \Theta_j^0 \rangle^2} = \sqrt{2qf_0 I_0}. \quad (4.8)$$

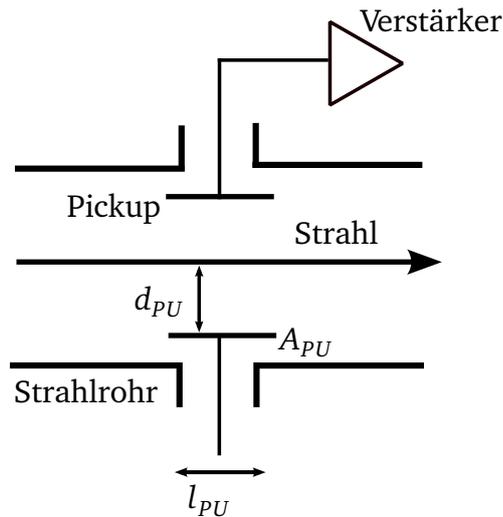
Dies entspricht dem Schrotrauschen, wobei der Anodenstrom von Röhren oder Transistoren proportional zur Wurzel des Gleichstroms ist.

Da die Umlauffrequenzen f_j der Einzelteilchen leicht unterschiedlich sind, besteht das Schottky-Signal aus Frequenzbändern mit einer gewissen Breite. Abb. 4.4 veranschaulicht dies. Dabei trägt jedes einzelne Teilchen bei jeder Harmonischen n mit einer Frequenzlinie zum Gesamtsignal bei. Nach (4.6) wächst der Frequenzabstand der Linien der einzelnen Teilchen linear mit der Harmonischen n an. Entsprechend nimmt auch die Breite der Bänder zu. Die Höhe der gemessenen Bänder nimmt dagegen mit $1/n$ ab, weil die integrale Leistung konstant ist [59].

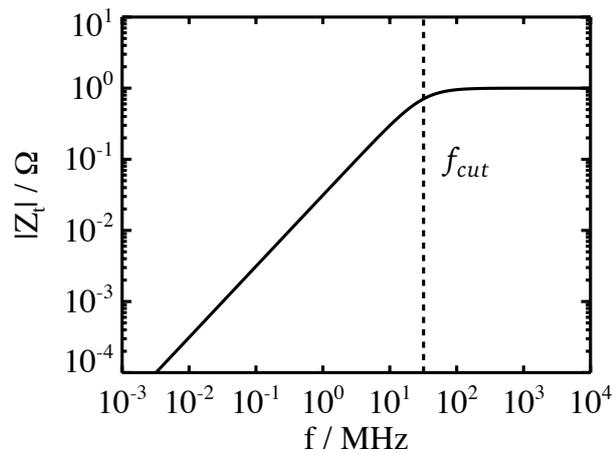
Wenn die Harmonische n eines Frequenzbands bekannt ist, lässt sich mit den Schottky-Bändern die Umlauffrequenz im Ring bestimmen. Berücksichtigt man ferner, dass die Umlauffrequenz der Teilchen nach der linearen Synchrotron-Theorie für eine Gauß'sche Verteilungsfunktion mit der Standardabweichung σ_ω im Frequenzspektrum gemäß [6, 7]

$$\sigma_p = \frac{\sigma_\omega}{|\eta|nf_0} \quad (4.9)$$

mit ihren longitudinalen Impulsen korreliert ist, können mit Hilfe der longitudinalen Schottky-Bänder die für die Strahlqualität wichtigen Parameter rms-Impulsunschärfe σ_p und Umlauffrequenz f_0 bestimmt werden.



(a) Prinzipieller Aufbau



(b) Transferimpedanz

Abb. 4.5: Prinzipieller Aufbau eines Pickups (links). Der modulierte Strahl induziert eine Dichtemodulation der Ladung in den Elektroden (Platten). Die gemessene Spannung ist über die Transferimpedanz mit dem Strahlstrom verknüpft. Rechts ist die Transferimpedanz mit einer Grenzfrequenz von $f_{cut} = 32$ MHz dargestellt. Unterhalb der Grenzfrequenz steigt die Transferimpedanz mit der Frequenz an, oberhalb ist sie konstant.

Da die Breite der Bänder mit der Frequenz zunimmt, überlappen diese, wenn die Breite des Bandes der Umlauffrequenz entspricht und eine exakte Bestimmung der Strahlparameter ist nicht mehr möglich.

Im SIS18 liegt dieser Bereich bei Injektionsenergie in der Nähe von etwa 100 MHz, wenn man eine Impulsunschärfe von $\sigma_p = 0.5 \times 10^{-3}$ zu Grunde legt.

4.3 Pickup-Strahlsonden

Zum Nachweis der Strahlsignale werden sogenannte Pickups verwendet, wobei diese ohne Berücksichtigung von kollektiven Effekten zerstörungsfrei arbeiten. Im Folgendem wird ihre Funktionsweise nur skizziert, eine ausführliche Darstellung des Themas befindet sich in [58, 64, 65].

Ein Pickup besteht aus einem Paar Elektroden, welche in Kontakt mit dem elektrischen Feld des Strahls gebracht werden. Abb. 4.5(a) zeigt ein kapazitives Pickup bestehend aus zwei Metallplatte innerhalb des Strahlrohrs. Modulationen im Strahl induzieren auf der Platte einen Spiegelstrom I_{im} , welcher mit Hilfe eines Verstärkers verstärkt wird.

Ein konstanter Strom induziert nur gleichmäßig verteilte Ladungen in der Platte, was dazu führt, dass kein Spiegelstrom fließt. Folglich können Pickups dieser Bauart nicht den Gleichstrom I_0 messen.

Die durch den Strom induzierte Spannung am Verstärker ist [58]

$$U_{im}(\omega) = Z_t(\omega, \beta) I_b(\omega), \quad (4.10)$$

wobei I_b der Strahlstrom (engl. beam current) und $Z_t(\omega, \beta)$ die longitudinale Transferimpedanz ist. Die Transferimpedanz gibt den Zusammenhang zwischen Spannung und Strahlstrom, deshalb ist die Transferimpedanz eine wichtige Größe für die Effizienz der Sonde. Die Transferimpedanz, welche abhängig von der Frequenz, der Geschwindigkeit der Teilchen und der Geometrie des Pickups ist, ist nach [58] über

$$Z_t = \frac{1}{\beta_0 \gamma_0} \frac{1}{C_{PU}} \frac{A_{PU}}{2\pi d_{PU}} \frac{i\omega/\omega_{cut}}{1 + i\omega/\omega_{cut}} \quad (4.11)$$

bestimmt, wobei C_{PU} die Kapazität des Pickups, A_{PU} die Fläche des Pickups und d_{PU} der Abstand von der Strahlrohrmitte ist. Die Grenzfrequenz (eng. cut-off frequency) ist

$$f_{cut} = \frac{\omega_{cut}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_{PU} C_{PU}}, \quad (4.12)$$

wobei R_{PU} der Widerstand des Verstärkers ist [58]. Wie in Abb. 4.5(b) zu sehen ist, steigt die Transferimpedanz unterhalb der Grenzfrequenz an. In diesem Bereich ist die gemessene Spannung proportional zur Ableitung des Stroms nach der Zeit. Oberhalb ist die Transferimpedanz konstant und die gemessene Spannung ist hier proportional zum Strahlstrom [58].

Für eine saubere Signalverarbeitung sollte nur unterhalb oder oberhalb der Grenzfrequenz gearbeitet werden, wobei der konstante Bereich der Transferimpedanz zu bevorzugen ist [66]. Mittels einer sogenannten Faltung können aber auch die Signale verarbeitet werden, die im Bereich der Grenzfrequenz gemessen werden.

Pickups sind zum einen durch den vorgegebenen Frequenzbereich des Verstärkers begrenzt und zum anderen treten bei hohen Frequenzen Resonanzen auf [66]. Des Weiteren nimmt die Signalstärke mit der Frequenz ab, wodurch sich sehr kleine Signale bei hohen Frequenzen ergeben. Diese können aufgrund des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses nicht mehr akkurat ausgewertet werden.

Oft wird, um ein oberes Frequenzlimit festzulegen, der 3-dB-Abfall des Spiegelstroms genutzt. Das Frequenzlimit ergibt sich nach [24, 67] zu

$$f_{3dB} = \frac{0.19\beta_0\gamma_0 c}{b} \quad (4.13)$$

mit b als Radius des Strahlrohrs.

Man unterscheidet zwei Arten von Pickups, nämlich die „elektrostatische Sonde“ und die „Stripline-Sonde“. Eine elektrostatische Sonde ist in Abb. 4.5(a) zu erkennen. Hier sind die Platten über einen Koaxialleiter mit dem Verstärker verbunden. Eine Stripline-Sonde besitzt einen weiteren Anschluss, der nicht reflektierend abgeschlossen ist [59]. Die Vorteile der Stripline-Sonde liegen bei ihrem kleineren Einfluss auf den Strahl, d. h. die Stripline-Sonde trägt bei kollektiven Effekten weniger zur Instabilität des Strahls bei. Bei kleinen β_0 -Werten hat die elektrostatische Sonde jedoch eine bessere Sondenempfindlichkeit als die Stripline-Sonde [59].

Im Folgenden soll nun auf die Besonderheit der Schottky-Sonde und der Mikrobunch-Sonde im SIS18 eingegangen werden.



Abb. 4.6: Das ESR-Schottky-Pickup [68]. Im Vordergrund sind die horizontalen und dahinter die vertikalen Platten zu sehen. Die Länge der Platten beträgt $l_{pU} = 25$ cm [59]. Die nach innen gebogenen Plattenränder erhöhen die Linearität der Sonde bei einer großen Strahlablage.

4.3.1 Schottky-Sonde

Die Schottky-Sonde im SIS18 ist baugleich zu der ESR Schottky-Sonde und kann als elektrostatische Sonde oder als Stripline-Sonde genutzt werden. Aufgrund der höheren Sondenempfindlichkeit bei kleinen β_0 -Werten wird sie standardmäßig im SIS18 als elektrostatische Sonde betrieben [59] und befindet sich im neunten Bereich des SIS18 [27].

Abb. 4.6 zeigt eine Aufnahme des Schottky-Pickups, welches im ESR eingebaut ist. In der Abbildung sind die horizontalen und die vertikalen Platten des Pickups zu erkennen. Wird innerhalb der Signalverarbeitung das Signal der horizontalen Platten summiert, ergibt sich das horizontale Strom-Signal. Entsprechend ergibt sich aus den vertikalen Platten das vertikale Strom-Signal. Das Differenzsignal zweier Platten ergibt das horizontale oder vertikale transversale Signal. Die transversalen Signale sind proportional zur transversalen Ablage des Strahls und werden für die transversale Schottky-Diagnose verwendet. Mit den transversalen Schottky-Signalen kann der bruchzahlige Anteil des Arbeitspunkts bestimmt werden [6].

In der Abbildung ist zudem zu erkennen, dass die Plattenränder nach innen gebogen sind. Dies erhöht die Linearität der Sonde bei einer großen Strahlablage. Da die horizontale Akzeptanz sowohl im SIS18 als auch im ESR größer ist als die vertikale, ist der horizontale Abstand der Platten größer. Somit ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis im Vertikalen besser [59].

Der Messbereich der Schottky-Sonde beginnt etwa bei 10 MHz und endet bei der Injektionsenergie etwa bei 120 MHz [24, 59, 69]. Das untere Limit ist durch einen Abfall des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses gegeben [59], das obere durch den 3-dB-Abfall mit einem Strahlrohrradius von $b = 70$ mm. Aufgrund der Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls

überschneiden sich zudem die Schottky-Bänder bei etwa 100 MHz.

Wichtig ist hier zu nennen, dass die Grenzfrequenz der Sonde bei $f_{cut} = 32$ MHz liegt [66]. Messungen im Bereich der Grenzfrequenz sowie die spätere Analyse der Signale sind mit Sorgfalt zu behandeln, besonders da im Rahmen dieser Arbeit bei der späteren Analyse der Signale keine Faltung benutzt worden ist.

4.3.2 Mikrobunch-Sonde

Die Mikrobunch-Sonde, welche hinter dem Injektionsbereich zu finden ist, hat den gleichen Aufbau wie die Schottky-Sonde in Abb. 4.6. Sie besitzt ebenfalls nach innen gebogene Plattenränder sowie hintereinander angeordnete Plattenpaare in horizontaler und vertikaler Richtung.

Die Sonde hat eine Kapazität von $C = 100$ pF und ist mit 50Ω abgeschlossen, wodurch sich eine Grenzfrequenz und das untere Limit der Sonde von $f_{cut} = 32$ MHz ergeben [30, 66]. Das obere Limit dieser Sonde liegt bei 500 MHz [66]. Die an die Sonde angeschlossenen Verstärker wurden für die Mikro-Teilchenpakete optimal eingestellt.

Das Signal dieser Sonde ist im Hauptkontrollraum an der GSI (HKR) in der SIS18-Konsole unter S12DP3X zu finden. S12DP3X entspricht dabei der GSI Geräte-Nomenklatur, die jedem Gerät in der Beschleunigeranlage einen eindeutigen, klassifizierenden Namen zuordnet. So deutet z. B. S12 an, dass es sich um ein Gerät im SIS18 handelt, welches in dem letzten der 12 Bereiche eingebaut ist.

4.4 Longitudinale Emittanzmessung im Transferkanal

Die Geschwindigkeitsbreite und die Umlauffrequenz des gleichförmigen Strahls im SIS18 sind unter anderem von der longitudinalen Emittanz der injizierten Teilchenpakete abhängig. Folglich ist es wichtig, diese zu kennen. Seit 2003 kann am Anfang des Transferkanals (Sektion 2) die longitudinale Emittanz der Mikro-Teilchenpakete vermessen werden. Aufgrund von Reparaturarbeiten der Messvorrichtung sowie von Ausfällen der Beschleunigeranlage war eine Messung der longitudinalen Emittanz im Rahmen dieser Arbeit nur im Juni 2010 möglich. Anders als die Messungen mit den Pickups im SIS18 ist diese Messmethode destruktiv. Die longitudinale Emittanzmessung wird dabei über die UNILAC-Kontrollkonsole im HKR bedient. Auf den dort vorhandenen Computern sind die abgespeicherten Messungen im HTML-Format zu finden, welche dann mit dem Profil- und Emittanz-Mess/Auswerteprogramm Proemi ausgewertet werden können.

Der Aufbau des Messplatzes ist in Abb. 4.7 schematisch dargestellt. Um die Energieabweichung der Teilchenpakete zu bestimmen, wird im Transferkanal mit drei Dipolen Dispersion erzeugt. Aufgrund der Impulsabweichung der Teilchen werden diese im Dipol mit unterschiedlichen Radien abgelenkt, was als Dispersion bezeichnet wird. Um eine möglichst kleine transversale Fokussierung zu erreichen, wird mit einer Rautenblende mit einem Radius von 1 mm der Strahl transversal verkleinert. Nachdem der Strahl den Dispersionsbereich passiert hat, wird der Strahl mit einem Quadrupolpaar auf das Profiltgitter fokussiert. Hinter dem Quadrupolpaar befindet sich ein 108 MHz elektronischer Zerhacker (eng. Chopper), welcher den Strahl vertikal reflektiert [70, 71]. Zur Einstellung des Strahls kann ein Leuchttarget zu Hilfe genommen werden, das sich hinter dem elektronischen Zerhacker befindet.

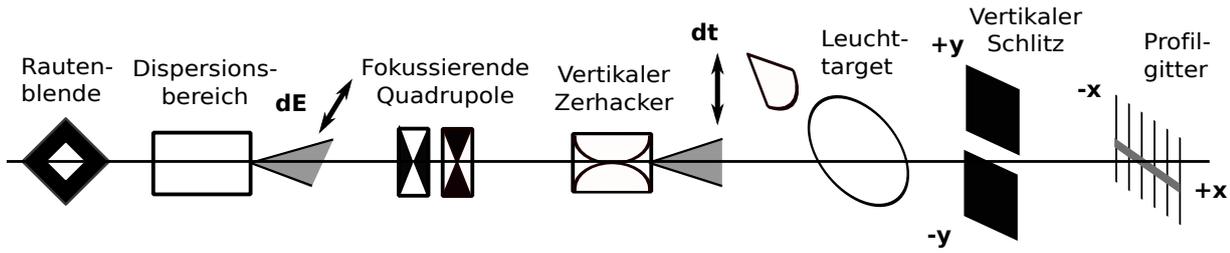


Abb. 4.7: Die Abbildung zeigt den schematischen Aufbau der longitudinalen Emittanzmessung im Transferkanal [70, 71]. Mit Hilfe des Dispersionsbereichs wird die Energie bzw. die Impulsunschärfe der Teilchenpakete auf dem Profilgitter abgebildet. Der Zerhacker wird benötigt, um die Teilchenpaketlänge auf dem Gitter darstellen zu können.

Bei der Einstellung des Strahls sollte darauf geachtet werden, dass der Nulldurchgang des elektronischen Zerhackers dem Ursprung des Gitters entspricht.

Vor dem Gitter und nach dem elektronischen Zerhacker befindet sich ein vertikaler, beweglicher Schlitz. Der Schlitz wählt entsprechend seiner Position einen bestimmten longitudinalen Anteil des Teilchenpakets aus, welcher auf das Gitter trifft. Somit gibt die Position y des Gitters die zeitliche Abweichung vom Zentrum des Teilchenpakets [71]

$$\Delta t = F_T \cdot y_{\text{Draht}} \quad \text{mit} \quad [F_T] = \frac{\text{ns}}{\text{mm}} \quad (4.14)$$

wieder. Aufgrund der Dispersion gibt die Position x auf dem Gitter die Abweichung der Energie von der Sollenergie [71]

$$\Delta E = F_E \cdot x_{\text{Draht}} \quad \text{mit} \quad [F_E] = \frac{\text{keV/u}}{\text{mm}} \quad (4.15)$$

wieder. Die Faktoren F_E und F_T sind über [71]

$$F_E = \left(1 + \frac{1}{\gamma_0}\right) \frac{E_{\text{kin}}}{D_G} \quad (4.16)$$

und

$$F_T = \frac{A_u F_{Ch} \beta_0 \gamma_0}{Z l_D A_{Ch} 360^\circ f_{Ch}} \quad (4.17)$$

gegeben, wobei D_G die Dispersion am Ort des Gitters, $l_D = 2.1902$ m die Strecke zwischen der Mitte des elektronischen Zerhackers und dem Schlitz, $F_{Ch} = 47.93$ °Vm/(mm u) der Umrechnungsfaktor für den elektronischen Zerhacker, V_{Ch} die Spannung des elektronischen Zerhackers, $f_{Ch} = 0.108$ GHz die Frequenz des elektronischen Zerhackers, A_u die Masse des Ions in atomarer Masseneinheit und Z die Ladung des Ions ist [71]. Die Faktoren der Messung F_T sowie F_E sind neben dem gemessenen Strom an den Gitterpunkten in der abgespeicherten HTML-Datei zu finden.

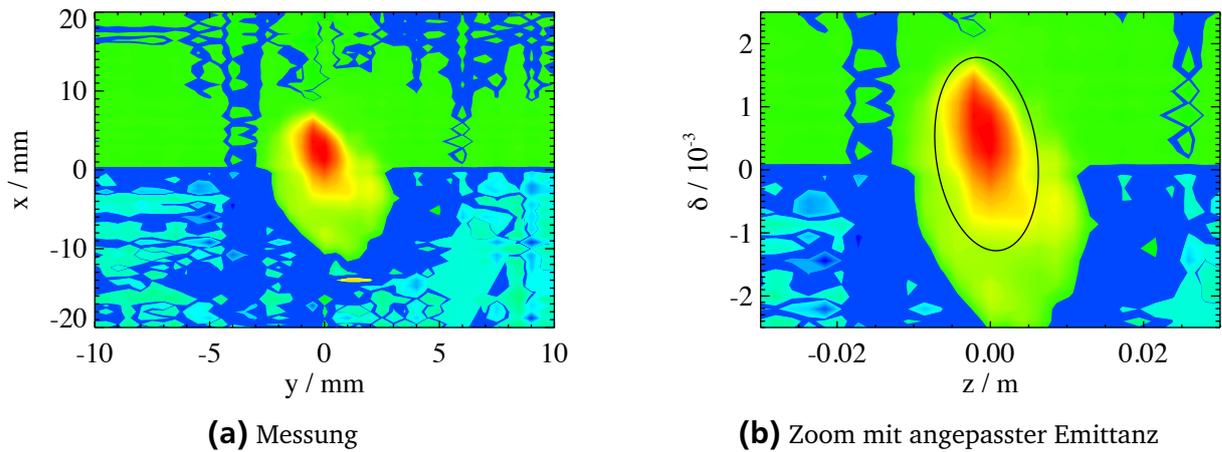


Abb. 4.8: Messung mit Zoom und angepasster Emittanz bestimmt mit dem Profil- und Emittanz-Mess/Auswerteprogramm Proemi [72].

Abb. 4.8(a) zeigt eine solche Messung der longitudinalen Emittanz. In Abb. 4.8(b) ist die an diese Messung mit dem Profil- und Emittanz-Mess/Auswerteprogramm Proemi [72] angepasste longitudinale Emittanz in den transformierten Koordinaten

$$z = \beta_0 c F_T \cdot y \quad (4.18)$$

und

$$\delta = \frac{F_E \cdot x}{\gamma_0 m_0 c^2} \quad (4.19)$$

zu erkennen. Deutlich ist in Abb. 4.8(b) eine größere Impulsunschärfe Δ als die vom SIS18 geforderte von $\Delta \leq 1 \times 10^{-3}$ zu beobachten. Dies kann aber mit der hinter dem longitudinalen Emittanzmessplatz liegenden Optimierungskavität BB12 verbessert werden. Die vollständigen Ergebnisse dieser Messung sind in Kapitel 6 zu finden.



5 Impedanzkonzept im Beschleuniger und kollektive Effekte

Wie in Kapitel 3 erläutert, wächst der Einfluss der von den Strahlteilchen in Wechselwirkung mit der elektromagnetischen Umgebung erzeugten Selbstfelder mit zunehmender Strahlintensität. Deswegen sollten die resultierenden kollektiven Felder durch die Rückkopplung mit der Umgebung sowohl qualitativ, als auch quantitativ beschrieben werden können. Das Modell der longitudinalen Koppelimpedanz erfüllt beide Anforderungen. Es veranschaulicht die komplette Beschleunigerumgebung mit sämtlichen Ringkomponenten, die wichtig für die Rückwirkungen des Strahls auf sich selbst sind.

Nachdem die Koppelimpedanz definiert worden ist, wird auf die durch kollektive Effekte erzeugte Instabilität eingegangen. Dazu wird die Dispersionsbeziehung definiert und davon ausgehend die Anstiegszeit einer Instabilität bestimmt. Zudem wird ein Stabilitätslimit eines Strahl definiert, welches auch als Kurve in einem Stabilitätsdiagramm darstellbar ist.

Im Anschluss wird auf die Auswirkungen der kollektiven Effekte auf die longitudinalen Schottky-Signale eingegangen. Sie führen zu einer Deformierung der Schottky-Signale, welche zur Messung des Geometrie-Faktors im ESR genutzt wurden.

5.1 Impedanzkonzept im Beschleuniger

In einem Beschleuniger erzeugen die geladenen Teilchen, die sich entlang einer Trajektorie mit der Geschwindigkeit βc bewegen, elektromagnetische Felder. Diese Selbstfelder werden durch die Beschleunigerumgebung beeinflusst. Das Konzept der Koppelimpedanz ist eingeführt worden, um den Zusammenhang zwischen den Strahlstrommodulationen und den induzierten elektrischen Feldern entlang des Strahlwegs wiederzugeben. Wenn $E_{\parallel}(s, \omega)$ die vom Strahlstrom I erzeugten und auf ihn zurückwirkenden longitudinalen Selbstfelder sind, so ist die über den gesamten Ringumfang gemittelte longitudinale Koppelimpedanz als [29]

$$Z_{\parallel}(\omega) = -\frac{1}{I(\omega)} \oint E_{\parallel}(s, \omega) ds \quad (5.1)$$

definiert. Die Integration ist über den gesamten Ringumfang durchzuführen, wobei bei der Integration der Spiegelstrom im Rohr mit berücksichtigt werden muss. Die longitudinale Koppelimpedanz Z_{\parallel} beschreibt im Allgemeinen die tatsächliche Beschleunigerumgebung mit allen Änderungen der Geometrie sowie den elektromagnetischen Bestandteilen entlang des Umfangs.

Gemäß der Definition der longitudinalen Koppelimpedanz ist sie eine Funktion der Frequenz des umlaufenden Strahlstroms bzw. dessen Fourier-Komponenten sowie einer komplexen Größe [45]

$$Z_{\parallel}(\omega) = \text{Re}(Z_{\parallel}(\omega)) + i\text{Im}(Z_{\parallel}(\omega)), \quad (5.2)$$

wobei der Realteil der Impedanz als Resistanz (Widerstand) und der Imaginärteil als die Reaktanz (Blindwiderstand) bekannt ist.

Die Selbstfelder verursachen in den umgebenden Beschleunigerkomponenten, wie z. B. im Vakuumrohr, Ströme und Spannungen. Die durch den Teilchenstrom $I(\omega)$ induzierte Spannung [45]

$$V(\omega) = -Z(\omega)I(\omega) \quad (5.3)$$

ist über den Proportionalitätsfaktor Impedanz $Z(\omega)$ gegeben. Weil die induzierte Spannung zu einem Energieverlust der Teilchen führt, ist die oben genannte Gleichung negativ.

Ein perfekt gleichförmiger Strahl ist immer stabil. In der Realität existieren aber immer kleine Dichtemodulationen, welche z. B. durch das statistische Rauschen der Strahlteilchen erzeugt werden können. Durch den Realteil der Koppelimpedanz können diese Dichtemodulationen exponentiell anwachsen und den Strahl in einen instabilen Prozess treiben. Da deshalb der maximal erreichbare Strahlstrom oft durch kohärente Instabilitäten begrenzt wird, müssen die Impedanzen möglichst genau bekannt sein. Es wird deshalb viel Aufwand betrieben, um Impedanzen zu berechnen, zu messen und wenn möglich zu verringern [29].

Da die Impedanzen im Allgemeinen frequenzabhängig sind, werden sie oft in der Form Z/n angegeben, wobei $n = \omega/\omega_0$ die Harmonische der Kreisfrequenz $\omega_0 = v_0/R$ des umlaufenden Strahls ist [73].

Die durch Messungen an verschiedenen Beschleunigern gewonnenen Erfahrungen legen die Einteilung der Kopplungsimpedanz in vier Hauptkomponenten nahe [29, 73]. Diese sind die longitudinale Raumladungsimpedanz Z_{\parallel}^{sc} , die Breitband-Resonator-Impedanz Z_{\parallel}^{bb} , die Resistive-Wand-Impedanz Z_{\parallel}^{rw} und die Schmalband-Resonator-Impedanz Z_{\parallel}^{nr} . Die vom Strahl wahrgenommene Gesamtimpedanz ist die Summe dieser Beiträge und ergibt sich gemäß zu [29]

$$Z_{\parallel} = Z_{\parallel}^{sc} + Z_{\parallel}^{bb} + Z_{\parallel}^{rw} + \sum Z_{\parallel i}^{sr}, \quad (5.4)$$

da mehrere Komponenten in einem Beschleuniger als Schmalband-Resonator-Impedanz beschrieben werden können. In bestimmten Frequenzbereichen können die einzelnen Anteile der Ringimpedanz induktiv, kapazitiv oder resistiv sein [29, 73].

Die Komponenten der Ringimpedanz werden im Anschluss genauer beschrieben, zuerst soll aber das elektrische Feld mit Hilfe der Koppelimpedanz bestimmt werden.

In einem ringförmigen Beschleuniger sind Modulationen auf einem gleichförmigen Teilchenstrahl mit der Gleichstromkomponente I_0 periodisch mit dem Ringumfang $C = 2\pi R$. Eine Modulation der Harmonischen n erzeugt das elektrische Feld E_n . Die Koppelimpedanz gibt den Zusammenhang. Ausgehend von einer Modulation des Stroms der Form [45, 74]

$$I(z, s) = I_0 + I_n \exp(inz/R) \quad (5.5)$$

mit der Stromamplitude I_n sowie $z = s - s_0$ und $s_0 = v_0 t$ folgt für den n -Anteil der Impedanz das gemittelte induzierte elektrische Feld [74]

$$E_{z,n} = -\frac{1}{2\pi R} I_n Z_n. \quad (5.6)$$

5.1.1 Longitudinale Raumladungsimpedanz

Die Raumladungsimpedanz definiert die elektromagnetische Kopplung des Strahls an die Strahlrohrwände. Ausgehend vom Modell eines zylindrischen, perfekt leitenden Strahlrohrs ist das longitudinale elektrische Feld, wie gezeigt, durch eine Liniendichtemodulation über

$$E_z = -\frac{qg}{4\pi\epsilon_0\gamma_0^2} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \quad (5.7)$$

bestimmt. Für eine periodische Modulation nach (5.5), wobei der Strahlstrom über $I_0 = \beta_0 c q \lambda_0$ gegeben ist, ergibt sich die Raumladungsimpedanz im langwelligen Limit zu [4, 44]

$$\frac{Z_n^{sc}}{n} = -i \frac{Z_0 g}{2\beta_0 \gamma_0^2}. \quad (5.8)$$

Die Raumladungsimpedanz ist proportional zu der Harmonischen n und verschwindet bei Wellenlängen, die dem Längenparameter λ_c entsprechen, infolge der Spiegelladungen auf der Innenseite des Strahlrohrs [53]. Der Längenparameter

$$\lambda_c = \gamma_0^{-1} \pi a \sqrt{g} \quad (5.9)$$

ist nach [75] über den Strahlradius a und den Geometrie-Faktor g gegeben. Die Raumladungsimpedanz ist dann über den ganzen Frequenzbereich nach [75] näherungsweise durch

$$\frac{Z_n^{sc}}{n} = -i \frac{Z_0 g}{2\beta_0 \gamma_0^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{n}{n_c}\right)^2} \quad (5.10)$$

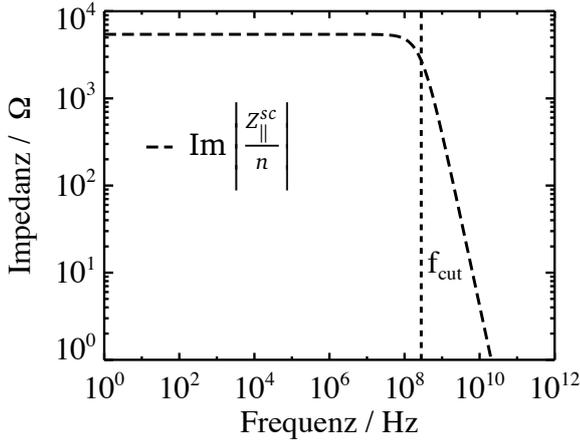
beschrieben, wobei

$$n_c = 2\pi R / \lambda_c \quad (5.11)$$

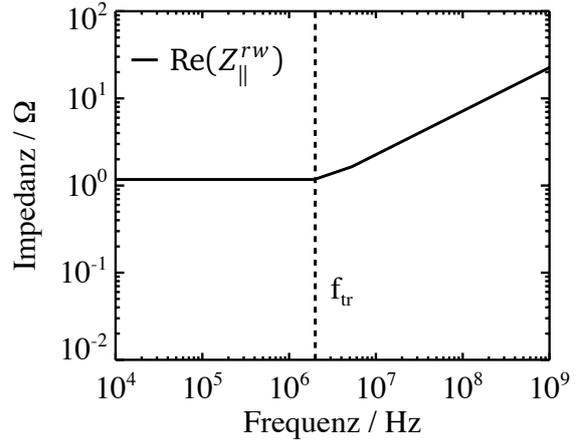
die Grenzharmonische ist. Die Grenzharmonische $n_c = f_c / f_0$ entspricht der Grenzfrequenz, die sich aus dem Längenparameter λ_c ergibt, dividiert durch die Umlauffrequenz. Die Raumladungsimpedanz dominiert den Imaginärteil der Gesamtimpedanz und ist eine negative Induktivität.

Die Beziehung (5.10) beschreibt auch die Abhängigkeit der Raumladungsimpedanz und entsprechend auch des Geometrie-Faktor von der Wellenlänge, wie im Unterabschnitt 3.1.1 erläutert.

In Abb. 5.1(a) ist die longitudinale Raumladungsimpedanz für das SIS18 bei Injektionsenergie und einem Strahlradius von $a = 35$ mm ($b/a=2$) dargestellt, wobei sich eine Grenzharmonische von $n_c = 1300$ ergibt.



(a) Raumladungsimpedanz im SIS18



(b) Resistive-Wand-Impedanz im SIS18

Abb. 5.1: Die linke Abbildung zeigt die longitudinale Raumladungsimpedanz nach (5.10) für das SIS18 mit einem Strahl, der einen Radius von $a = 35$ mm besitzt. Bei Injektionsenergie ergibt sich die eingezeichnete Grenzfrequenz f_c . Die rechte Abbildung stellt den Realteil der Resistive-Wand-Impedanz nach (5.12) und (5.13) für das SIS18-Strahlrohr und die Übergangsfrequenz f_{tr} dar.

5.1.2 Resistive-Wand-Impedanz

In der Realität sind die Strahlrohrwände nicht ideal leitend, sondern besitzen einen elektrischen Verlustwiderstand. Der Realteil der Koppelimpedanz im niedrigen Frequenzbereich, durch die endliche Leitfähigkeit σ_w verursacht, ist [73]

$$\operatorname{Re}(Z_n^{rw}) = \frac{R}{\sigma_w \delta_w b}, \quad (5.12)$$

wenn die äquivalente Leitschichtdicke δ (eng. skin depth) der elektromagnetischen Felder größer als die Wanddicke δ_w ist. Bei größeren Frequenzen, wenn die Wanddicke sehr viel dicker als die Eindringtiefe ist, kann die Auswirkung der Resistive-Wand-Impedanz auf den Strahl durch [73]

$$Z_n^{rw} = (1 + i) \frac{R}{\sigma_w \delta_0 b} \sqrt{n}, \quad (5.13)$$

mit der Eindringtiefe [73]

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega_0 \sigma_w}}, \quad (5.14)$$

bei der Umlauffrequenz $2\pi/\omega_0$ sowie $\delta^2 = \delta_0^2 \omega_0/\omega$ beschrieben werden. Der Übergang zwischen den beiden Bereichen liegt bei $\delta = \delta_w$.

Die elektrische Leitfähigkeit des Vakuumrohrs des SIS18 ist $\sigma_w = 1.4 \times 10^6 (\Omega\text{m})^{-1}$ und das Vakuumrohr hat eine Wanddicke von $\delta_w = 0.3$ mm [76], womit sich eine Übergangsfrequenz von [77]

$$f_{tr} = \frac{1}{\pi \delta_w^2 \mu \omega_w} \approx 2 \text{ MHz} \quad (5.15)$$

ergibt. Für die Injektionsenergie ergibt sich somit eine Eindringtiefe von $\delta_0 = 0.9$ mm. Der entsprechende Realteil der Resistive-Wand-Impedanz nach (5.12) und (5.13) ist in Abbildung 5.1(b) dargestellt, wobei bei sehr kleinen Frequenzen die Gleichung (5.12) nicht mehr anwendbar ist [77]. Die Beschreibung der Resistive-Wand-Impedanz bei sehr kleinen Frequenzen ist in [77] zu finden.

5.1.3 Schmalband-Resonator-Impedanz

Resonante Objekte in einem Beschleuniger stellen ein erhebliches Problem dar, da sie über die Koppelimpedanz auf den Strahl zurückwirken, diese Objekte werden aber z. B. für die Beschleunigung benötigt. Die Teilchen im Strahl, welche zeitlich voneinander getrennt sind, koppeln mit solchen Objekten. Da die Antwort der Resonatoren mit hoher Güte durch die Strahlanregung aufgrund der hohen Güte für eine lange Zeit erhalten bleibt, können die erzeugten Felder auch auf entfernte Teilchen wirken [14, 44]. Diese Resonanzen werden oft in der Beschleunigerphysik durch die Schmalband-Resonator-Impedanzen der Form [73]

$$Z_n^{sr} = \frac{R_s}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} \quad (5.16)$$

beschrieben. Die Resonanzfrequenz $\omega_r = 2\pi f_r$, der Gütefaktor Q und die Shunt-Impedanz R_s sind charakteristische Größen des Elements. Beschleunigerkavitäten sind häufig die Ursache von Schmalband-Resonator-Impedanzen, wobei auch Kicker- und Pickup-Elektroden unerwünschte Resonanzen besitzen können [29]. Die oben genannte Beziehung (5.16) beschreibt genau den Sachverhalt, dass durch den Strahl resonanzartige Moden im Resonator angeregt werden. Die durch den Strahl beim Passieren einer Beschleunigerkavität verursachten Felder wirken auf den Strahl zurück und verstärken besonders die Amplitude der Harmonischen-Anteile des Stroms, welche zuvor die Antwort des Resonators angeregt haben [14].

Eine weitere charakteristische Größe der Resonator-Impedanz ist die Resonator-Halbwertsbreite, welche über [73]

$$\Delta\omega_{FWHM} = \frac{\omega_r}{Q} \quad (5.17)$$

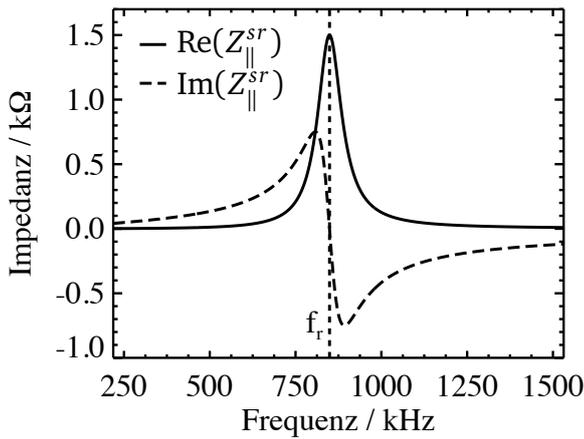
bestimmt ist, wobei FWHM für Full Width at Half Maximum steht. Die Shunt-Impedanz in einer Beschleunigerkavität ist über die anliegende Beschleunigungsspannung U und die Verlustleistung P des Resonators über [73]

$$R_s = \frac{1}{2} \frac{U^2}{P} \quad (5.18)$$

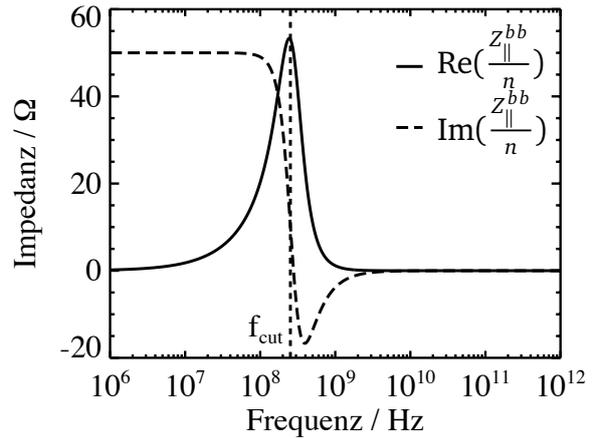
definiert. Sie beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Teilchen und dem Resonatorfeld. Sie gibt somit eine Aussage darüber, wie gut ein Resonator ein Teilchen beschleunigen oder abbremsen kann.

Bei kleinen Frequenzen ist die Schmalband-Resonator-Impedanz induktiv [73]

$$\frac{Z}{n} = \frac{iR_s\omega_0}{Q\omega_r}, \quad (5.19)$$



(a) Schmalband-Resonator-Impedanz im SIS18



(b) Breitband-Resonator-Impedanz im SIS18

Abb. 5.2: Die linke Abbildung stellt die Impedanz der SIS18-Beschleunigerkavität dar. Der Realteil der Impedanz wird bei der Resonanzfrequenz von $f_r = 849$ kHz maximal. Sie erreicht den Wert der Breitband-Shunt-Impedanz R_s von 1.5 k Ω . Die Kavität besitzt eine Güte von 10 [11, 31]. Die rechte Abbildung zeigt eine Breitband-Resonator-Impedanz mit $\left| \frac{Z_{||}}{n} \right|_{max} = 50$ Ω , wie sie vermutlich im SIS18 vorliegt [51].

wird aber bei der Resonanzfrequenz resistiv [73]

$$\frac{Z}{n} = \frac{R_s \omega_0}{\omega_r} \quad (5.20)$$

und bei großen Frequenzen kapazitiv [73]

$$\frac{Z}{n} = \frac{R_s \omega_0 \omega_r}{iQ\omega^2}. \quad (5.21)$$

In Abb. 5.2(a) ist die Schmalband-Resonator-Impedanz der SIS18-Kavität dargestellt. Die Kavität besitzt eine Güte von $Q = 10$ sowie eine Shunt-Impedanz von $R_s = 1.5$ k Ω und wird mit einer Resonanzfrequenz von $\omega_r = n_r \omega_0$ mit $n_r \approx 4$ betrieben [11, 31].

5.1.4 Breitband-Resonator-Impedanz

Der vierte Anteil der Koppelimpedanz beschreibt die zahlreichen Diskontinuitäten des Vakuumrohrs, wie z. B. Querschnittsänderungen oder andere Änderungen der Geometrie. In vielen verschiedenen Maschinen ist beobachtet worden, dass diese Strukturen elektromagnetische Felder einfangen können und somit induktiv bei kleinen Frequenzen sind [14, 73]. Nach [73] wird das Vakuumrohr resistiv in der Nahе der Grenzfrequenz $\omega_{cut} = 2\pi f_{cut}$. Zudem ist beobachtet worden, dass der resistive Anteil oberhalb der Grenzfrequenz abfällt [73].

Diese Beobachtungen können mit dem einfachen Modell des breitbandigen Resonators mit der Resonanzfrequenz $\omega_r = 2\pi f_r$ im Bereich der Vakuumrohr-Grenzfrequenz ω_{cut} in der Form [78]

$$Z_n^{bb} = \frac{R_s}{1 + iQ \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \right)} \quad (5.22)$$

beschrieben werden. Im Gegensatz zu den schmalbandigen Impedanzen, die auch einen Einfluss auf entfernte Teilchen haben, wirken breitbandige Impedanzen nur auf Strahlbestandteile, die unmittelbar auf die erzeugenden Anteile folgen, da breitbandige Impedanzen eine kurze Abklingzeit besitzen [73].

Es zeigte sich außerdem bei existierenden Ringbeschleunigern, dass Diskontinuitäten im Vakuumrohr einen Gütefaktor von $Q \approx 1$ besitzen und die Breitband-Shunt-Impedanz R_s im Bereich von [51, 73]

$$1 \Omega \leq R_s \frac{\omega_0}{\omega_r} \leq 50 \Omega \quad (5.23)$$

liegt. Die unteren Werte sind für moderne Maschinen erreicht worden, wobei beim Design des Vakuumrohrs Diskontinuitäten möglichst vermieden und unausweichliche Diskontinuitäten systematisch vom Strahl abgeschirmt worden sind. Für kleine Q -Werte nimmt die Impedanz nur langsam mit der Frequenz ab, die Resonator-Bandbreite ist somit groß [73].

Die Breitband-Shunt-Impedanz für das SIS18 ist nicht genau bekannt, liegt aber vermutlich im oberen Bereich von (5.23) [51]. Abb. 5.2(b) zeigt die Breitband-Resonator-Impedanz mit gleicher Grenzfrequenz wie in Abb. 5.1(a) und einer Breitband-Shunt-Impedanz von $R_s/n = 50 \Omega$.

Die große Resonator-Bandbreite kann im Zusammenhang mit einer großen Raumladungsimpedanz auch bei kleinen Breitband-Shunt-Impedanzen zu der in der Literatur bekannten Mikrowellen-Instabilität führen.

5.2 Longitudinale Instabilität und Dispersionsbeziehung

Nachdem die Koppelimpedanz besprochen wurde, welche die tatsächliche Beschleunigerumgebung mit allen Änderungen der Geometrie sowie den elektromagnetischen Bestandteilen entlang des Umfangs beschreibt, soll nun die durch kollektive Effekte erzeugte Instabilität behandelt werden. Die kollektiven Effekte begrenzen die erreichbaren Intensitäten in einem Kreisbeschleuniger, denn kleine Störungen auf einem Strahl wachsen exponentiell an, wenn die Dispersionsbeziehung des Strahls eine komplexe Lösung besitzt. Der folgende instabile Prozess führt dann zu einer Zunahme der Emittanz des Strahls. Im Allgemeinen führt die Beschleunigerumgebung dazu, dass in der Dispersionsbeziehung komplexe Lösungen vorhanden sind.

Um longitudinale Instabilitäten eines gleichförmigen Strahls untersuchen zu können, wird durch die Linearisierung der Vlasov-Gleichung die Dispersionsbeziehung bestimmt. Ihre Lösungen zeigen dann an ob eine kleine Störung, welche schon durch das statistische Verhalten der Ladungsträger (Schottky-Rauschen) verursacht werden kann, auf dem Strahl anwächst oder gedämpft wird. Die Lösungen geben zudem die Anstiegszeit einer Störung an.

Durch die Periodizität eines Kreisbeschleunigers kann eine Störung auf einem gleichförmigen Strahl als Welle der Form $e^{i(\omega t - kz)}$ beschrieben werden. Dementsprechend ist die Verteilungsfunktion des Strahls $f(v_z, z, t) = f_0(v_z) + f_1(z, t)e^{i(\omega t - kz)}$, wobei die Störung f_1 wesentlich kleiner als der ungestörte Strahl f_0 sein soll $f_1 \ll f_0$. Somit ergibt sich aus der Vlasov-Gleichung (3.72) folgende Beziehung [3]

$$i\omega f_1 - ikv_z f_1 - \frac{q\eta}{\gamma_0 m_0} E_n f_0'(v_z) = 0 \quad (5.24)$$

und die Störung kann über

$$f_1(z, t) = -i \frac{q\eta}{\gamma_0 m_0} E_n \frac{f'_0(v_z)}{\omega - kv_z} \quad (5.25)$$

dargestellt werden. Das durch die Störung auf dem Strahl erzeugte elektrische Feld kann, wie gezeigt, durch die Impedanz zu [74]

$$E_n = -\frac{1}{2\pi R} Z_{\parallel} I_1 = -\frac{q\beta_0 c}{2\pi R} Z_{\parallel} \lambda_1 \quad (5.26)$$

bestimmt werden. Weil die Liniendichte über das Integral der Verteilungsfunktion

$$\lambda(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v_z) dv_z \quad (5.27)$$

gegeben ist, ergibt sich aus (5.25) die Dispersionsbeziehung des gleichförmigen Strahls unter Einfluss von kollektiven Effekten zu [3]

$$-i \frac{q^2 \eta \omega_0 Z_{\parallel}}{2\pi \gamma_0 m_0} \int \frac{f'_0(v_z)}{\omega - kv_z} dv_z = 1 \quad (5.28)$$

mit der Umlauffrequenz des gleichförmigen Strahls $f_0 = \omega_0/(2\pi)$.

Am einfachen Beispiel eines Strahls ohne Impulsunschärfe wird nun die oben genannte Dispersionsbeziehung gelöst. In Anlehnung an die Thermodynamik spricht man auch von „kalten Strahlen“, denn ihre thermische Energie ist aufgrund der nicht vorhandenen Impulsunschärfe null. Die Verteilungsfunktion für einen kalten Strahl ist dementsprechend eine einfache Delta-Funktion [3]

$$f_0(v_z) = \lambda_0 \delta(v_z - v_0). \quad (5.29)$$

Da die Ableitung einer Delta-Funktion durch die Integration [79]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(x - a) f(x) dx = -f'(a) \quad (5.30)$$

bestimmt ist, folgt aus der Dispersionsbeziehung für einen Strahl ohne Impulsunschärfe unter Ausnutzung, dass der Strom des gleichförmigen Strahls $I_0 = q\lambda_0\beta_0 c$ ist sowie der beiden Beziehungen $kv_0 = n\omega_0$ und $k = n\omega_0/(\beta_0 c)$, die kohärente komplexe Frequenzverschiebung $\Delta\omega = \Delta\omega_r + i\Delta\omega_i$ ähnlich zur klassischen Dopplerverschiebung verursacht durch die Koppelimpedanz der Form [43]

$$(\Delta\omega)^2 = (\omega - n\omega_0)^2 = -i \frac{qI_0\eta_0 n^2 \omega_0^2}{2\pi\beta_0^2 \gamma_0 m_0 c^2} \frac{Z_{\parallel}}{n}. \quad (5.31)$$

Durch die Periodizität des Kreisbeschleunigers breiten sich somit zwei longitudinale Dichtemodulationen aus, die sogenannten Plasmawellen, wobei die sich in Umlaufrichtung ausbreitende als schnelle Welle und entsprechend die sich entgegen der Strahlrichtung ausbreitende als langsame Welle bezeichnet wird. Besteht die Koppelimpedanz nur aus der Raumladungsimpedanz, dann treibt sie die beiden Wellen an und die kohärenten Frequenzen ω^\pm der beiden Plasmawellen sind [29]

$$\omega^\pm = n\omega_0 \pm \Delta\omega = n\omega_0 \pm n\omega_0 \left| \frac{qI_0\eta}{2\pi\gamma_0\beta_0^2 m_0 c^2} \right|^{1/2} \left| \frac{Z_n^{sc}}{n} \right|^{1/2}. \quad (5.32)$$

Ein kalter Strahl, der nur unter dem Einfluss der kapazitiven Raumladungsimpedanz steht, ist unterhalb der Transitionsenergie immer stabil. Hat die Koppelimpedanz aber einen resistiven Anteil z. B. durch die endliche Leitfähigkeit des Vakuumrohrs, wird ein kalter Strahl immer instabil. Dann ergeben sich Lösungen, die dazu führen, dass jede Störung auf dem Strahl exponentiell anwächst. Bei einem Strahl mit Impulsunschärfe kann das Anwachsen durch den Effekt der Landaudämpfung verhindert oder gedämpft werden. Dann führt die Resistive-Wand-Impedanz dazu, dass die Amplitude der langsamen Welle gegenüber der schnellen erhöht ist, denn diese Impedanz begünstigt das Anwachsen der niederfrequenten Schwingungen [3, 14, 29].

Die Anstiegsrate einer Störung unterhalb der Transitionsenergie für einen kalten Strahl ergibt sich dann aus der kohärenten Frequenzverschiebung (5.31) zu [3]

$$-\tau^{-1} = \omega_i = \pm\omega_0 \left[\frac{q|\eta|nI_0}{4\pi\beta_0^2\gamma_0 m_0 c^2} \left(\sqrt{\text{Re}(Z)^2 + \text{Im}(Z)^2} - \text{Im}(Z) \right) \right]^{1/2}. \quad (5.33)$$

Diese Beziehung gibt zudem im Allgemeinen eine ungefähre Abschätzung der Anstiegszeiten einer Störung für einen Strahl mit einer Impulsunschärfe an, wenn auf diesen Strahl eine Impedanz wirkt und er so instabil wird [14].

In der Literatur wird das Dispersionsintegral auch als Art einer Fourier-Analyse definiert und die Integration wird entsprechend über die Winkeländerung $\omega = v_z/R$ ausgeführt. Im nächsten Abschnitt wird diese Definition dann bei der Auswirkung der Koppelimpedanz auf die Schottky-Signale benötigt. Durch eine Koordinatentransformation kann die Dispersionsbeziehung (5.28) in die Dispersionsbeziehung mit der Winkeländerung ω [3]

$$-i \frac{q^2 \eta \omega_0^3 R Z_{\parallel}}{2\pi \beta_0^2 \gamma_0 m_0 c^2} \int \frac{f'_0(\omega)}{\Omega - n\omega} d\omega = 1 \quad (5.34)$$

überführt werden.

Möchte man die Dispersionsbeziehung nicht nur für den Fall eines kalten Strahls, sondern auch für einen Strahl mit Impulsunschärfe und beliebigen Verteilungsfunktion lösen, muss das Integral in der Dispersionsbeziehung aufgrund der Polstelle nach dem Cauchyschen Integralsatz je in einem Hauptwert und das Residuum an der Polstelle [4]

$$\int \frac{f'_0(\omega)}{\Omega - n\omega} d\omega = \int_{P.V.} \frac{f'_0(\omega)}{\Omega - n\omega} d\omega \pm i\pi f'_0(\omega) \quad (5.35)$$

aufgespalten werden. Für einige Verteilungsfunktionen kann das Integral analytisch bestimmt werden. Hierfür wird ein normalisiertes Dispersionsintegral mit Hilfe der Halbwertsbreite $S = \Delta\omega/2$ und zwei dimensionslosen Variablen [3]

$$x = \frac{\omega - \omega_0}{S} \quad \text{und} \quad x_1 = \frac{\Delta\Omega}{nS} \quad (5.36)$$

zu

$$I'_D = -i \int_L \frac{1}{x - x_1} \frac{df}{dx} dx \quad (5.37)$$

definiert. Entsprechend muss die Verteilungsfunktion $f_0(\omega)$ auch in die dimensionslose Funktion

$$f(x) = \frac{2\pi R S f_0(\omega)}{N} \quad (5.38)$$

überführt werden. Die Halbwertsbreite S ist über [3]

$$2S = -\eta\omega_0\Delta_{FWHM} \quad (5.39)$$

mit der Impulsunschärfe Δ_{FWHM} verknüpft (nicht zu verwechseln mit der rms-Impulsunschärfe σ_p für eine Gauß-Verteilung) und der Vorfaktor der Dispersionsbeziehung (5.34) ist folglich [3]

$$V' + iU' = \frac{2qI_0Z_n}{\pi mc^2\beta_0^2\gamma_0\eta(\Delta_{FWHM})^2}. \quad (5.40)$$

Die Dispersionsbeziehung kann dann entsprechend unterhalb der Transitionsenergie ($\eta < 0$) in folgender kompakter Form

$$(V' + iU')I'_D = 1 \quad (5.41)$$

geschrieben werden, welche die Beziehung zwischen x_1 und V', U' definiert. Die Größe x_1 beschreibt somit die Frequenzverschiebung [3]

$$\Delta\Omega_r = nS\text{Re}(x_1) \quad (5.42)$$

sowie die Anstiegszeit

$$|\Delta\Omega_i| = \tau^{-1} = nS\text{Im}(x_1). \quad (5.43)$$

Das Stabilitätslimit eines Strahls ist durch $\Delta\omega = 0$ definiert, welches auch durch die Kurve $\text{Im}(x_1)$ im Stabilitätsdiagramm U' gegen V' darstellbar ist. Der Bereich innerhalb der Kurve stabil. Die Kurve, die die stabilen von instabilen Bereich abgrenzt, nimmt abhängig von der Verteilungsfunktion des Strahls eine andere Verlauf und Form an.

Mit dem Keil-Schnell-Kriterium [4]

$$\left| \frac{Z}{n} \right| \leq F \frac{mc^2\beta_0^2\gamma_0|\eta|\delta_{FWHM}^2}{qI_0} \quad (5.44)$$

kann eine einfache Abschätzung über die Stabilität eines Strahls gegeben werden. Sie wird aber aufgrund der Landaudämpfung in der Praxis häufig überschritten [3, 29]. Der Formfaktor F ist durch den Radius des Kreises im Stabilitätsdiagramm bestimmt [3].

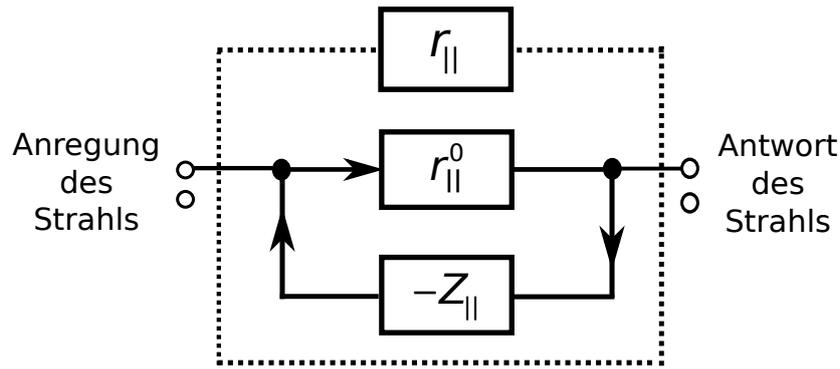


Abb. 5.3: Rückwirkung des Strahls auf sich selbst durch die Koppelimpedanz. Strahlstrommodulationen erzeugen elektrische Felder in Wechselwirkung mit der Beschleunigerumgebung. Diese wiederum wirken auf den Strahl zurück und beeinflussen seine Antwort, wobei sich die Anregung des Strahls durch sein statistisches Verhalten ergibt [16, 29].

5.3 Longitudinale Schottky-Signale mit kollektiven Effekten

Im Folgenden soll der Einfluss der kollektiven Effekte auf die Schottky-Signale besprochen werden. Ohne kollektive Effekte verursacht das statistische Verhalten der Ladungsträger das inkohärente Schottky-Rauschen. Dies führt zu dem in Abschnitt 4.2 vorgestellten Frequenzspektrum $S_0(f)$ einer Stromschwankung, welches direkt proportional zur Verteilungsfunktion der Teilchen ist [6]. Für Strahlen mit hohen Intensitäten sind die kollektiven Effekte nicht mehr zu vernachlässigen und führen zu einer Deformation der Schottky-Signale [15, 16]. Neben hohen Intensitäten können hohe Phasenraumdichten, die mit Hilfe der Elektronenkühlung erreicht werden können, zu modifizierten Schottkyspektren führen.

Bei der Elektronenkühlung wird der Ionenstrahl auf einer kurzen Strecke mit einem Elektronenstrahl überlagert. Durch zahlreiche Stöße mit den Elektronen wird ein Ion im Ruhesystem der Elektronen abgebremst. Die Abbremsung kann als eine Art „Reibungseffekt“ im ruhenden Elektronengas betrachtet werden. Dadurch wird die Impulsunschärfe sowie die transversale Emittanz des Ionenstrahls verkleinert. Der Begriff „Kühlung“ rührt aus der Thermodynamik aus der Analogie zur Temperaturabsenkung eines Gases her [27]. Das Prinzip der Reduzierung der Emittanz durch die Thermalisierung des Teilchenstrahls mit einem zweiten Elektronenstrahl wurde 1967 von G.I. Budker vorgeschlagen [80] und 1976 erstmals am NAP-M Speicherring am INP (Budker Institute of Nuclear Physics) nachgewiesen [81].

Der Einfluss der kollektiven Effekte durch die Koppelimpedanz kann auch durch den in Abb. 5.3 veranschaulichten Koppelmechanismus beschrieben werden und führt auch auf die bekannten Dispersionsrelationen nach (5.34). Eine Anregung des Strahls führt zu einer Antwort des Strahls, welche die longitudinale Übertragungsfunktion $r_{||}^0$ (ohne Rückkopplung) beschreibt. Die Anregung kann ein externes, elektrisches Signal (Kicker) oder das Rausch-Signal aufgrund des statistischen Verhaltens der Ladungsträger (Schottky-Rauschen) sein [16]. Die Anregung durch ein externes Signal wird im Konzept der Strahltransferfunktion (eng. beam transfer function) benutzt. Hier ist die Übertragungsfunktion

$$r_{\parallel}^0 = \frac{I_{pU}}{U^{ex}} \quad (5.45)$$

das Verhältnis von aufgenommenem Signal I_{pU} zu Anregung U^{ex} . Mittels der longitudinalen Impedanz $Z(\omega)$ kann die natürliche Stromfluktuation I_{flukt} als Spannung

$$U_{flukt}(\omega) = -I_{flukt}Z(\omega) \quad (5.46)$$

angegeben werden. Unter dem Einfluss der kollektiven Rückwirkung ergibt sich die totale Übertragungsfunktion r_{\parallel} zu [29]

$$r_{\parallel} = r_{\parallel}^0 - r_{\parallel}Z_{\parallel}r_{\parallel}^0 = \frac{r_{\parallel}^0}{1 + Z_{\parallel}r_{\parallel}^0} = \frac{r_{\parallel}^0}{\epsilon_{\parallel}} \quad (5.47)$$

mit der in der Plasmaphysik bekannten dielektrischen Funktion ϵ_{\parallel} . Die dielektrische Funktion beschreibt somit die kollektive Rückwirkung des Strahls auf sich selbst. Mit verschwindender Impedanz oder Strom sind die Polarisierungseffekte des Mediums Strahl vernachlässigbar und die dielektrische Funktion nimmt den Wert eins an ($\epsilon_{\parallel} \approx 1$) [16].

Steht der Strahl unter dem Einfluss von kollektiven Effekten, setzt sich das von der Schottky-Sonde aufgenommene Stromsignal aus der natürlichen Stromfluktuation I_{flukt} und der kollektiven Antwort des Strahls I_{koll} zusammen [16]

$$I_{pu} = I_{koll} + I_{flukt} = \frac{I_{flukt}}{\epsilon_{\parallel}}. \quad (5.48)$$

Auch das gemessene Schottkyspektrum ist unter Einfluss der kollektiven Effekte eine Superposition aus dem inkohärenten sowie dem kohärenten Anteil und kann mit der dielektrischen Funktion aus dem inkohärenten Schottkyspektrum [15, 16]

$$S(f) = \frac{d\langle I_{pu}^2 \rangle}{df} = \frac{S(f)_0}{|\epsilon_{\parallel}|^2} \quad (5.49)$$

bestimmt werden. Mit Elektronenkühlung, welche durch die Kühlrate ν beschrieben wird, sowie unter Einfluss von kollektiven Effekten modifiziert sich das Frequenzspektrum nach [16, 17] zu

$$S(\Omega) = 2I_0^2 \frac{N}{n} \left| \frac{1 + i\nu I(\Omega)}{\epsilon_{\parallel}} \right|^2 f_0(\omega). \quad (5.50)$$

Hier ist $f_0(\omega)$ die normierte Verteilungsfunktion ($\int f_0(\omega)d\omega = 1$) des gleichförmigen Strahls mit dem Strom I_0 im Frequenzbereich. Die Fluktuationen auf einem gleichförmigen Strahl sind dann entsprechend durch eine modulierte Verteilungsfunktion der Form $f_1 e^{i(\Omega t - n\Theta)}$ mit der Frequenz Ω gegeben. Die dielektrische Funktion ist [16, 17]

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - iJ(\Omega) \frac{q\eta\omega_0^2}{2\pi\gamma_0\beta_0^2} \frac{I_0 Z_{\parallel}}{m_0 c^2} + i\nu I(\Omega) \quad (5.51)$$

mit den Dispersionsintegralen $iI(\Omega)$ und $iJ(\Omega)$. Das Dispersionsintegral

$$iJ(\Omega) = i \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{\partial f(\omega)/\partial \omega}{\Omega - n\omega - i\nu} \quad (5.52)$$

entspricht bis auf den Anteil der Kühlrate ν dem Dispersionsintegral (5.34) aus dem vorigen Abschnitt und beschreibt auch hier die kollektiven Effekte auf den Strahl, wobei das Dispersionsintegral

$$iI(\Omega) = i \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{f(\omega)}{\Omega - n\omega - i\nu} \quad (5.53)$$

im Gegensatz dazu die Auswirkung der Kühlung beschreibt. Nach [16] dämpft die Kühlkraft die Antwort des Strahls auf die kollektiven Effekte. Bei einer ausreichend großen Kühlrate ist der kohärente Anteil des Schottkyspektrums völlig unterdrückt. Entsprechend wird nur der inkohärente Anteil gemessen und die Form des Schottky-Bands ist die gleiche wie für den Fall ohne kollektive Effekte. Die Theorie der Elektronenkühlung gibt folgende Kühlrate [2, 82]

$$\frac{1}{\nu} = \frac{8\pi}{\gamma^2} \frac{L}{2\pi R} \frac{Z^2 e^4 L_{coul}}{m_0 m_e \tilde{v}^3} n_e, \quad (5.54)$$

wobei L die Kühlstrecke, \tilde{v} die Ionengeschwindigkeit im Ruhesystem der Elektronen und m_e die Elektronenmasse darstellt. $L_{coul} \approx 10$ ist dabei der Logarithmus des Verhältnisses von maximalem zu minimalem Stoßparameter zwischen den Ionen und Elektronen, wenn die Geschwindigkeit der Ionen viel größer als die thermische Geschwindigkeit der Elektronen ist. Im ESR liegen die Kühlzeiten $1/\nu$ i.A. zwischen 0.1 s und 1 s [51].

5.3.1 Ziemann-Funktion zur Beschreibung deformierter Schottky-Signale

Die oben definierten Dispersionsintegrale beschreiben die Deformation der Schottky-Signale unter dem Einfluss von kollektiven Effekten sowie Kühlung. Kann die Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen im Strahl durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden, dann kann die Form der deformierten Schottky-Signale durch die von Ziemann aufgestellte Funktion beschrieben werden [17].

Im Folgenden wird die Lösung dieser Funktion dargestellt, welche dann im Weiteren als Ziemann-Funktion bezeichnet wird. Im Frequenzbereich ist die Gauß-Verteilung

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_\omega^2} \right]. \quad (5.55)$$

Um die Integrale (5.53) und (5.52) lösen zu können, werden die folgenden Substitutionen

$$t = \frac{\Delta\omega}{\sqrt{2}\sigma_\omega} = \frac{\omega - \omega_0}{\sqrt{2}\sigma_\omega}, \quad z = \frac{\Omega - n\omega_0 - i\nu}{\sqrt{2}n\sigma_\omega} \quad (5.56)$$

benötigt. Das Dispersionsintegral (5.53), welches die kollektiven Effekte beschreibt, führt, zusammen mit einer Gauß-Verteilung und der komplexen Fehlerfunktion

$$w(z) = e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz), \quad (5.57)$$

nach [83, 84] zu folgender Lösung

$$iI(\Omega) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{n\sigma_\omega} \frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{z-t} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w(z)}{n\sigma_\omega}. \quad (5.58)$$

Die komplexe Fehlerfunktion wird auch als Faddeeva-Funktion bezeichnet. Im Anhang A.3 ist eine Zusammenfassung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Fehlerfunktionen zu finden. Mit der Ableitung der Gauß-Verteilung

$$f'(\omega) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega^3} (\omega - \omega_0) \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_\omega^2}\right] \quad (5.59)$$

und der oben genannten Substitution (5.56) ergibt sich das Dispersionsintegral (5.52), welches die Wirkung der Kühlung auf den Strahl beschreibt, zu [4, 83, 84]

$$iJ(\Omega) = \frac{i}{n\sigma_\omega^2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{te^{-t^2}}{t-z} dt = \frac{1}{n\sigma_\omega^2} (i - \sqrt{\pi}zw(z)). \quad (5.60)$$

Das Integral in (5.60) ist erstmals von [85] gelöst worden.

Mit den beiden gefundenen Integrationsergebnissen ist die dielektrische Funktion durch die Beziehung

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{qI_0}{2\pi\gamma_0\beta_0^2 m_0 c^2 |\eta_0| \sigma_p^2} \frac{Z_{\parallel}}{n} (i - \sqrt{\pi}zw(z)) + i\nu \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w(z)}{n\sigma_\omega} \quad (5.61)$$

bestimmt. Nach [17] beschreibt folgende Funktion das resultierende Frequenzspektrum $S(\Omega)$ der longitudinalen Schottky-Signale unter dem Einfluss von kollektiven Effekten sowie von Kühlung für gleichförmige Strahlen mit einer Gauß'schen Geschwindigkeitsverteilung

$$S(\Omega) = A + B \exp\left[-\frac{(\Omega - n\omega_0)^2}{2(n\sigma_\omega)^2}\right] \times \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} E w(z)}{1 - (V + iU)(i - \sqrt{\pi}zw(z)) + \sqrt{\frac{\pi}{2}} E w(z)} \right|^2 \quad (5.62)$$

mit

$$z = \frac{\Omega - \omega_0}{\sqrt{2}\sigma_\omega} - \frac{iE}{\sqrt{2}}. \quad (5.63)$$

Hier entspricht A der Amplitude, B dem Offset, $n\sigma_\omega$ der Breite, $n\omega_0$ dem Frequenzzentrum und der n -Harmonischen des undeformierten Schottky-Signals. Des Weiteren steht

$$E = \frac{\nu}{n\eta\omega_0\sigma_p} \quad (5.64)$$

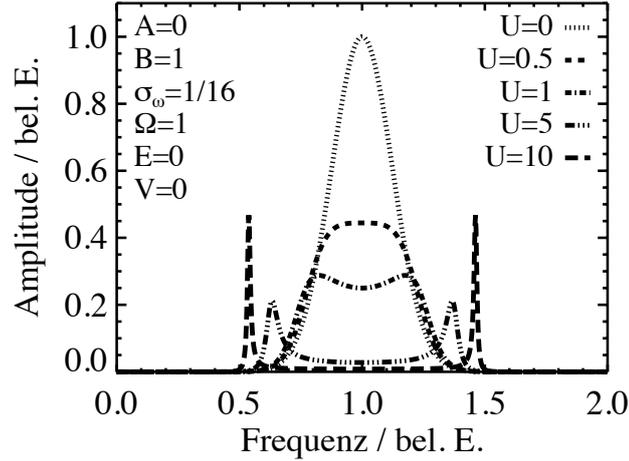


Abb. 5.4: Effekt der endlichen, kapazitiven Raumladungsimpedanz auf das longitudinale Schottkyspektrum nach (5.62) in beliebigen Einheiten. Für raumladungsdominierte Strahlen deformiert sich das Schottky-Signal zu der charakteristischen Doppelform. In dieser Abbildung ist der Effekt der Kühlung nicht berücksichtigt worden, ist dieser aber groß genug, unterdrückt er die Deformation der Schottky-Signale [16].

für eine vorhandene Kühlrate und das Stabilitätsdiagramm [4]

$$V + iU = \frac{I_0 q}{2\pi m_0 c^2 \beta_0^2 \gamma_0 |\eta_0| \sigma_p^2} \times \left[\operatorname{Re} \left(\frac{Z_n}{n} \right) + i \operatorname{Im} \left(\frac{Z_n}{n} \right) \right] \quad (5.65)$$

beschreibt die vorhandene Koppelimpedanz. Hier soll noch angemerkt werden, dass das Stabilitätsdiagramm im vorigen Abschnitt $V' + iU'$ durch die Impulsunschärfe bei halber Höhe einer Funktion Δ_{FWHM} definiert worden ist, das obige für eine Gauß-Verteilung mit der rms-Impulsunschärfe σ_p .

Der Effekt der Raumladungsimpedanz im langwelligen Limit auf das longitudinale Schottkyspektrum ist in Abb. 5.4 zu erkennen ($U = \operatorname{Im} \frac{Z_n^{sc}}{n}$). Für diese Abbildung haben der Realteil der Impedanz und die Kühlung den Wert null ($F = 0, E = 0$). Das Auftreten der Doppelform in den Schottky-Bändern entspricht der Anregung der langsamen (linkes Maximum im Frequenzspektrum) und schnellen (rechtes Maximum) kohärenten Plasmawelle des Strahls und ihr Abstand zur Mitte ist durch die Ausbreitungsfrequenz $\pm \Delta\Omega$ gegeben.

Unter der Annahme einer dominanten Raumladungsimpedanz und $n \ll n_c$ ergibt sich aus (5.65) der Raumladungsparameter U_{sc} für einen gleichförmigen Strahl

$$U_{sc} = \frac{q I_0 g Z_0}{4\pi \beta_0^3 \gamma_0^3 m_0 c^2 |\eta_0| \sigma_p^2}. \quad (5.66)$$

Auch hier spricht man von „raumladungsdominiert“ wenn $U_{sc} > 1$ ist. Ist der gleichförmige Strahl nicht raumladungsdominiert ($U_{sc} < 1$), ist in Abb. 5.4 wie erwartet keine Doppelform zu erkennen. Im Gegensatz dazu ist bei Werten des Raumladungsparameters größer eins ($U_{sc} > 1$) eine deutliche Doppelform in Abb. 5.4 zu erkennen.

Der Raumladungsparameter beschreibt zudem das Verhältnis von kohärenter zu inkohärenter Geschwindigkeit [53].

Tab. 5.1: ESR: Maschinen- und Strahlparameter

Experiment mit Ar ¹⁸⁺ bei 30 MeV			
U	108.32 m	γ_0	1.032
I_0	$150 \pm 50 \mu\text{A}$	β_0	0.247
γ_t	2.66	η_0	-0.797
I_e	150 mA	f_0	684 kHz

5.4 Messung des Geometrie-Faktors (g-Faktor)

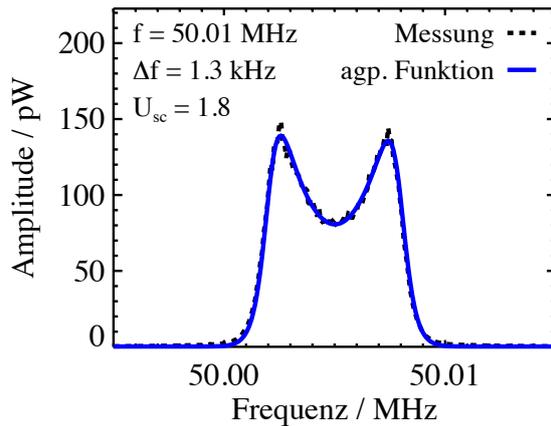
Den vorausgegangen theoretischen Untersuchungen des Geometrie-Faktors lag das einfache ideale zylindrische Modell des Strahlrohrs und des Strahls zugrunde. Wie beschrieben, kann mit Hilfe der Raumladungsimpedanz, die vom Geometrie-Faktor abhängt, sowie des Strahlstroms das elektrische Feld bestimmt werden. Hinter dem Geometrie-Faktor in der longitudinalen Raumladungsimpedanz verbirgt sich, wie am Anfang des Kapitels gezeigt, die Komponente im longitudinalen Modell, welche die transversale Geometrie beschreibt.

In der Realität sind Strahlrohrradius und Strahlradius nicht konstant, sondern ändern sich entlang des Beschleunigers oder Speicherrings. Der effektiv wirkende Geometrie-Faktor der Raumladungsimpedanz ist somit nur ein über den Ringbeschleuniger gemittelter Wert. Folglich ist es essentiell, den „realen“ Geometrie-Faktor zu kennen.

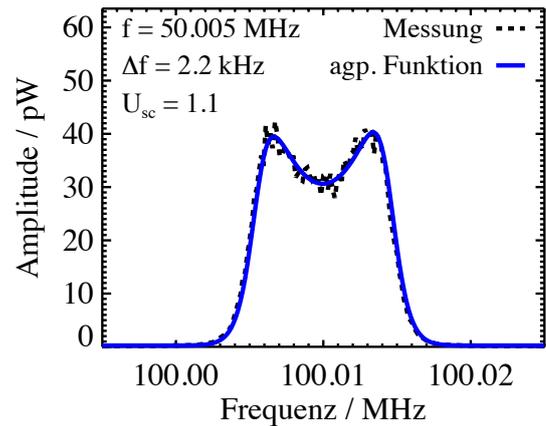
Zur Ermittlung des Geometrie-Faktors eines Beschleunigers sind deshalb Messungen mit einem Ar¹⁸⁺-Strahl bei 30 MeV/u am ESR im September 2010 durchgeführt worden. Die Maschinenparameter des ESR sowie die Strahlparameter der Messung sind in Tab. 5.1 zu finden, wobei I_e den Elektronenkühlstrom beschreibt. Aufgrund des erwarteten Strahlradius sowie Strahlrohrradius sollte der durch die Messungen ermittelte Geometrie-Faktor des ESR bei $g = 6$ liegen, wobei ein mittlerer Radius des Strahlrohrs von $b = 60$ mm angenommen worden ist [16]. Zur Bestimmung des Geometrie-Faktors ist der zuvor dargestellte Effekt der Raumladungsimpedanz auf die longitudinalen Schottky-Signale ausgenutzt worden, welcher die Signale charakteristisch deformiert. Im ESR dominiert im Allgemeinen die Raumladungsimpedanz die Koppelimpedanz und der Geometrie-Faktor ergibt sich dementsprechend zu

$$g = \frac{4\pi\beta_0^3\gamma_0^3 m_0 c^2 |\eta_0| \sigma_p^2 U_{sc}}{q I_0 Z_0} \approx \frac{9.2 \times 10^5 \sigma_p^2 U_{sc}}{I_0}. \quad (5.67)$$

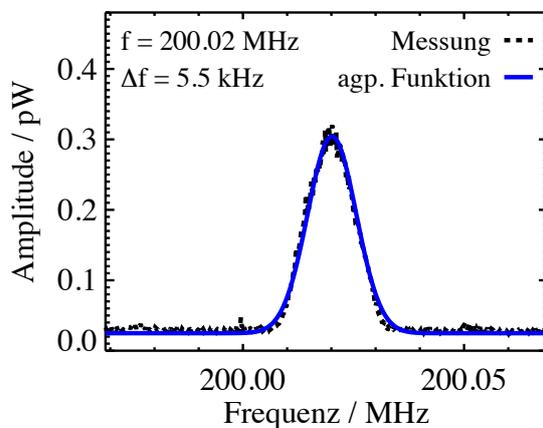
Kommen neben der Raumladungsimpedanz auch reelle Anteile, wie z. B. die Resistive-Wand-Impedanz, in der Koppelimpedanz zum Tragen, ist im Schottky-Signal die Amplitude der langsamen Welle gegenüber der schnellen leicht erhöht, da das Anwachsen der niederfrequenten Schwingungen begünstigt wird. Entsprechend ist in den Schottkyspektren das linke Maximum größer als das rechte. Dies war bei keiner der Schottkyspektren der ESR-Messung zu erkennen gewesen. Zudem kann der Anteil der Kühlung in der Beziehung (5.65) aufgrund



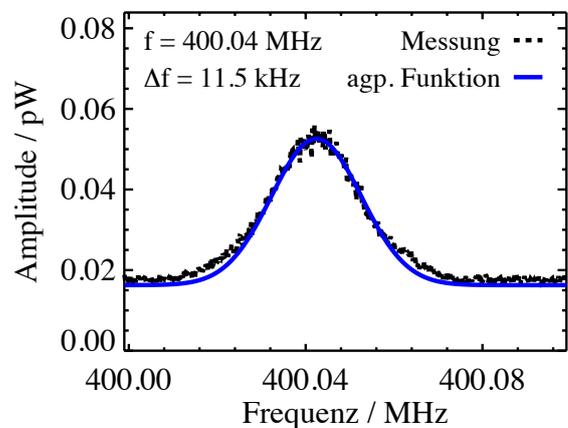
(a) $n = 73, I_0 = 220 \mu A$



(b) $n = 146, I_0 = 120 \mu A$



(c) $n = 292, I_0 = 160 \mu A$



(d) $n = 585, I_0 = 200 \mu A$

Abb. 5.5: Die blaue Kurve zeigt die an die Messdaten angepasste Gauß-Verteilung bzw. bei der Doppelform die angepasste Funktion nach (5.62). Die in den Abbildungen angegebenen Parameter (Frequenz- und Frequenzbreite, sowie Raumladungssparameter) liegen der angepassten Funktion zu Grunde.

der Kühlungszeiten von 0.1 s-1 s im ESR bei den gemessenen Frequenzen vernachlässigt werden.

Analog zum Messaufbau für die SIS18-Messungen wurden mit Hilfe des Schottky-Pickups die Schottkyspektren aufgenommen und die Rohdaten mit Hilfe eines Spektrum-Analysators von Tektronix, der sich in der ESR-Konsole im Hauptkontrollraum an der GSI befindet, abgespeichert.

Abb. 5.5 zeigt exemplarisch vier Schottky-Bänder der ESR-Messung bei verschiedenen Harmonischen und Strömen. Die blaue Kurve in den Abbildungen entspricht der an die Messdaten angepassten Kurve, wobei je nach Form des Signals die Funktion der Doppelformen (5.62) oder die Gauß-Funktion (5.55) angepasst worden ist.

Deutlich ist in Abb. 5.5 bei den niedrigen Harmonischen die Doppelform zu erkennen, sowie eine stärkere Ausbildung der Doppelform für den höheren Strom. Bei den höheren Harmonischen ist diese verschwunden. Hier liegen vermutlich die Harmonischen oberhalb

Tab. 5.2: Ergebnisse der Schottkymessung mit Gauß-Verteilung.

$I / \mu\text{A}$	n	$\sigma_p / 10^{-5}$	U_{sc}^{Ab}	U_{sc}^{Ex}
200	585	3.6	1.00	<1
150	292	3.4	0.81	<1
110	292	2.9	0.81	<1

Tab. 5.3: Ergebnisse der Schottkymessung mit Doppelform.

$I / \mu\text{A}$	n	$\sigma_p / 10^{-5}$	U_{sc}^{Ab}	U_{sc}^{Ex}	g
220	73	3.2	1.39	1.8	7.7
135	68	2.7	1.17	1.3	6.6
125	146	2.8	1.07	1.1	6.4
120	146	2.6	1.11	1.2	6.4
115	73	2.8	0.99	1.1	6.7

der Grenzharmonischen n_c und folglich ist die Raumladungsimpedanz klein.

Die vollständigen Ergebnisse der Messungen sind in den Tabellen 5.2 sowie 5.3 zu finden, wobei Tab. 5.2 die Ergebnisse der Schottkyspektren mit einer Gauß-Verteilung und Tab. 5.3 die Spektren mit einer Doppelform wiedergeben. Der Parameter U_{sc}^{Ab} in den beiden Tabellen beschreibt den Raumladungsparameter, der sich aus dem erwarteten Geometrie-Faktor von $g = 6$, der gemessenen Impulsunschärfe und den gemessenen Strömen ergibt und somit nur eine Abschätzung ist. Der Raumladungsparameter U_{sc}^{Ex} ergibt sich aus der Anpassung an die Messdaten nach der Ziemann-Funktion (5.62). Für die Messung ohne Doppelform ist dieser aufgrund der Form des Schottkyspektrum kleiner als eins. Mit U_{sc}^{Ex} in Tab. 5.3 ist dann nach (5.67) der Geometrie-Faktor in dieser Tabelle bestimmt worden.

Um die Anpassung der komplizierten Funktion (5.62) mit dem Programm Mathematica von Wolfram Research (mathematica) effizienter durchführen zu können, ist das Frequenzzentrum als fester Parameter vorgegeben worden [17]. Die anderen Parameter der Funktion, wie Frequenzbreite und Raumladungsparameter, waren freie Parameter mit geeigneten Startwerten. Das Frequenzzentrum wurde aus den Schottkyspektren mit einer Gauß-Verteilung bestimmt. Bei der Anpassung konnte die Frequenzbreite leider nicht als fest angenommen werden, da während des Experiments der Strahlstrom aufgrund der Wechselwirkung des Strahls mit dem Restgas mit einer Halbwertzeit von etwa 10 Minuten abnahm. Gleichzeitig stellte sich eine neue Impulsunschärfe aufgrund der ständigen Kühlung des Strahls ein, wobei die neue Impulsunschärfe proportional zu der Teilchenzahl $\Delta \sim I^{1/5}$ ist. Für mehr Informationen zu dem Thema sei [86] empfohlen.

Wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, müssen für die Anpassung der Funktionen die Messdaten gemittelt werden. Aufgrund der Doppelform sowie der starken Verschlechterung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses des Schottky-Pickups bei sehr hohen Harmonischen [59] sind für das ESR-Experiment die Daten mindestens über eine halbe Minute gemittelt worden.

Die aus den Schottkyspektren bestimmten Raumladungsparameter ergeben einen mittleren Geometrie-Faktor von etwa 6.7 ± 0.8 . Dies stimmt gut mit dem angenommenen Geometrie-Faktor von 6 überein, wobei sich die kleine Abweichung des Geometrie-Faktors, der über die Messung bestimmt worden ist, mit der nicht genaueren Kenntnis des Strahlstroms erklären lässt. Die sich dadurch ergebende Fehlerfortpflanzung ist im Anhang A.2 zu finden.

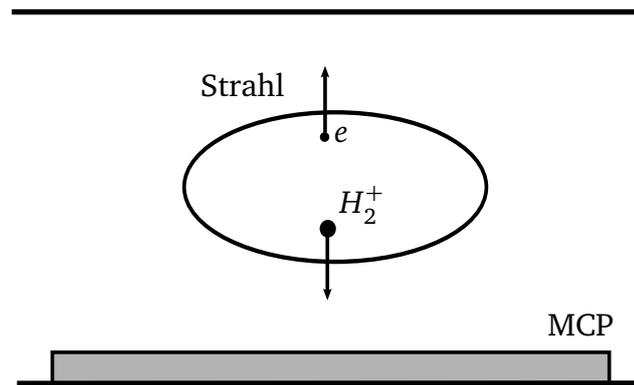


Abb. 5.6: Prinzip eines Ionisation Profile Monitors: Durch Kollision der Strahlteilchen mit dem Restgas werden Ionen (H_2^+) sowie Elektronen produziert. Diese werden durch ein elektrostatisches Feld zu je einer Platte hin beschleunigt, welche je eine gegensätzliche Potential besitzen. Dort erzeugen die Ionen sowie Elektronen Sekundärelektronen, welche dann geeignet aufgenommen werden. Unter anderem können mit einem Phosphorbildschirm Lichtpunkte erzeugt werden, welche dann mit einer Digitalkamera aufgenommen werden [24, 88].

Zur Verifizierung der Messergebnisse wurde parallel dazu die transversale Strahlverteilung von P. Görge [87] gemessen, dazu kam das Messgerät Ionisation Profile Monitor (IPM) zum Einsatz. Die Messung ergab einen Strahlradius von $a \approx (9 \pm 2.5)$ mm sowie entsprechend einen kleineren Geometrie-Faktor von 5.0 ± 0.2 . Dies war zudem der erste Einsatz des neuen IPM für FAIR im ESR, welcher eine schnellere zeitliche und bessere örtliche Auflösung im Vergleich zu dem vorher genutzten gestattet [88–90]. Weil diese Messungen nicht selbst durchgeführt worden sind, wird hier nicht näher auf diese Messmethode eingegangen, sondern nur kurz das Prinzip erläutert. Eine ausführliche Darstellung findet sich bei [88, 91]. Ein IPM gibt die Möglichkeit, fast zerstörungsfrei die transversale Strahlverteilung zu messen. Dazu wird das Restgas im Beschleuniger oder Speicherring genutzt. Abb. 5.6 stellt das Prinzip eines IPM dar. Durch die Wechselwirkung des umlaufenden Strahls mit dem Restgas wird dieses ionisiert. Die so produzierten Ionen (H_2^+) sowie Elektronen werden im IPM durch ein elektrostatisches Feld zu je einer Platte hin beschleunigt. Die beiden Platten befinden sich jeweils an der gegenüberliegenden Seite des Strahlrohrs und haben gegensätzliche Potentiale. In diesen sogenannten Mikrokanalplatten (Multi-Channels-Plates, MCP) werden Sekundärelektronen erzeugt, die dann auf einen Phosphorbildschirm aufschlagen und somit Lichtpunkte erzeugen, welche dann mit einer Digitalkamera aufgenommen werden. Es existieren noch weitere Möglichkeiten, die Sekundärelektronen geeignet aufzunehmen und so das Strahlprofil wiederzugeben [88].

Mit den Werten der Strahlprofil-Messung kann die Grenzharmonische nach (5.11) zu

$$n_c = \frac{C\gamma_0}{\pi a \sqrt{g}} \approx 1800 \pm 130 \quad (5.68)$$

bestimmt werden. Es sind aber bei Schottky-Signalen mit einer Harmonischen um $n_c = 300$ keine Doppelformen beobachtet worden, obwohl die Harmonischen weit unterhalb der

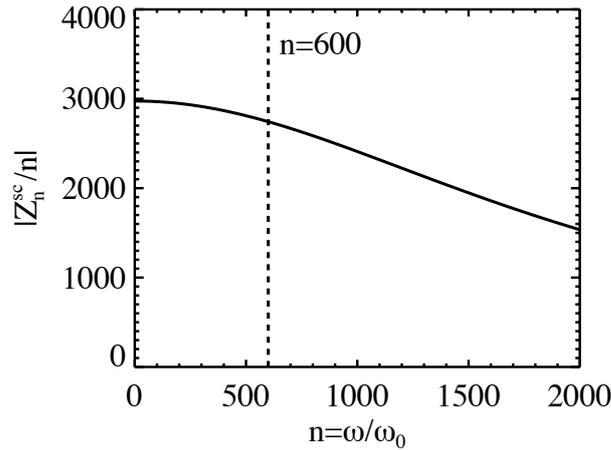


Abb. 5.7: Longitudinale Raumladungsimpedanz im ESR für eine Grenzharmonische von $n_c = 1800$ sowie als vertikale Linie die Harmonischen der Abb. 5.5(d). Wie zu erkennen ist, liegt diese Messung im abfallenden Bereich der Raumladungsimpedanz.

Grenzharmonischen liegen (siehe dazu Abb. 5.5(c)). Für dieses Spektrum ergibt sich aufgrund des Stroms sowie der Impulsunschärfe ein Raumladungsparameter kleiner als eins. Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, tritt die Doppelform erst bei Werten des Raumladungsparameters größer als eins auf.

Nur für die Messung bei einer Harmonischen von etwa $n_c = 600$ ergibt sich aufgrund des höheren Stroms ein Raumladungsparameter größer als eins. Da bei dieser Messung keine Doppelform beobachtet wurde, kann gefolgert werden, dass die Messung im abfallenden Bereich der Raumladungsimpedanz lag. Wie in Abb. 5.7 zu erkennen ist, liegt diese Messung im abfallenden Bereich. Dort ist die Raumladungsimpedanz für die Strahlparameter des Experiments und einer Grenzharmonischen von 1800 dargestellt. Aufgrund der kleineren Raumladungsimpedanz hat sich vermutlich für das Spektrum in Abb. 5.5(d) keine Doppelform ausgebildet und deshalb ist der Raumladungsparameter über

$$U_{sc} = \frac{qI_0 g Z_0}{4\pi\beta_0^3 \gamma_0^3 m_0 c^2 |\eta_0| \sigma_p^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{n}{n_c}\right)^2} \quad (5.69)$$

bestimmt. Es ergibt sich für das Spektrum in Abb. 5.5(d) ein Raumladungsparameter kleiner als eins von 0.9 ± 0.5 . Somit lässt sich die nicht vorhandene Doppelform in Abb. 5.5(d) mit der leichten Abnahme der Raumladungsimpedanz erklären. Bei [29] wird die Grenzfrequenz vom ESR mit 750 MHz angegeben, welche der Grenzfrequenz des ersten Wellenleitermodes entspricht. Dies entspricht einer Grenzharmonischen von $n_c \approx 1100$, welche die Erklärung der nicht vorhandenen Doppelform in Abb. 5.5(d) durch die leichte Abnahme der Raumladungsimpedanz weiter unterstreicht.

Zudem könnte es sein, dass die Schottky-Sonde das Signal bei einer so großen Harmonischen nicht akkurat wiedergibt, weil diese Messung weit oberhalb des 3 dB-Abfalls bei 200 MHz liegt.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass sich die beiden Messmethoden für den Geometrie-Faktor um einen Wert von etwa 1.5 unterscheiden, wobei die direkte Messung durch die Schottky-Bänder den realen Geometrie-Faktor wider gibt. Zum einen kann sich die Abweichung auf

die nicht genaue Kenntnis des Stroms zurückführen lassen. Zum anderen kann sich der kleinere Geometrie-Faktor, der sich aus der Messung für die transversale Strahlverteilung ergab, dadurch erklären lassen, dass der tatsächliche Radius des Strahlrohrs größer als der angenommene ist. Der angenommene Radius wird generell bei Simulationen verwendet, so z. B. auch bei [16], ist aber nicht durch die Messung bestätigt worden. Aus Zeitgründen konnte der tatsächliche Radius nicht mit Hilfe weiterer Literatur oder Berechnungen ermittelt werden, was aber für zukünftige Simulationen oder Messungen notwendig werden kann.

Des Weiteren kann die Abweichung durch die starke Vereinfachung des Modells erklärt werden, das von einem zylindrischen Strahl sowie Strahlrohr ausgeht. Im ESR ist die Annahme eines zylindrischen Strahls sowie Strahlrohrs nicht erfüllt, da stattdessen an vielen Stellen ein elliptischer Querschnitt des Strahlrohrs vorliegt. Des Weiteren variiert der Radius des Strahlrohrs sowie Strahls entlang des Umfangs [29, 92].

Hier tritt somit das Problem der Differenz zwischen einem einfachen Modell und der Komplexität der Realität auf. Zum einen möchte man in der Beschleunigerphysik möglichst genau die Realität beschreiben, aber zum anderen möglichst einfache Modelle zur Hand zu haben, um die physikalischen Vorgänge im Beschleuniger beschreiben zu können.

Da sich aber die beiden Messmethoden nur um 25% unterscheiden, kann in erster Näherung das einfache Modell eines zylindrischen Strahls und Strahlrohrs im ESR sowie im bauähnlichen SIS18 angenommen werden, wobei die 25%-Abweichung auch die Genauigkeit des einfachen Modells wiedergibt.



6 Messung und Simulation der longitudinalen Strahlqualität

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Messung der longitudinalen Strahlqualität im Transferkanal sowie SIS18 dargestellt. Dazu wird zuerst der experimentelle Verlauf sowie der Aufbau dargelegt, bevor die Ergebnisse der Messung der longitudinalen Emittanz im Transferkanal und die longitudinale Strahlqualität des gleichförmigen Strahls - d. h. seine Impulsunschärfe - genauer im Zusammenhang besprochen werden. Es wird zu erkennen sein, dass die Ergebnisse der Messung gut mit den Modellen übereinstimmen. Zum einen wird hier das Modell der Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie betrachtet, zum anderen die Beschreibung der Mikro-Teilchenpaket-Entwicklung mit der Enveloppen-Gleichung.

Für die longitudinale Strahlqualitäts-Messung im Transferkanal ist die in Abschnitt 4.4 vorgestellte Messvorrichtung genutzt worden, welche den Strahl zerstört. Im Gegensatz dazu ist die longitudinale Strahlqualität im SIS18 mit der fast zerstörungsfreien Schottky-Diagnose bestimmt worden. Neben der Abweichung der Teilchen vom Sollteilchen, welche durch die Impulsunschärfe ausgedrückt wird, kann mit der Schottky-Diagnose die Umlauffrequenz des Strahls in einem Kreisbeschleuniger bestimmt werden. Die HF-Kavität im SIS18 arbeitet mit einem Vielfachen der Umlauffrequenz. Deshalb sollte sich im Betrieb die Umlauffrequenz während der Injektion nicht ändern. Eine Änderung der Umlauffrequenz ist aber in Abhängigkeit vom UNILAC-Strom beobachtet worden. Dies wird nach den Messungen der Impulsunschärfe besprochen.

Ein weiterer Anstieg der Impulsunschärfe konnte während der Multiturn-Injektion beobachtet werden, dieser wird am Ende des Kapitels besprochen. Des Weiteren ist eine Vergrößerung der Impulsunschärfe durch kohärente Signale auf dem Schottky-Signal beobachtet worden.

6.1 Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete

Abb. 6.1 stellt schematisch die Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete dar, nachdem sie im letzten Abschnitt des UNILAC, dem Alvarez, auf eine Energie von 11.4 MeV/u beschleunigt worden sind. Die Teilchenpakete werden entlang der Transportstrecke TK zum SIS18 transportiert und bilden, nachdem sie in das SIS18 injiziert worden sind, nach einigen Umläufen einen gleichförmigen Strahl. Der gesamte Strahl, der zum SIS18 transportiert wird, wird auch Makropuls genannt, wobei der Anteil, der dann in das SIS18 injiziert werden soll, mit dem Chopper-Fenster ausgewählt wird. Abb. 6.1 verdeutlicht auch, dass die Frequenzstruktur des Makropulses sich von zunächst 108 MHz auf 36 MHz ändert, denn der Einzelresonator E10 sowie der Alvarez arbeiten mit einer Frequenz von 108 MHz, während der Einzelresonator BB12 mit 36 MHz betrieben wird.

Mit den im Transferkanal vorhandenen beiden Einzelresonatoren E10 und BB12 soll für den gleichförmigen Strahl nach der Injektion ins SIS18 eine bestmögliche Impulsunschärfe erreicht werden, wobei diese mit der Schottky-Diagnose bestimmt wird. Im Allgemeinen liegt

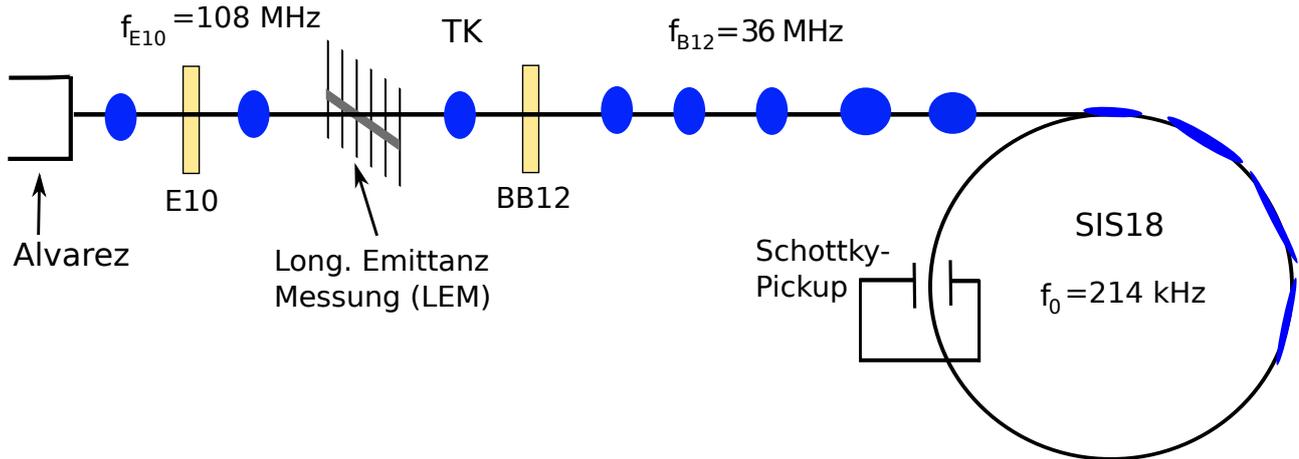


Abb. 6.1: Die Abbildung zeigt schematisch die Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete im Transferkanal sowie im Kreisbeschleuniger SIS18. Nach einigen Umläufen im SIS18 haben die Mikro-Teilchenpakete dann einen gleichförmigen Strahl gebildet. Mit den beiden eingezeichneten Einzelresonatoren (E10 und BB12) soll eine bestmögliche Impulsunschärfe im SIS18 erreicht werden. Mit den dargestellten Messvorrichtungen kann einerseits die Emittanz der Teilchenpakete zwischen den beiden Einzelresonatoren und andererseits die Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls im SIS18 bestimmt werden.

die Impulsunschärfe der Mikro-Teilchenpakete nach dem UNILAC oberhalb des geforderten Werts von $\Delta = 1 \times 10^{-3}$, weshalb die Resonatoren benötigt werden.

Zur Einstellung der beiden Einzelresonatoren ist das bei [28] dargestellte Verfahren zu verwenden. Nach diesem Verfahren soll zuerst nacheinander für die beiden Einzelresonatoren der Nulldurchgang für die Teilchenpakete gefunden werden, um die Energie der Teilchenpakete nicht zu ändern. Dann soll mit dem Einzelresonator E10 eine hinreichend kurze Mikro-Teilchenpaketlänge im Einzelresonator BB12 erzeugt werden, um dort im linearen Bereich des HF-Felds zu arbeiten. Im Anschluss soll dann mit Hilfe der Schottky-Diagnose die Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls im SIS18 optimiert werden, indem sowohl die Amplitude als auch die Phase der beiden Einzelresonatoren variiert wird. Dabei sollte aber der Nulldurchgang der Teilchenpakete erhalten bleiben.

Zwischen den beiden Einzelresonatoren befindet sich ein Messplatz, mit dem die longitudinale Emittanz, die Länge sowie die Impulsunschärfe der Mikro-Teilchenpakete bestimmt werden kann, wobei diese Messung, wie in Kapitel 4 erläutert, destruktiv ist und deswegen auch keine zeitgleiche Messung des gleichförmigen Strahls im SIS18 möglich ist. Aufgrund des Messverfahrens ist die gemessene Emittanz im Transferkanal eine Mittelung über mehrere Mikro-Teilchenpakete.

Wegen längeren Reparaturarbeiten an der Messvorrichtung, sowie Ausfällen der Beschleunigeranlage war nur ein Maschinenexperiment zur Bestimmung der Fläche der Mikro-Teilchenpakete im Transferkanal mit Uran möglich. Es können deshalb auch nur Ergebnisse für geringe Ströme dargestellt werden, denn der maximal lieferbare U^{28+} -Strom im Juni 2010 betrug 3.2 mA. Dies ist fünfmal kleiner als der für FAIR geplante U^{28+} -Design-Strom von 15 mA [56]. Trotzdem kann mit dieser Messung die Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete

Tab. 6.1: Messung der longitudinalen Strahlqualität im TK sowie im SIS18

I mA	TK			SIS18		
	ϵ_T mm ‰	Δ ‰	z_m mm	ϵ_S/N_B mm ‰	Δ ‰	$\epsilon_S/(N_B\epsilon_T)$
3.2	20	1.9	11	340	0.88	17
2.5	16	1.6	10	330	0.86	21
2	16	1.6	10	340	0.88	21
1.5	14	1.7	9	320	0.84	23
1	13	1.7	9	310	0.82	24
0.5	9	1.2	8	190	0.5	21

verstanden werden.

Für das Experiment sind die Schottky-Messungen aus technischen und personellen Gründen nach der Messung der Teilchenpaketemittanz durchgeführt worden. Zudem war die Umladungsfolie im Transferkanal nicht im Einsatz, was dazu geführt hat, dass im Transferkanal und im SIS18 die Messungen mit demselben Ladungszustand durchgeführt worden sind.

In Tab. 6.1 sind die Ergebnisse der Messung der Mikro-Teilchenpaketfläche für das Ion U^{28+} im Transferkanal sowie die Ergebnisse der Schottky-Messung des gleichförmigen Strahls im SIS18 dargestellt. Um die Emittanz des gleichförmigen Strahls mit der Emittanz der Mikro-Teilchenpakete vergleichen zu können, muss die Emittanz des gleichförmigen Strahls durch die Anzahl der Mikro-Teilchenpakete dividiert werden. Ihre Anzahl ist durch das Frequenzverhältnis von SIS18 zum Einzelresonator BB12

$$N_B = \frac{f_{BB12}}{f_0} = \frac{36 \text{ MHz}}{214 \text{ kHz}} \approx 170 \quad (6.1)$$

bestimmt.

Die Messungen zeigen, dass die Emittanz im SIS18 ca. 20 mal größer als die Emittanz der Mikro-Teilchenpakete ist. Die Zunahme der Emittanz ergibt sich zum einen dadurch, dass der eingenommene Phasenraum der Teilchen im SIS18 durch die maximale Impulsunschärfe im Mikro-Teilchenpaket bestimmt ist. Weil kein fokussierendes HF-Feld vorhanden ist, werden die Mikro-Teilchenpakete immer länger und dünner, da ihre Emittanz - d. h. ihre Fläche - erhalten bleibt. Aus dem anfangs fast runden Mikro-Teilchenpaket entstehen dann sehr lange Filamente. Schließlich überlappen die Teilchenpakete und bilden so mehrere Filamente, wobei diese Filamente einen Abstand zueinander haben. Diese freie Fläche entspricht dann der Zunahme der Emittanz des gleichförmigen Strahls um den experimentell bestimmten Faktor von 20. Zum anderen führen die Raumladungskräfte zu einer Zunahme der Impulsunschärfe

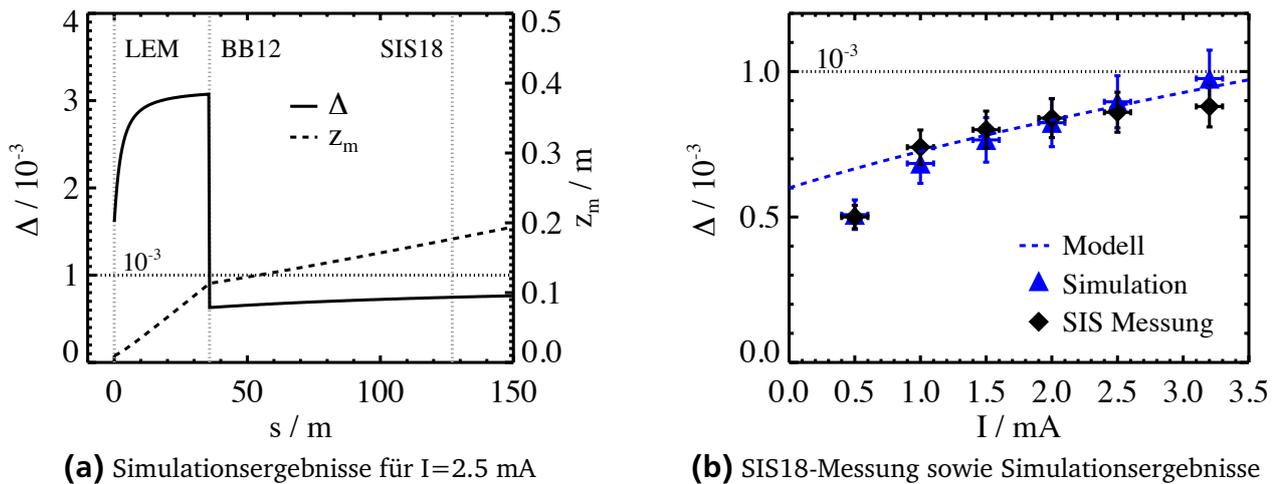
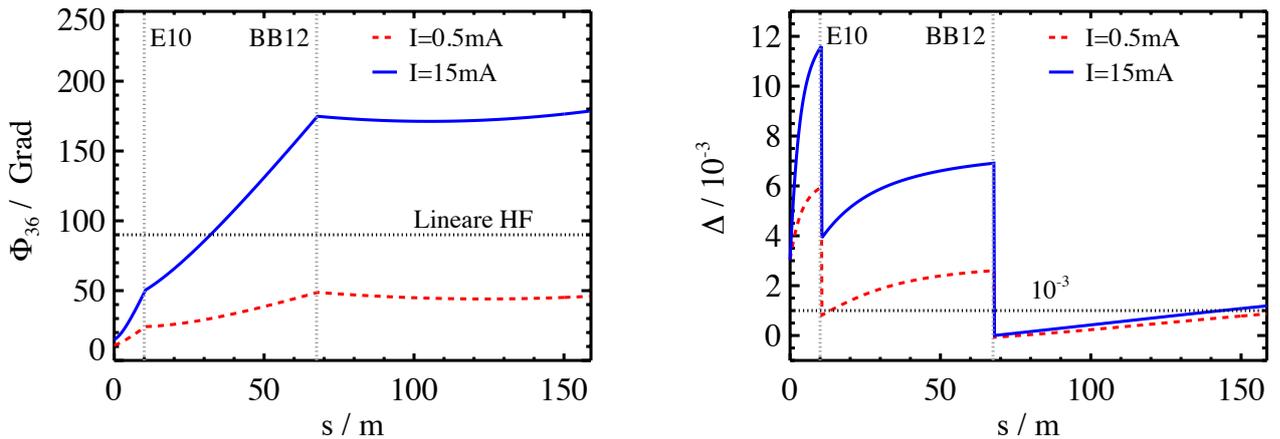


Abb. 6.2: Die linke Abbildung zeigt exemplarisch die Entwicklung eines Mikro-Teilchenpakets mit einem Strom von $I = 2.5$ mA vom longitudinalen Messstand (LEM) im Transferkanal zum SIS18. Die rechte Abbildung zeigt im Vergleich dazu die gemessene sowie simulierte Impulsunschärfe im SIS18. Die blaue Linie in der rechten Abbildung beschreibt den Verlauf des Modells (3.64). Für die Impulsbreite und Teilchenpaketlänge wurden dabei die Werte aus der Simulation in der linken Abbildung hinter dem Einzelresonator BB12 herangezogen.

und somit nehmen die Teilchen ein größeres Phasenraumvolumen ein, dies spiegelt sich ebenso in der größeren Emittanz des gleichförmigen Strahls im SIS18 wieder. Nach einiger Zeit ist auch die freie Fläche mit Teilchen besetzt, denn der freie Raum wird mit der Zeit durch die Filamente eingenommen, da ihre Anzahl mit der Zeit zunimmt, gleichzeitig aber ihr Abstand sowie ihre Breite abnimmt. Die Teilchen bilden so nach einigen Umläufen einen gleichförmigen Strahl.

Die in Tab. 6.1 dargestellten Messergebnisse der Mikro-Teilchenpakete dienen dann als Ausgangswert für Simulationen, welche die Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete entlang des Transferkanals beschreiben. In den Simulationen ist dazu die Enveloppen-Gleichung mit der Runge-Kutta-Routine von [93] gelöst worden, wobei zur Beschreibung der beiden Einzelresonatoren ein kleiner HF-Kick nach (3.49) genutzt worden ist. Die sich ergebenden Impulsunschärfen aus der Simulation sind dann mit den im SIS18 experimentell bestimmten verglichen worden.

Abb. 6.2(a) zeigt exemplarisch die Ergebnisse der Simulation für einen Uran-Strom von $I = 2.5$ mA. Dargestellt sind in Abb. 6.2(a) die Impulsunschärfe sowie die Länge des Mikro-Teilchenpakets entlang des Transferkanals. Zu erkennen ist, dass die Impulsunschärfe nach dem longitudinalen Messtand (LEM) stark ansteigt, aber dann durch den Einzelresonator BB12 unterhalb von $\Delta = 10^{-3}$ gebracht werden kann. Anschließend ist nur eine leichte Zunahme der Impulsunschärfe im letzten Abschnitt des Transferkanals zum SIS18 zu erkennen. Die Länge des Mikro-Teilchenpakets nimmt über die ganze Transportstrecke zu, aber durch den Einzelresonator BB12 ist die Zunahme auf dem letzten Abschnitt moderater. Im letztem Abschnitt des Transferkanals ist die Länge des Mikro-Teilchenpakets größer und somit die Raumladungsenergie des Mikro-Teilchenpakets kleiner. Entsprechend ist dann auch die Zunahme der Impulsunschärfe viel kleiner als vor dem Einzelresonator BB12.



(a) Teilchenpaketlänge im Phasenraum des Einzelresonators BB12

(b) Max. Impulsunschärfe Δ des Teilchenpakets

Abb. 6.3: Die Abbildungen zeigen je für den FAIR-Design-Strom ($I = 15 \text{ mA}$) sowie für einen geringeren Strom die Länge des Teilchenpakets sowie die Impulsunschärfe entlang des Transferkanals. Die beiden Einzelresonatoren sind für den geringen Strom ($I = 0.5 \text{ mA}$) optimiert worden.

Abb. 6.2(b) stellt die simulierte Impulsunschärfe für alle Uran-Ströme im Vergleich zu den experimentell bestimmten Impulsunschärfen des gleichförmigen Strahls dar. Es ist zu erkennen, dass die simulierte Daten den Verlauf der Messung wiedergeben und unter dem Limit der SIS18-HF-Kavität liegen. Zudem beschreibt auch das Modell, der Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie, bis auf den niedrigsten Strom den Verlauf der experimentell bestimmten Daten. Das Modell wird durch die Beziehung (3.64) dargestellt, wobei hierfür eine Anfangsimpulsunschärfe von $\Delta_i = 0.6 \times 10^{-3}$ und eine Teilchenpaketlänge von $z_m = 0.12 \text{ m}$ herangezogen wurden, welche sich aus der Simulation in Abb. 6.2(a) nach dem Einzelresonator BB12 ergaben. Außerdem ist ein g-Faktor von $g = 5$ angenommen worden, wobei dieser einem Rohrradius-zu-Strahlradius-Verhältnis von $b/a = 10$ im Transferkanal entspricht.

Nachdem die gemessenen Daten durch das Modell sowie durch die Simulationen beschrieben werden können, wird jetzt im Anschluss die Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete unter FAIR-Bedingungen entlang des Transferkanals betrachtet. Dazu werden als Startwerte für die Simulationen die Simulations-Ergebnisse von [49, 94] für den FAIR-Design-Strom von 15 mA für das Ion U^{28+} am Ende des Alvarez genutzt. Die Simulations-Ergebnisse werden dann im Vergleich dazu für einen geringen Strom von $I = 0.5 \text{ mA}$ diskutiert, wobei in den Simulationen die beiden Einzelresonatoren für den geringen Strom optimiert worden sind. Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abb. 6.3 dargestellt, wobei die linke Abbildung die Entwicklung der Teilchenpaketlänge und die rechte die der Impulsunschärfe zeigt.

Die Wirkung der Einzelresonatoren ist deutlich zu erkennen, besonders in der starken Abnahme der Impulsunschärfe. Des Weiteren ist die Ausdehnung der Teilchenpakete zwischen den beiden Einzelresonatoren sowie der konstante Wert der Teilchenpaketlänge hinter dem zweiten Einzelresonator zu erkennen. Somit kann für die Injektion ins SIS18 von einer konstanten Teilchenpaketlänge ausgegangen werden und die Annahme der Teilchenpaketlänge

von $\pm 50^\circ$ nach [49] im Phasenraum des Einzelresonators BB12 ist gültig, wenn die Raumladungskräfte nicht zu einer größeren Teilchenpaketlänge führen. Mit der Frequenz des Einzelresonators BB12 von $f_{cav} = 36$ MHz ergibt sich über

$$z_m = \frac{\phi_m \beta_0 c}{360^\circ f_{cav}} \quad (6.2)$$

eine Teilchenpaketlänge von $z_m \approx 0.2$ m.

Für den niedrigen Strom werden die Bedingungen einer Impulsunschärfe von $\Delta = 10^{-3}$ am Ende des Transferkanals sowie eine Teilchenpaketlänge kleiner als $\phi = 90^\circ$ erfüllt. Der FAIR-Design-Strom verletzt beide Kriterien. Die Impulsunschärfe liegt mit 1.5×10^{-3} oberhalb des Limits der HF-Kavität. Somit ist für den FAIR-Design-Strom mit nicht-linearen Effekten sowie Teilchenverlusten beim HF-Einfang zu rechnen.

Um die Kriterien für Teilchenpaketlänge und Impulsunschärfe zu erfüllen, reicht es nicht aus, nur die Spannung der beiden Einzelresonatoren zu erhöhen. Dies führt zu einer starken Verkleinerung der Teilchenpaketlänge sowie der Impulsunschärfe hinter den Einzelresonatoren. Es kommt dann aber schlagartig zu einem explosionsartigen Anwachsen der Teilchenpaketlänge sowie der Impulsunschärfe aufgrund der repulsiven Wirkung der Raumladungskraft, wie in Abb. 6.3 zu erkennen. Hier zeigt die Impulsunschärfe im kurzem Abstand vom Alvarez zum ersten Einzelresonator ein explosionsartiges Anwachsen. Später ist aufgrund der großen Teilchenpaketlänge das Anwachsen der Impulsunschärfe in Abb. 6.3 für den FAIR-Design-Strom nicht mehr so groß. Die Teilchenpaketlänge müsste aber nach dem linearen Kriterium des HF-Felds viel kleiner sein.

Eine Möglichkeit, um die geforderte Impulsunschärfe zu erreichen, ist mit mehreren Einzelresonatoren ein gleichmäßigeres Entgegenwirken gegen die Raumladungskraft zu erreichen. Zudem würden in den einzelnen Resonatoren kürzere Teilchenpakete vorliegen und man würde somit im linearen Bereich der HF-Felder der Einzelresonatoren arbeiten.

Gleichfalls ist der schon in Abschnitt 3.3.4.1 vorgestellte Ferrit-Einsatz in Erwägung zu ziehen [44, 51], welcher dann möglicherweise im Transferkanal und/oder im SIS18 installiert werden könnte und dann passiv gegen die Raumladungskraft wirken würde. Zudem muss untersucht werden, ob der Ferrit-Einsatz auf kurzen Zeitskalen wirken und somit das explosionsartige Anwachsen der Impulsunschärfe durch die Raumladungskraft verhindern kann.

Ebenfalls könnte man versuchen, mit Überlagerung mehrerer sinusförmiger HF-Felder in einem Einzelresonator ein sägezahnförmiges HF-Feld zu erzeugen [2], um so eine Verbesserung der relativ großen Impulsunschärfe zu erreichen [95]. Solch ein spezieller Einzelresonator würde dann Teilchenpakete mit einer größeren Teilchenpaketlänge akzeptieren, da ihr gesamtes HF-Feld ausgenutzt werden kann. Im Gegensatz dazu wird bei den kostengünstigeren Einzelresonatoren mit einem sinusförmigen HF-Feld nur ein relativ kleiner Anteil des sinusförmigen Felds genutzt. Die damit erreichbare größere Teilchenpaketlänge, wenn ein Einzelresonator mit sägezahnförmigen HF-Feld verwendet würde, würde dann auch zu einem kleineren Anwachsen der Impulsunschärfe auf der folgenden Transportstrecke bzw. Driftstrecke führen.

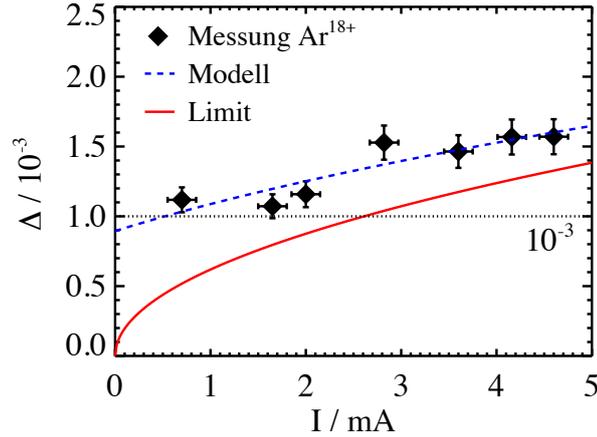


Abb. 6.4: Die Abbildung zeigt einen Anstieg der Impulsunschärfe des gleichförmigen Argonstrahls im SIS18. Der Anstieg ist im Einklang mit dem Modell nach (3.64) mit einer Anfangsimpulsunschärfe von $\Delta_i = 0.9 \times 10^{-3}$. Die gemessenen Werte liegen deutlich oberhalb der HF-Anforderung. Zudem zeigt das untere Limit des Modells der Impulsunschärfe nach (3.65), dass die Impulsunschärfen ab einem UNILAC-Strom von $I = 2.5$ mA oberhalb der HF-Anforderung von $\Delta = 1 \times 10^{-3}$ liegen.

6.2 Messung der Impulsunschärfe und des Impulses für Argon

Der Anstieg der Impulsunschärfe in Abhängigkeit vom UNILAC-Strom ist auch für das Ion Ar^{18+} gemessen worden, wobei der UNILAC für Argon höhere Ströme als für Uran liefern kann und entsprechend die Effekte der Raumladungskraft stärker sind. Der maximal lieferbare Strom des UNILAC für das Experiment mit Argon im Januar 2009 betrug $I = 5$ mA.

Abb. 6.4 zeigt die gemessene Impulsunschärfe im SIS18 in Abhängigkeit vom UNILAC-Strom sowie das Limit der SIS18-HF-Kavität von $\Delta = 10^{-3}$. In Abb. 6.4 ist deutlich zu erkennen, dass die gemessenen Impulsunschärfen oberhalb des geforderten Werts liegen und zudem mit dem Strom ansteigen. Der gemessene Anstieg wird zudem durch die Beziehung (3.64) beschrieben, wobei eine Anfangsimpulsunschärfe von $\Delta_i = 0.9 \times 10^{-3}$ und eine Anfangsteilchenpaketlänge von $z_{m,i} = 0.2$ m angenommen worden sind. Des Weiteren ist das untere Limit der Impulsunschärfe des Modells für ein raumladungsdominiertes Teilchenpaket mit sehr kleiner Impulsunschärfe nach (3.65) eingezeichnet. Es ist zu erkennen, auch wenn die Impulsunschärfe im Transferkanal sehr klein ist, dass aufgrund der Raumladungsenergie die Impulsunschärfe im SIS18 für einen Ar^{18+} -Strahl ab einem Strom vom $I = 2.5$ mA oberhalb der Anforderung der HF-Kavität liegt.

Neben der Impulsunschärfe liefert die Schottky-Diagnose über die Umlauffrequenz auch den Impuls des Strahls im SIS18. In Abb. 6.5 ist die relative Abweichung vom Sollimpuls des SIS18 aufgetragen, wobei diese nach

$$\Delta_{p_0} = \frac{\Delta p_0}{p_0} = \frac{p_0^i(I) - p_0}{p_0} \quad (6.3)$$

bestimmt worden ist. Ebenfalls ist in der Abbildung der Wert für Δ_{p_0} , der dem Sollimpuls für die Injektionsenergie entspricht, eingezeichnet. Abb. 6.5 zeigt neben der Argon-Messung

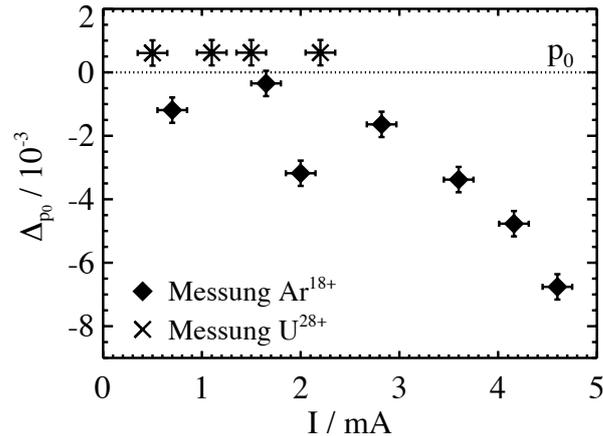


Abb. 6.5: Hier sind die relativen Abweichungen des Impulses zum Sollinjektionsimpuls für einen Argonstrahl und für einen Uranstrahl gezeigt. Bei beiden Experimenten ist der UNILAC-Strom bis zum maximal lieferbaren variiert worden. Für den Argonstrahl ist ab 2 mA ein Energieabfall zu erkennen. Dieser kann möglicherweise auf die in Kapitel 7 dargestellte Multifilamente-Instabilität zurück geführt werden.

auch eine Messung mit dem Ion U^{28+} , welche im September 2009 durchgeführt worden ist. Wie erwartet ändert sich für die Uran-Messung der Impuls des Strahls nicht. Anders ist es bei der Argon-Messung. Hier ist eine deutliche Abnahme zu erkennen. Im Rahmen eines Experiments von *S. Paret* ist im April 2009 mit dem Ion Argon ist ebenfalls eine Abnahme des Impulses beobachtet worden [24, 62]. Hier war die Abnahme sichtbar, aber im Vergleich zu der Argon-Messung im Januar 2009 (dargestellt in Abb. 6.5) deutlich schwächer.

Eine Ursache der unterschiedlichen Beobachtungen könnte eine Fehleinstellung der beiden Einzelresonatoren gewesen sein: möglicherweise ist der Phasendurchgang des Sollteilchens nicht genau gefunden oder verstellt worden und so kam es zu einer Nachbeschleunigung oder Abbremsung des Strahls. Dagegen spricht allerdings, dass die Einzelresonatoren i.A. sehr sorgfältig eingestellt werden. Des Weiteren sind die Einstellungen der Einzelresonatoren für die beiden Messungen von den Operateuren der GSI vorgenommen worden, welche über eine große Erfahrung beim Einstellen der Resonatoren verfügen. Die Operateure werden für Maschineneinstellungen geschult und stellen die Resonatoren auch im „Normalbetrieb“ ein. Darüber hinaus ist eine Abnahme des Impulses bei den beiden Maschinenexperimenten beobachtet worden, bei welchen die Stromeinstellungen nicht kontinuierlich erhöht worden sind, sondern mit variablen Stromeinstellungen gearbeitet wurde. Weiter weisen die Messergebnisse eine deutlich Abhängigkeit vom Strom auf. Dies deutet auf Intensitätseffekte als Ursache hin.

Mögliche Kandidaten sind die Einzelresonatoren selbst, die aufgrund ihrer reellen Impedanz zu einem Energieverlust führen könnten, oder die in Kapitel 7 dargestellte Multifilamente-Instabilität. Eine Abschätzung des Energieverlusts durch die Einzelresonatoren, welche durch eine Schmalband-Resonator-Impedanz beschrieben werden, ergab aber einen um mehrere Größenordnungen kleineren Energieverlust als beobachtet. Für die beiden Messungen wird in Kapitel 7 die Möglichkeit der Multifilamente-Instabilität in Zusammenhang mit einer Breitband-Resonator-Impedanz diskutiert.

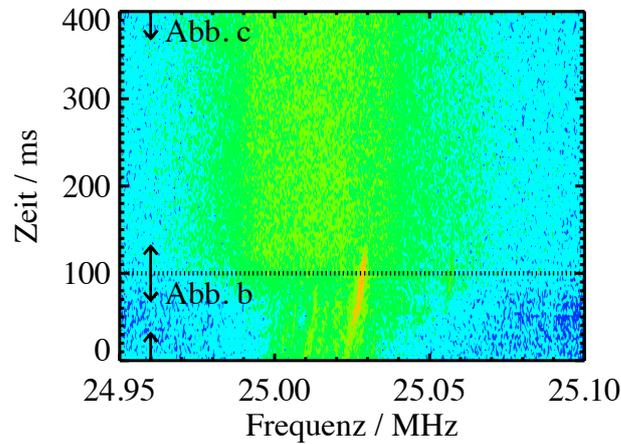
6.3 Vergrößerung der Impulsunschärfe mit der Multiturn-Injektion

Nachdem die longitudinale Strahlqualität im SIS18 in Abhängigkeit vom gelieferten UNILAC-Strom behandelt worden ist, wird nun auf die Abhängigkeit der Impulsunschärfe von der Art des Injektionsprozesses eingegangen. Um die Teilchenzahl im SIS18 weiter erhöhen zu können, werden die Mikro-Teilchenpakete während der Multiturn-Injektion zu einem gleichförmigen Strahl akkumuliert. In Abhängigkeit von der Anzahl der Umläufe, über die injiziert wird, ist die resultierende Impulsunschärfe sowie die Umlauffrequenz des gleichförmigen Strahls gemessen worden. Dazu ist das sogenannte Chopper-Fenster von einer Umlaufzeit im SIS18 auf n Umlaufzeiten erhöht worden, bis die transversale Akzeptanz erreicht worden ist und entsprechend die gemessene Teilchenzahl im SIS18 sich nicht mehr vergrößert hat. Mit der Zunahme der Anzahl der Umläufe, über die injiziert worden ist, ist dabei auf den Schottky-Bändern ein kohärentes Signal beobachtet worden. Es erschwerte die Analyse der Schottky-Messungen sehr und führte bei manchen Messungen zu einem Ansteigen der Impulsunschärfe. Zudem machen die kohärenten Signale eine schnelle Analyse der Schottky-Messungen besonders anspruchsvoll bis unmöglich. Eine schnelle Analyse kann aber für die Kontrolle der Impulsunschärfe im FAIR-Betrieb nötig werden. Da die gesamte Zykluszeit des SIS18 dann nur in etwa eine halbe Sekunde beträgt und somit die Injektionszeit nach einigen Mikrosekunden beendet ist, ist eine Mittlung über mehrere Millisekunden der Schottky-Signale nicht möglich.

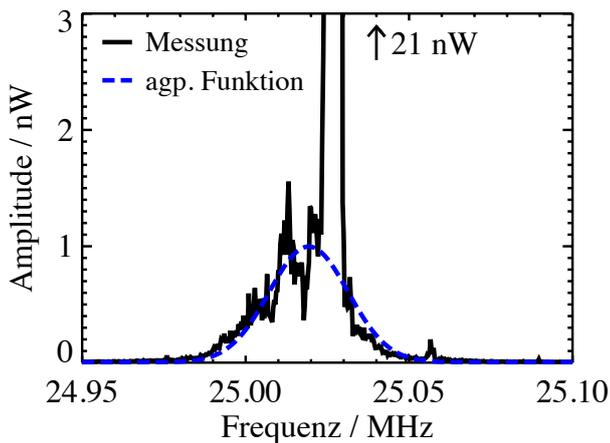
Zuerst wird exemplarisch an einer Messung vom April 2009 ein solch kohärentes Signal besprochen, bevor der beobachtete Anstieg der Impulsunschärfe in Abhängigkeit von der Anzahl der injizierten Umläufe gezeigt wird, wobei dafür Messungen mit dem Ion U^{28+} vom Oktober 2009 sowie Ar^{18+} vom August 2009 präsentiert werden.

Abb. 6.6 zeigt exemplarisch eine Messung vom April 2009, bei der über mehrere Umläufe insgesamt 10^{10} -Argon-Ionen injiziert worden sind, was zu einer Vergrößerung der Impulsunschärfe des Strahls führte. Deutlich ist in Abb. 6.6(a) das kohärente Signal sowie sein Verschwinden zu erkennen. Abb. 6.6(b) zeigt die Mittelung über die ersten 100 ms der Messzeit. Es ist eine nicht Gaußförmige Verteilung zu erkennen. Im Gegensatz dazu zeigt die Mittelung über die Messzeit von 100 ms bis 400 ms eine Gauß-Verteilung. Um an die Daten in Abb. 6.6(b) eine Gaußförmige Verteilung anzupassen zu können, ist bei der Anpassung der Messdaten das kohärente Signal vernachlässigt worden. Im Vergleich zu Abb. 6.6(c) ergibt sich dann eine Impulsunschärfe von $\Delta = 1.1 \times 10^{-3}$. Die spätere Mittelung (100-400 ms) ergibt eine größere Impulsunschärfe von $\Delta = 1.5 \times 10^{-3}$. Bei verschiedenen Messungen ist zudem beobachtet worden, dass die Stärke und die Dauer der kohärenten Signale mit der Anzahl der injizierten Umläufe abnehmen. Sie waren bei der Injektion, bei der nur über einen Umlauf injiziert worden ist, fast nicht mehr zu beobachten gewesen. Für die Uran-Messungen waren ebenfalls keine kohärenten Signale zu erkennen gewesen. Dies deutet stark auf Intensitätseffekte hin. Vermutlich war die im Kapitel 7 dargestellte Multifilamente-Instabilität verantwortlich für die kohärenten Signale.

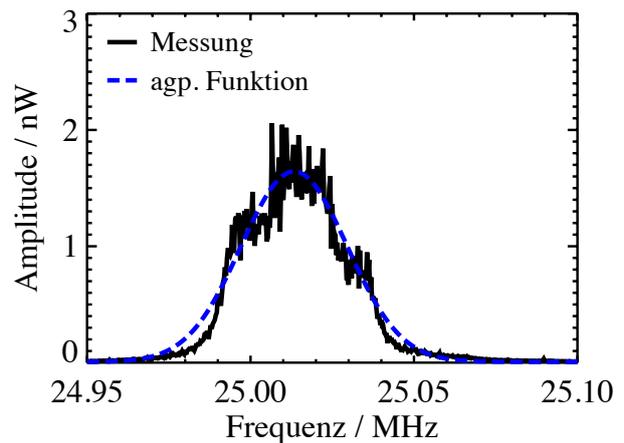
Auch für die Argon-Messung im August 2009 sind diese kohärenten Signale auf den Schottky-Signalen aufgetreten, weil aber aufgrund von Ausfällen während der Strahlzeit die Impulsunschärfe nicht nachoptimiert werden konnte, ergab sich keine Vergrößerung der Impulsunschärfe durch die kohärenten Signale. Der Genauigkeit halber sind die Impulsunschärfen für dieses Experiment dann auch aus einer Mittelung von über 400 ms bestimmt worden. Die



(a) Spektraler Wasserfall

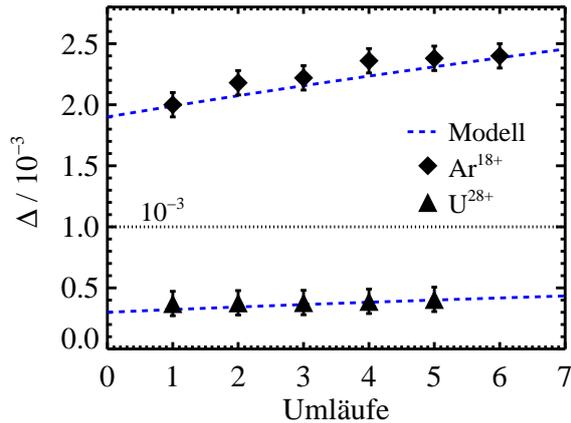


(b) Mittelung von 0-100 ms



(c) Mittelung von 100-400 ms

Abb. 6.6: Messung eines Schottky-Spektrums nach der Multiturn-Injektion. Für diese Messung wurden über 5 Umläufe insgesamt 10^{10} Argon-Ionen injiziert. In der Darstellung als spektraler Wasserfall ist deutlich ein kohärentes Signal zu erkennen, das später durch sein Verschwinden zu einer Aufblähung des Signals und entsprechend auch zu einer Vergrößerung der Impulsunschärfe führte. Die Abbildungen (b) und (c) zeigen die Mittelung je über die ersten 100 ms und die letzten 300 ms des Schottky-Signals.



Tab. 6.2: Modellparameter

	Uran	Argon
$N / 10^8$	4	32
z_m / m	0.3	0.3
$\Delta_i / 10^{-3}$	0.3	1.9

Abb. 6.7: Abhängigkeit der Impulsunschärfe von der Anzahl der Umläufe, über die injiziert wurde, wobei für die Bestimmung der Impulsunschärfe das Schottky-Signal über eine Messzeit von 500 ms gemittelt worden ist. Für das Uran ist kein Anstieg zu beobachten, wohingegen für Argon ein deutlicher Anstieg zu erkennen ist. Für die Abschätzung ist angenommen worden, dass während der Multiturn-Injektion keine Teilchen verloren gegangen sind und pro Umlauf die in der Tabelle angegebenen Teilchenzahlen (N) injiziert wurden, wobei es sich bei den Teilchenzahlen in der Tabelle - im Gegensatz zu den anderen Werten in der Tabelle - um Messwerte handelt.

bestimmten Impulsunschärfen sind in Abb. 6.7 dargestellt, wobei während der Multiturn-Injektion über 6 Umläufe die Argon-Teilchenzahlen von $N=10^9$ auf $N=10^{10}$ erhöht worden sind. Des Weiteren sind in Abb. 6.7 die bestimmten Impulsunschärfen für die U^{28+} -Messung vom Oktober 2009 zu finden, wobei hier die Teilchenzahlen während der Multiturn-Injektion von $N=4 \times 10^8$ auf $N=10^{10}$ erhöht worden sind. Im Gegensatz zur Argon-Messung vom August 2009 ist hier kein Anstieg der Impulsunschärfe beobachtet worden. Die gemessenen Impulsunschärfen liegen für die U^{28+} -Messung sogar unterhalb der geforderten.

Für beide Messungen kann der Verlauf der experimentellen Daten mit der theoretischen Abschätzung der Impulsunschärfe und somit mit der Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie beschrieben werden, wenn angenommen wird, dass während der Multiturn-Injektion keine Teilchen verloren gegangen sind und pro Umlauf die gleiche Anzahl Teilchen injiziert wurde, wie sie für den ersten Umlauf gemessen worden ist. Die angenommenen Werte für die Abschätzung sind in Tab. 6.2 dargestellt. Zudem wurde angenommen, dass die schon zuvor injizierten Mikro-Teilchenpakete mit den neu injizierten ein neues Teilchenpaket bilden, welches eine größere Länge besitzt als die Mikro-Teilchenpakete im Transferkanal. Denn die schon injizierten Teilchenpakete hatten einige Umläufe Zeit sich auszudehnen, wobei die Vergrößerung der Mikro-Teilchenpaketlänge durch die relative Geschwindigkeit der Teilchen - d.h. der Impulsunschärfe des Mikro-Teilchenpakets - und durch die Umlaufzeit im Beschleuniger gegeben ist. Das angenommene Mikro-Teilchenpaket ist dann eine Mittelung über die schon injizierten und die gerade injizierten Mikro-Teilchenpakete.



7 Multifilamente-Instabilität

Im diesem Kapitel soll nun die schon angesprochene Multifilamente-Instabilität diskutiert werden. Dazu wird die Entwicklung der Teilchenpakete nach der Injektion in einem Kreisbeschleuniger oder Speicherring sowie die spätere Formation des gleichförmigen Strahls genauer betrachtet. Nach der Injektion bildet sich aufgrund der Überlappung der Teilchenpakete ein sogenannter Filamentenstrahl. Die Anzahl der Filamente im Strahl wächst mit den Umläufen an, wohingegen die Breite der Filamente mit der Zeit abnimmt. Nach einigen Umläufen kann dann die mikroskopische Struktur des Filamentenstrahls durch eine Verteilung des gleichförmigen Strahls beschrieben werden, wobei sich die Frage stellt, wie der Übergang von dem Filamentenstrahl zu einem gleichförmigen Strahl vonstatten geht. Zudem ist nach dem Liouvilleschen Theorem der eingenommene Phasenraum konstant. Offensichtlich zerstört jede Art von Instabilität, wie z.B. die Mikrowellen-Instabilität, die Struktur der Filamente [18].

Wenn aber die Intensität des Strahls zu klein ist, so dass die Mikrowellen-Instabilität nicht auftritt, führt die von *I. Hofmann* vorgeschlagene Multifilamente-Instabilität (eng. Multi-stream instability) zum Auflösen der Filamentenstruktur [18], wobei die Multifilamente-Instabilität, wenn sie nur durch die Raumladungsimpedanz getrieben wird, nicht zu einem Anwachsen der Impulsunschärfe führt, sondern sich nur auf die mikroskopische Struktur des Filamentenstrahls auswirkt [18]. Durch die Kopplung der Raumladungswellen zweier Nachbar-Filamente ergibt sich die Auflösung der Filamente sowie anschließende Turbulenz im Phasenraum, welche als kohärente Fluktuationen auf dem Strom beobachtet werden. Diese langlebigen kohärenten Strukturen bewirken zudem ein sogenanntes Pseudo-Schottkyspektrum [18], welches dann sehr schwer zu analysieren ist.

Wie Abb. 6.6 zeigt, sind im SIS18 für gleichförmige Strahlen mit hohen Intensitäten nach der Injektion kohärente Strukturen auf dem Schottkyspektrum beobachtet worden. In diesem Kapitel soll auch besprochen werden, ob die beobachteten Strukturen durch die Multifilamente-Instabilität verursacht worden sind.

Um die Multifilamente-Instabilität eingehend zu verstehen, wird diese zuerst für den Fall einer Singleturn-Injektion und einer dominanten Raumladungsimpedanz besprochen sowie ihre Auswirkung auf die Schottky-Signale untersucht.

Im Anschluss wird dann zusätzlich eine Breitband-Resonator-Impedanz berücksichtigt. Durch eine Instabilität in Zusammenhang mit der Breitband-Resonator-Impedanz kann es dann zu einem Energieverlust und einem Ansteigen der Impulsunschärfe kommen. Zudem wird untersucht, ob sich der beobachtete Energieverlust dadurch erklären lässt.

Am Ende des Kapitels wird dann die Entwicklung des longitudinalen Phasenraums nach der Multiturn-Injektion behandelt.

7.1 Dispersionsbeziehung des Filamentenstrahls

Wie beschrieben, werden Teilchenpakete nach der Singleturn-Injektion in einem Kreisbeschleuniger oder Speicherring immer länger, wenn keine elektromagnetische Welle einer externen Hochfrequenz-Kavität vorhanden ist. Nach einiger Zeit überlappen aufgrund der



Abb. 7.1: Die Abbildung zeigt schematisch die Vergrößerung der Teilchenpaketlänge und die nachfolgende Formation der Filamente. Die Filamente sind parallel zueinander und haben den Abstand Δ_B zueinander. Die Geschwindigkeitsbreite der Filamente ist im Vergleich zu dem Geschwindigkeitsabstand der Filamente klein, wie die Abbildung verdeutlicht.

Periodizität eines Kreisbeschleunigers die Teilchenpakete und formen im longitudinalen Phasenraum Filamente. Abb. 7.1 veranschaulicht die Bildung des so entstehenden Filamentenstrahls. Mit der Zeit nimmt die Anzahl der Filamente zu. Im Gegensatz dazu nimmt die Breite der Filamente sowie der Unterschied der Geschwindigkeit der Filamente untereinander ab. Daher kann angenommen werden, dass die Filamente näherungsweise nach einiger Zeit parallel zueinander sind [18].

Unter der Annahme, dass der Strahl transversal den Radius a besitzt und sich zudem in einem runden Strahlrohr mit dem Radius b befindet, wie in Abb. 3.2 dargestellt, kann die longitudinale Verteilungsfunktion der M -Filamente nach [18] näherungsweise durch

$$f_0(v_z) = \frac{\lambda_0}{M} \sum_{j=1}^M \delta(v_z - v_j) \quad (7.1)$$

mit der Liniendichte λ_0 beschrieben werden, wenn die Geschwindigkeitsbreite der Filamente im Vergleich zu dem Geschwindigkeitsabstand der Filamente klein ist, wobei die Filamente die Geschwindigkeit v_j besitzen. Der Abstand in der Geschwindigkeit zweier Nachbarfilamente ist bei einer Geschwindigkeit Δ_0 zum Zeitpunkt der Überlappung durch die Division der Anzahl der Filamente M [18]

$$\Delta_B = \frac{\Delta_0}{M} = -\frac{\eta_0 \beta_0 c \sigma_p}{2M} \quad (7.2)$$

gegeben, wobei angenommen wird, dass alle Filamente identisch sind und zudem den gleichen Impulsabstand Δ_B haben. Wie in den vorausgegangenen Kapiteln wird auch hier angenommen, dass sich die Energie des Strahls unterhalb der Transitionsenergie befindet ($\eta < 0$). Um eine Dispersionsbeziehung für den Filamentenstrahl zu finden, wird die sich durch die Methode der Linearisierung der Vlasov-Gleichung für eine modulierte Verteilungsfunktion

$$f(v_z, z, t) = f_0(v_z) + f_n(z, t) e^{i(\omega t - kz)} \quad (7.3)$$

ergebende Dispersionsbeziehung (5.28) aus dem Abschnitt 5.2 herangezogen. Mit der longitudinalen Verteilungsfunktion (7.1) ergibt sich folgende Beziehung bei einer Vertauschung der Integration mit der Summe

$$i \frac{q\eta I_0}{2\pi R \gamma_0 m_0} \frac{Z_n}{M} \sum_{j=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(v_z - v_j)}{\omega - kv_z} dv_z = 1 \quad (7.4)$$

mit dem gleichförmigen Strom $I_0 = q\lambda_0\beta_0c$.

Mit der Definition der Ableitung einer Deltafunktion (5.30), $\omega_0 = \beta_0c/R$ sowie $k = n\omega_0/(\beta_0c)$ ergibt sich die gesuchte Dispersionsbeziehung für einen Filamentenstrahl [18]

$$-i \frac{q\eta I_0}{2\pi \gamma_0 \beta_0^2 m_0 c^2} \frac{Z_n}{n} \frac{n^2 \omega_0^2}{M} \sum_{j=1}^M \frac{1}{(\omega - kv_j)^2} = 1 \quad (7.5)$$

mit der Umlauffrequenz $f_0 = \omega_0/(2\pi)$.

Für $M = 1$ und $n\omega_0 = kv_0 = k\beta_0c$ kann aus der Dispersionsbeziehung für einen Filamentenstrahl der bekannte Ausdruck für eine kohärente Frequenzverschiebung durch die Koppelimpedanz für einen kalten Strahl nach (5.31) gefunden werden.

7.1.1 Stabilitätsgrenze für die Raumladungsimpedanz

Wie gezeigt, ist für Strahlen mit höherer Intensität gewöhnlich die Raumladungsimpedanz dominant, weshalb die folgenden Betrachtungen in diesem Abschnitt nur die Raumladungsimpedanz im langwelligen Limit berücksichtigt. Die kohärente Frequenzverschiebung (5.31) für kalte Strahlen hat unter der Bedingung von Strahlen unterhalb der Transitionsenergie ($\eta_0 < 0$) sowie einer dominanten Raumladungsimpedanz ($\frac{Z_n}{n} \approx \frac{Z_n^{sc}}{n}$) nur reelle Lösungen. Da die Raumladungsimpedanz keinen reellen Anteil hat, beeinflusst sie weder das Anwachsen noch das Abklingen von Plasmawellen, sondern sie ist nur allein für deren Ausbreitung verantwortlich. Deshalb kann keine Störung auf dem Strahl exponentiell anwachsen und die kalten Strahlen bleiben stabil.

Im Gegensatz dazu sind bei der Dispersionsbeziehung für einen Filamentenstrahl auch komplexe Lösungen zu finden, denn die Phasengeschwindigkeit der Raumladungswellen von benachbarten Filamenten überlappen und koppeln untereinander [18]. Bei der in der Plasmaphysik bekannten Zweistrom-Instabilität (engl. Two-stream instability) findet der gleiche Prozess statt.

Wie für die Zweistrom-Instabilität beschreibt die Lösung $\omega = 0$ den Übergang zur Instabilität, wobei bei der Multifilamente-Instabilität die Raumladungswellen der zwei innersten Filamente $v = \pm\Delta/2$ koppeln. Da die anderen Filamente

$$v_j = \pm \frac{\Delta}{2} (2j - 1) \quad (7.6)$$

mit $j > 1$ keinen Beitrag zur Instabilität liefern, kann folgende Näherung [18]

$$\sum_{j=1}^{M/2} \frac{1}{(2j-1)^2} \approx \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad (7.7)$$

in die Dispersionsbeziehung für einen Filamentenstrahl (7.5) eingesetzt werden. Dann kann das Eintreten der Multifilamente-Instabilität, das auch mit einer Frequenzverschiebung einhergeht, in Abhängigkeit von der Anzahl kritischer Filamente

$$M_{thr} = \frac{8}{\pi^2 U_{sc}} \quad (7.8)$$

ausgedrückt werden, welche folglich nur durch den Raumladungsparameter eines gleichförmigen Strahls bestimmt ist. Wird dann der Raumladungsparameter größer als $U_{sc} \geq 8/\pi^2$, müssen nur zwei Filamente gebildet werden, damit der Strahl instabil wird.

Nachdem die mit der Singleturn-Injektion injizierten N_B -Teilchenpakete überlappt haben, beschreibt

$$t_{M_{thr}} = \frac{1}{2} \frac{L}{\sigma_p \beta_0 c N_B} M_{thr} \quad (7.9)$$

den Zeitpunkt, an dem die Anzahl der kritischen Filamente in einem Kreisbeschleuniger erreicht worden ist. Die Instabilität hat ihre Sättigung erreicht, wenn die Raumladungswellen der anderen Filamente miteinander gekoppelt haben, wobei immer die Raumladungswellen zweier benachbarter Filamente miteinander koppeln und sich zudem über den ganzen Strahl Turbulenzen ausgebreitet haben [18].

Für Strahlen mit kleiner Intensität kann die Kopplung der Plasmawellen durch die Raumladung vernachlässigt werden, da der Faktor vor der Summe in der Dispersionsbeziehung (7.5) für den Filamentenstrahl klein ist. Die Instabilität tritt dann nicht oder nur sehr spät auf und es bildet sich entsprechend ein gleichförmiger Strahl ohne Turbulenz aus. Die Lösungen für die Dispersionsbeziehung (7.5) sind dann einfache $2M$ -Raumladungswellen mit der Geschwindigkeit des Filaments v_j verschoben um den kohärenten Anteil $\Delta\omega$ [18]. Es bewegen sich somit auf jedem Filament zwei entgegengesetzte Raumladungswellen, wie auf einem stabilen kalten Strahl.

Um die Multifilamente-Instabilität eingehender verstehen zu können, ist in Anlehnung an den LOBO-Code von *O. Boine-Frankenheim* ein PIC-Code - siehe dazu auch Anhang A.1 - entwickelt worden [51, 53]. Dieser bestimmt in jedem Zeitschritt mit einer FFT das selbstkonsistente Raumladungsfeld aus der Liniendichte, wobei die Liniendichte als diskrete Verteilung auf einem Gitter mit 2^N -Gitterpunkten vorliegt. Anschließend wird die Änderung der Position sowie des Impulses des j -ten Teilchens, welches durch das selbstkonsistente Raumladungsfeld beeinflusst wird, bestimmt. Zudem wird, um die Rechenzeit deutlich zu verkleinern, ein reduziertes Problem behandelt und mit Makroteilchen simuliert. Makroteilchen sind dabei einzelne Teilchen, die aus Performanzgründen stellvertretend für N Strahlteilchen stehen. Nach dem Courant–Friedrichs–Lewy Kriterium [96] ist darauf zu achten, dass ein einzelner Simulations-Zeitschritt kürzer ist als die Zeit, die ein Teilchen braucht, um eine Gitterzelle zu verlassen.

Abb. 7.2 zeigt Momentaufnahmen einer Simulation mit einem PIC-Code der Multifilamente-Instabilität zu verschiedenen Zeitpunkten. In den Momentaufnahmen sind sowohl das Auftreten der Instabilität (Abb. 7.2(b)) als auch die Turbulenzen im Phasenraum (Abb. 7.2(d)) sehr gut zu erkennen. Zudem ist auch die vorausgegangene Filamentenbildung erkennbar sowie, dass die Filamente parallel zueinander liegen. Ebenfalls bestätigt sich die Annahme, dass alle Filamente identisch sind und den gleichen Impulsabstand zueinander haben. Ferner

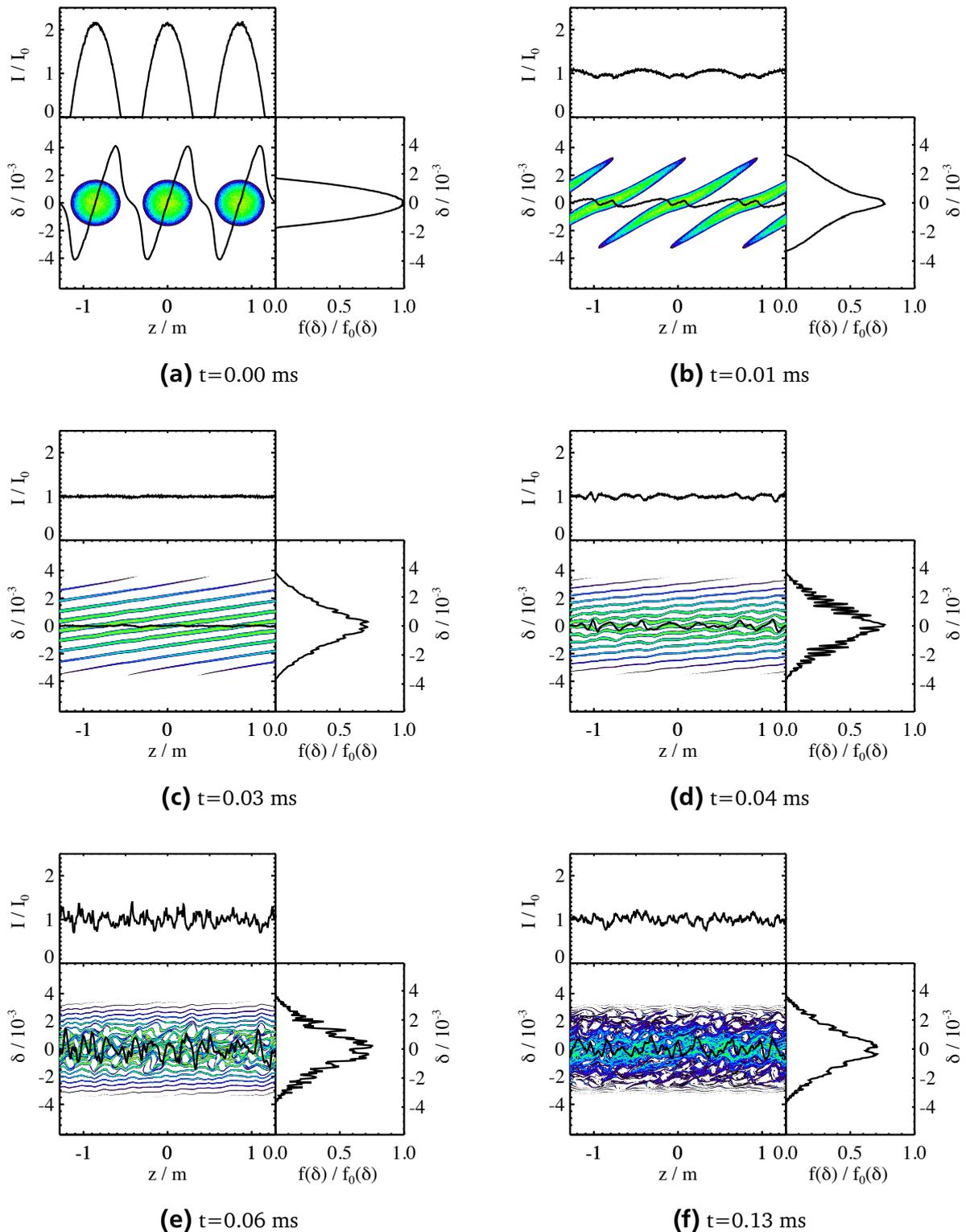
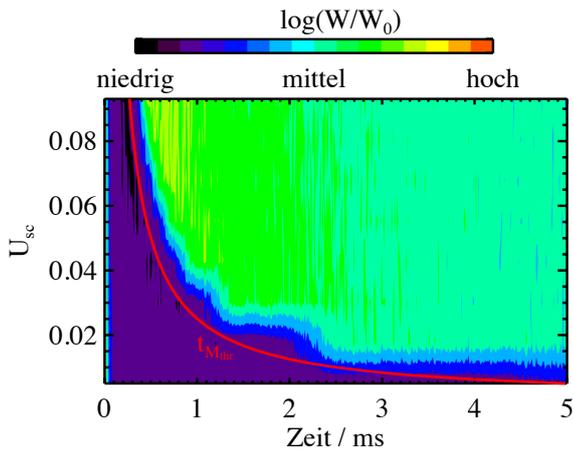


Abb. 7.2: Momentaufnahmen einer Simulation der Multifilamente-Instabilität zu verschiedenen Zeitpunkten für einen Ar^{18+} -Strahl mit einem Raumladungsparame- ter von $U_{sc} = 0.15$. Dies entspricht einer Anzahl von kritischen Filamenten von $M_{thr} \approx 5$ sowie $t_{M_{thr}} \approx 0.02$ ms. In den Momentaufnahmen sind das Auftreten der Insta- bilität (Abb. 7.2(b)) sowie die Turbulenz im Phasenraum (Abb. 7.2(d)) sehr gut zu erkennen.



Tab. 7.1: Startwerte der Simulationen

Ion	Ar ¹⁸⁺	n_c	10
g	2.38	NI/10 ⁶	1-17.5
$\sigma_p/10^{-3}$	0.44	Σ	0.03-0.6
L_{Sim}	1.29 m		

Abb. 7.3: Simulationsergebnisse für 8 verschiedene Simulationen, wobei nur der Parameter Teilchenzahl pro Teilchenpaket variiert worden ist, dargestellt als Wasserfallspektrum. Pro Simulation wurde ein Teilumfang des SIS18 (1/168) angenommen, sowie mit 90000 Makroteilchen bei 512 Gitterpunkten simuliert. Das Farbspektrum zeigt den Logarithmus der gesamten elektrischen Feldenergie W dividiert durch die elektrische Feldenergie W_0 am Anfang der Simulation als Zeitentwicklung und in Abhängigkeit von der Teilchenzahl. Die rote Linie bezeichnet den Zeitpunkt in der Simulation, an dem die kritische Anzahl Filamente nach (7.9) erreicht worden ist.

tritt die Instabilität erst bei den innersten Filamenten auf und geht dann auch auf die anderen Filamente über, wobei sie immer stärker wird.

Nachdem die Filamentenstruktur vollständig aufgelöst worden ist - d. h. die Sättigung eingetreten ist - hat sich die entstandene Turbulenz über den ganzen Strahl ausgebreitet. Diese Turbulenz führt zu starken Fluktuationen auf dem Stromspektrum, wie in Abb. 7.2(c-d) zu erkennen ist. Die starken Fluktuationen führen dann zu einem Pseudo-Schottkyspektrum. Zudem zeigen Abb. 7.2(b-d), dass die Multifilamente-Instabilität nicht zu einem Anwachsen der Impulsunschärfe führt, wobei die Zunahme der Impulsunschärfe zwischen Abb. 7.2(a) und Abb. 7.2(b) auf die schon in Kapitel 6 beschriebene Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie (d.h Impulsunschärfe) für Mikro-Teilchenpakete zurückzuführen ist.

Als Beispiel ist der Fall von Ar¹⁸⁺-Ionen mit einem Raumladungsparameter für den sich bildenden gleichförmigen Strahl von $U_{sc} = 0.15$ sowie ein Abschnitt des SIS18 mit drei Mikro-Teilchenpaketen gewählt worden.

Um das Einsetzen der Instabilität verifizieren zu können, sind mehrere Simulationen mit unterschiedlichen Teilchenzahlen für ein Mikro-Teilchenpaket durchgeführt worden, wobei alle anderen Parameter in den Simulationen konstant gehalten und diese Simulationen dann in der Darstellung als Wasserfallspektrum in Abb. 7.3 zusammengefasst worden sind. Abb. 7.3 zeigt die Zeitentwicklung der gesamten elektrischen Feldenergie W in Abhängigkeit von der Teilchenzahl pro Mikro-Teilchenpaket für acht verschiedene Simulationen, wobei die Teilchenzahl um 2.5×10^6 pro Simulation erhöht worden ist. Bis zu dem Zeitpunkt, an dem die kritische Anzahl der Filamente erreicht ist - gekennzeichnet durch die rote Linie in der Abbildung - ist die Feldenergie klein. Eine Ausnahme bildet der Anfang der Simulation, hier ist die elektrische Feldenergie aufgrund der Teilchenpakete noch groß, nimmt dann aber aufgrund

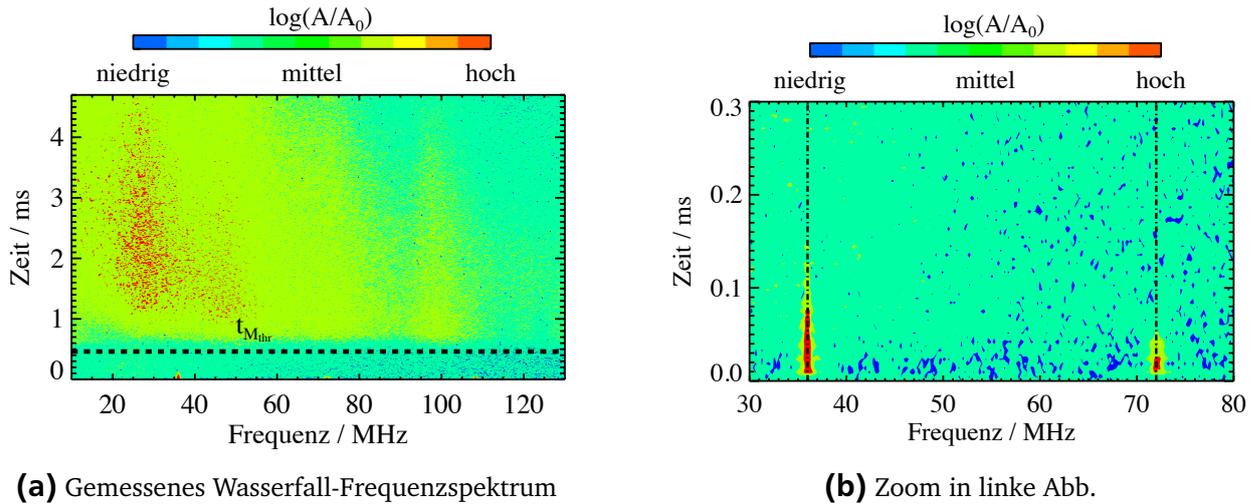


Abb. 7.4: Die linke Abbildung zeigt ein gemessenes Wasserfall-Frequenzspektrum eines gleichförmigen Strahls nach der Injektion, wobei $t_{M_{thr}}$ als gestrichelte Linie eingezeichnet ist. Unterhalb dieser Linie ist die 36 MHz-Struktur der TK-Mikro-Teilchenpakete sowie ihre Harmonische zu erkennen. Oberhalb der gestrichelten Linie in der linken Abbildung sind starke kohärente Fluktuationen sichtbar, welche vermutlich auf die Multifilamente-Instabilität zurückzuführen sind. In der rechten Abbildung - welche das untere linke Bereich der linken Abb. vergrößert darstellt - ist die 36 MHz-Struktur der TK-Mikro-Teilchenpakete und ihr Verschwinden deutlich zu erkennen.

der Bildung des gleichförmigen Strahls schnell ab.

Wenn die kritische Anzahl der Filamente erreicht ist, steigt die Feldenergie danach wieder an, da sich wegen der Instabilität kohärente Fluktuationen bilden. Wie zu erkennen ist, bleibt die elektrische Feldenergie weiter auf einem höheren Wert als vor der Instabilität, nimmt aber wieder leicht ab. Dies zeigt, dass die kohärenten Fluktuationen im longitudinalen Phasenraum erhalten bleiben. Für sehr kleine Raumladungsparameter $U_{sc} \ll 1$ ist - bedingt durch die kleine Teilchenzahl - wie erwartet kein Eintreten der Instabilität beobachtet worden.

Die diskrete Erhöhung der Teilchenzahl pro Simulation bewirkt, dass der Anschein aufkommt, dass die Instabilität „stufenweise“ eintritt. Dies ist in Abb. 7.3 für die kleinen Teilchenzahlen besonders deutlich. Das Eintreten der Instabilität ist aber kontinuierlich von der Teilchenzahl abhängig.

Der in den Simulationen beobachtete Übergang zu den breiten kohärenten Fluktuationen ist zudem kurz nach der Injektion in das SIS18 gemessen worden. Abb. 7.4 zeigt das beobachtete Frequenzspektrum während der ersten 5 ms nach der Singleturn-Injektion mit $N = 3 \times 10^9$ Ar^{18+} Ionen. Mit der gemessenen Impulsunschärfe von $\sigma_p = 10^{-3}$ ergibt sich dann ein Raumladungsparameter von $U_{sc} = 0.025$ und entsprechend sollte sich nach 0.5 ms die kritische Anzahl Filamente gebildet haben. Im Anschluss sollten dann kohärente Fluktuationen auftreten. Die weiteren Parameter dieser Messung sind in Tab. 7.2 zu finden.

Wie in den Simulationen treten die kohärenten Fluktuationen erst auf, nachdem die kritische Anzahl Filamente - gekennzeichnet durch die gestrichelte Linie in der linken Abbildung - erreicht worden ist. Unterhalb dieser Linie ist die 36 MHz-Struktur der TK-Mikro-Teilchenpakete sowie ihre Harmonische zu erkennen. Abb. 7.4(b) zeigt ein Zoom in das

Tab. 7.2: Werte des Strahls für das Wasserfall-Frequenzspektrum in Abb. 7.4

Ion	$^{40}\text{Ar}^{18+}$	N	3×10^9
U_{sc}	0.025	$\sigma_p/10^{-3}$	1
M_{thr}	32	g	3.7
t_{Mthr}	0.5 ms		

gemessene Wasserfall-Frequenzspektrum, hier ist besonders deutlich die 36 MHz-Struktur der TK-Mikro-Teilchenpakete und ihr Verschwinden nach einigen Umläufen zu erkennen. Danach sind in der rechten Abbildung nur die inkohärenten Fluktuation des Schottky-Rauschens zu beobachten.

7.2 Multifilamente-Instabilität und longitudinale Schottkysignale

Im Kapitel 4 ist das Konzept der Schottky-Diagnose vorgestellt worden. Bei der Schottky-Diagnose wird ausgenutzt, dass durch die natürliche statistische Fluktuation der Strahlteilchen die sogenannten Schottky-Bänder bei den Harmonischen der Umlauffrequenz auftreten und ihre Breite mit der Impulsunschärfe des Strahls verknüpft ist. Für Strahlen mit niedriger Intensität entsprechen die Schottky-Bänder der Impulsverteilung des gleichförmigen Strahls. In Abschnitt 5.3.1 zeigte sich, dass sich für intensive Strahlen die Schottkyspektren charakteristisch zu der Doppelform deformieren, aber die Impulsunschärfe mit der Beziehung (5.62) bestimmt werden kann. Dennoch ist die Grundlage der Schottky-Theorie auch für intensive Strahlen die inkohärente Fluktuation von stabilen Strahlen. Im Gegensatz dazu liegen bei Strahlen, bei denen sich die Multifilamente-Instabilität ausgebildet hat, auch kohärente Fluktuationen eines instabilen Strahls vor. Die langlebigen kohärenten Fluktuationen, welche auch als Stromfluktuationen zu erkennen sind, verursachen stattdessen ein sogenanntes Pseudo-Schottkyspektrum, welches schwer zu interpretieren ist. Für intensive Strahlen sind langlebige Strukturen nach der Injektion im SIS18 unter anderem von [60] auf dem Schottkyspektrum beobachtet worden. Ebenso zeigt Abb. 6.6 solch eine langlebige Struktur auf einem Schottky-Band, wobei diese nach 100 ms verschwunden ist und zudem zu einer Vergrößerung der Impulsunschärfe führten.

Um den Effekt der kohärenten Fluktuationen auf den Schottkyspektrum untersuchen zu können, ist das statistische Verhalten diskreter Makroteilchen im Simulationscode ausgenutzt worden. Dazu ist vom simulierten Strahlstrom über eine übliche Simulationszeit von einer Mikrosekunde eine FFT durchgeführt worden, um ein simuliertes Schottkyspektrum zu erhalten. Denn aufgrund der endlichen Anzahl der Makroteilchen in einem PIC-Code besitzen diese ein geladenes Fluktuationsspektrum ähnlich dem Schottkyrauschen in einem realen Strahl, wobei die Fluktuationen in der Simulation stärker sind als in der Realität [97].

Abb. 7.5(a) zeigt solch ein Schottkyspektrum für einen kleinen Raumladungsparameter $U_{sc} \ll 1$, wobei die Simulation mit einem Gaußförmigen Strahl gestartet worden ist. Wie zu erkennen, ergibt sich die erwartete Gaußförmige Verteilung, sie stimmt zudem mit der zu Grunde liegenden Impulsverteilung - als rote Kurve dargestellt - überein. Im Gegensatz da-

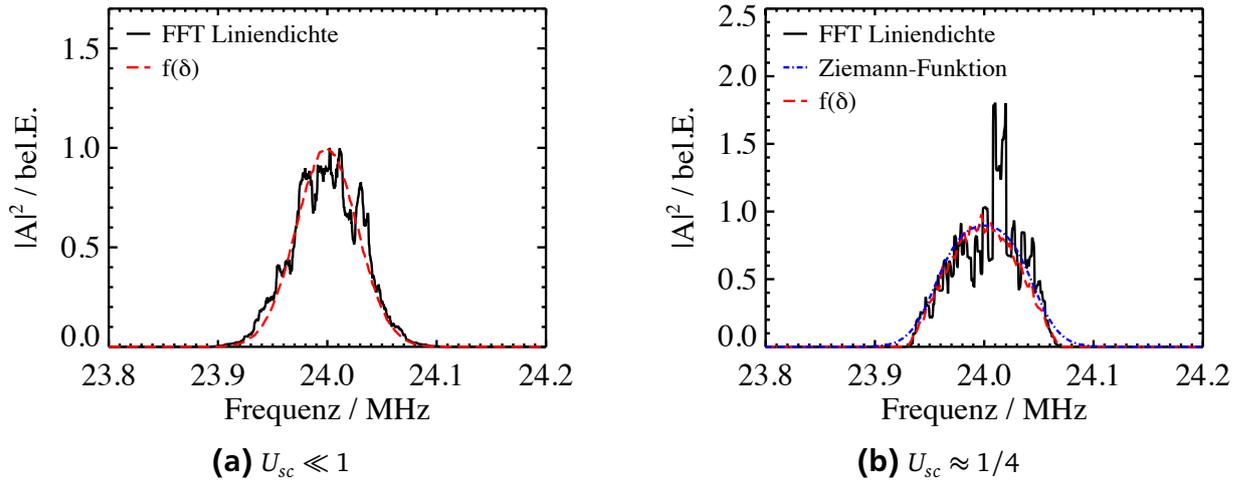


Abb. 7.5: Simulierte Schottky-Bänder für $U_{sc} \ll 1$ (a) und $U_{sc} \approx 1/4$ (b) sowie als rote Linie die zu Grunde liegende Impulsverteilung. Die blaue Kurve stellt den erwarteten Verlauf des Schottkyspektrums für einen gleichförmigen Strahl mit $U_{sc} = 1/4$ dar.

zu sind bei der Simulation mit einem Raumladungsparameter von $U \approx 1/4$ Unterschiede in Form von zwei Spitzen zu erkennen (Abb. 7.5(b)), obwohl die Impulsverteilung die bekannte Gaußförmige Verteilung besitzt und aufgrund des Raumladungsparameters die in blau dargestellte Verteilung nach (5.62) erwartet worden ist. Zudem zeigt sich, dass die Fluktuationen auf dem Schottky-Band stärker ausgeprägt sind.

7.3 Multifilamente-Instabilität und Breitband-Resonator-Impedanz

Den vorausgegangenen Untersuchungen lag die Annahme zu Grunde, dass ein perfekt leitendes, rundes Strahlrohr vorliegt. In der Realität existieren im Strahlrohr Diskontinuitäten wie Querschnittsänderungen, welche, wie in Kapitel 5.1 dargestellt, durch eine Breitband-Resonator-Impedanz beschrieben werden können. Die Breitband-Resonator-Impedanz führt dann zu der Mikrowellen-Instabilität, welche auch die Struktur der Filamente zerstören kann. Da die Filamente sehr dünn sind, können sie näherungsweise als kalte Filamente angenommen werden, d. h. sie besitzen keine Impulsunschärfe. Nach (5.33) kann die Anstiegszeit einer Instabilität für einen kalten Strahl mit dominanter Raumladungsimpedanz und einer Breitband-Resonator-Impedanz zu

$$\tau^{-1} = \sqrt{\frac{qI_0|\eta|n}{4\pi R^2\gamma_0 m_0} \left[\left(\sqrt{(X_{\parallel}^{sc})^2 + (R_{\parallel}^{BB})^2} - X_{\parallel}^{sc} \right) \right]^{1/2}} \quad (7.10)$$

bestimmt werden, wobei $X_{\parallel}^{sc} = \text{Im}(Z_{\parallel}^{sc})$ die Reaktanz der dominanten Raumladungsimpedanz und $R_{\parallel}^{BB} = \text{Re}(Z_{\parallel}^{BB})$ der Realteil der Breitband-Resonator-Impedanz ist. Aufgrund der dominanten Raumladungsimpedanz X_{\parallel} ergibt sich aus Beziehung (7.10) folgende Näherung der Anstiegszeit einer Mikrowellen-Instabilität

$$\tau^{-1} \approx R_s \sqrt{\frac{qI_0|\eta|n}{8\pi R^2\gamma_0 m_0 X_{\parallel}^{sc}}} = R_s \sqrt{\frac{qI_0\epsilon_0\omega_0|\eta|\gamma_0}{4\pi R g m_0}}, \quad (7.11)$$

welche wie die Multifilamente-Instabilität über einen weiten Frequenzbereich wirkt. Deshalb könnte das in Abb. 7.4 gemessene Frequenzspektrum auch durch die Mikrowellen-Instabilität verursacht worden sein. Ist die Anwachsrate der Mikrowellen-Instabilität kleiner als die Zeit, die benötigt wird, um die Anzahl der kritischen Filamente zu erreichen $t_{M_{thr}} \leq \tau^{-1}$, dann tritt die Multifilamente-Instabilität zuerst auf. Wenn die Breitband-Shunt-Impedanz des Beschleunigers kleiner als

$$R_s \leq \frac{N_B}{16\sigma_p} \sqrt{\frac{qI_0 g^3 Z_0^3}{\beta_0^5 \gamma_0^7 m c^2 |\eta|^3}} \quad (7.12)$$

ist, tritt zuerst die Multifilamente-Instabilität auf. Mit den Werten der Messung in Abb. 7.4 kann eine maximale Shunt-Impedanz von $R_s/n \approx 21 \Omega$ bestimmt werden. Die Breitband-Shunt-Impedanz im SIS18 ist unbekannt, kann aber größer als die Abschätzung von 21Ω sein, denn beim Bau des SIS18 sind keine Maßnahmen zur Abschirmung des Strahls von den Diskontinuitäten des Vakuumrohrs oder zu deren Vermeidung vorgenommen worden. Folglich könnte das in Abb. 7.4 gemessene Frequenzspektrum durch die Mikrowellen-Instabilität verursacht werden. Die Fluktuationen in Abb. 7.4 treten etwa nach 0.7 ms auf. Liegt allein das Spektrum einer Mikrowellen-Instabilität zu Grunde, müsste das SIS18 eine Shunt-Impedanz von $R_s/n \approx 26 \Omega$ besitzen.

Um den Einfluss der Mikrowellen-Instabilität auf die Multifilamente-Instabilität zu untersuchen, ist die Breitband-Resonator-Impedanz dem Simulationscode hinzugefügt worden. In Abb. 7.6(a) ist das durch die Breitband-Resonator-Impedanz modifizierte elektrische Feld des Mikro-Teilchenpakets gut zu erkennen. Für diese Simulation ist die Anstiegszeit der Mikrowellen-Instabilität kleiner als der kritische Zeitpunkt für die Multifilamente-Instabilität $\tau^{-1} < t_{M_{thr}}$. Für die Breitband-Shunt-Impedanz in der Simulation $R_s/n \approx 25 \Omega$ ist die Anstiegszeit der Mikrowellen-Instabilität zu $\tau^{-1} = 0.06$ ms bestimmt worden.

Das Auftreten der Mikrowellen-Instabilität in der Simulation ist zum einen durch die veränderte Impulsverteilung in Abb. 7.6(b) und zum anderen durch die Abnahme des gesamten Impulses in Abb. 7.6(e) beobachtet worden. Trotzdem tritt kurze Zeit später die Multifilamente-Instabilität auf, da die Struktur der Filamente noch vorhanden ist, wie in Abb. 7.6(c) zu erkennen ist. Vermutlich sind die Filamente aufgrund der doch noch vorhandenen Impulsunschärfe nicht durch die Mikrowellen-Instabilität zerstört worden. Hier sei zudem angemerkt, dass sich eine Mikrowellen-Instabilität gleichzeitig auf alle Filamente auswirkt, wobei die Multifilamente-Instabilität erst die inneren Filamente zerstört und sich dann bildlich gesprochen nach außen hin vorarbeitet. Einige Zeit später zeigt die Simulation die bekannten Fluktuationen des Stroms, zudem ist aber auch eine deutliche Abnahme des gesamten Impulses und eine Zunahme der Impulsunschärfe zu beobachten, welche sich durch die reelle Breitband-Shunt-Impedanz ergibt.

Der Energieverlust, welcher durch den reellen Anteil der Koppelimpedanz verursacht wird, ist als parasitärer Verlust bekannt. Der parasitäre Energieverlust der Strahlteilchen ist [44]

$$\Delta E(\tau) = -q^2 N \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{\lambda}(\omega) Z_{||} e^{-\omega\tau} \quad (7.13)$$

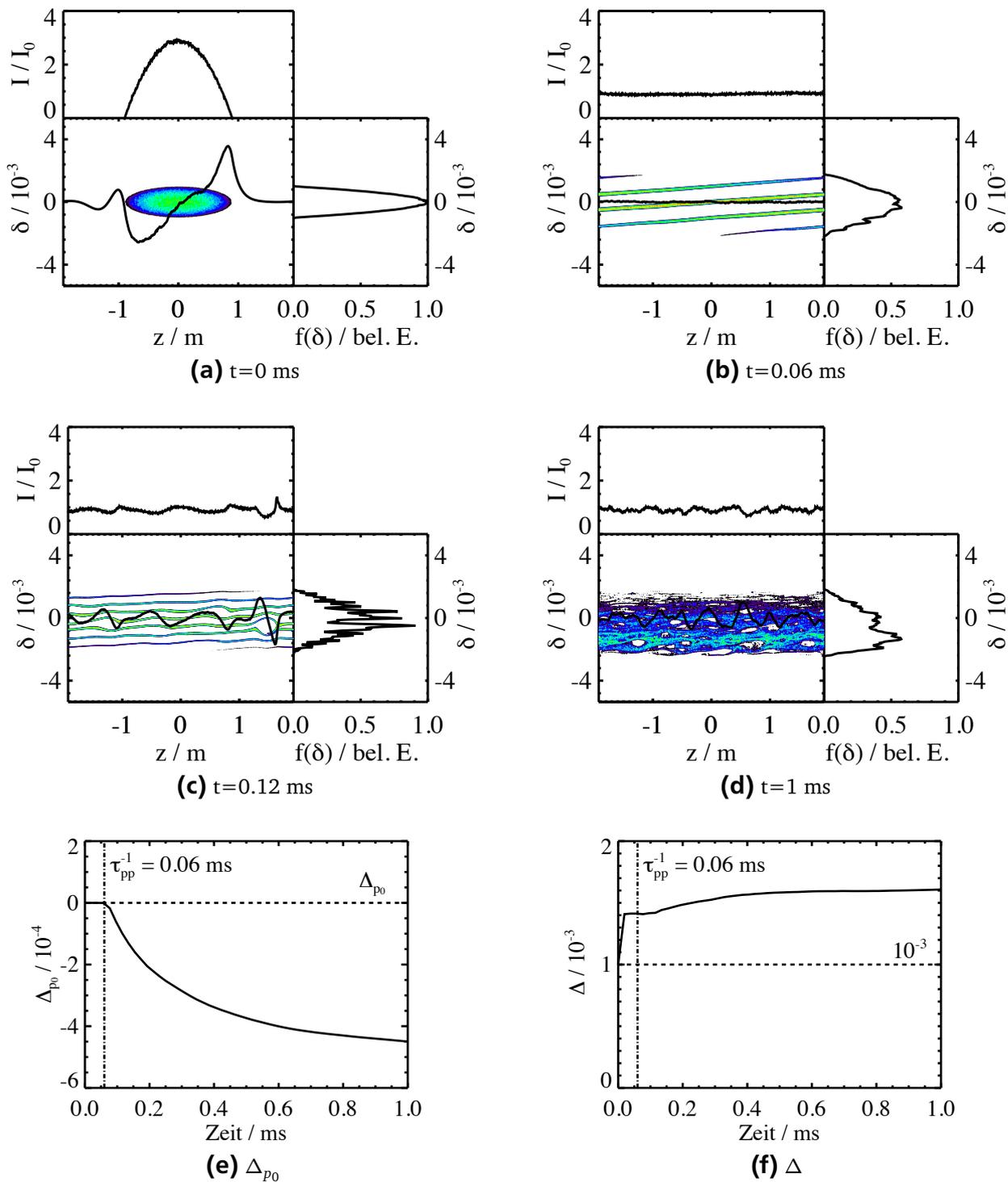


Abb. 7.6: Multifilamente-Instabilität und der Einfluss einer Breitband-Resonator-Impedanz

mit der normierten Liniendichte $\lambda(\tau)$ im Frequenzbereich [44]

$$\tilde{\lambda}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \lambda(\tau) e^{-\omega\tau} \quad (7.14)$$

sowie der Zeitdifferenz τ des vorauseilenden Teilchens zum synchronen Teilchen. Für einen gleichförmigen Strahl ist die normalisierte Liniendichte periodisch mit der Umlaufperiode $T_0 = 2\pi/\omega_0$ und folglich ist die Fourier-Transformierten der Liniendichte diskret [44]

$$\tilde{\lambda}_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} d\tau \lambda(\tau) e^{-in\omega_0\tau}. \quad (7.15)$$

Dementsprechend ergibt sich der mittlere Energieverlust pro Teilchen pro Umlauf zu [44]

$$\overline{\Delta E} = -2\pi q^2 N \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2 \operatorname{Re} Z_{\parallel}(n\omega_0). \quad (7.16)$$

Unter der Annahme einer Breitband-Resonator-Impedanz (5.22) ergibt sich

$$\overline{\Delta E} = -2\pi q^2 N \omega_0 R_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2, \quad (7.17)$$

da die Breitband-Shunt-Impedanz R_s/n über ein breiten Frequenzbereich konstant ist, wobei $|\tilde{\lambda}_n|$ die normierten Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl beschreibt. Der Energieverlust kann auch als relative Abweichung vom Sollimpuls nach

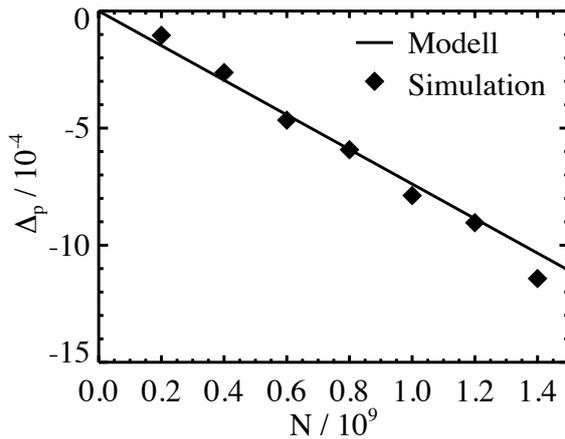
$$\Delta_p = -\frac{2\pi q^2 N \omega_0 R_s}{\beta_0^2 \gamma_0 m_0 c^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2 \quad (7.18)$$

ausgedrückt werden, da folgender Zusammenhang

$$\Delta_p = \frac{1}{\beta_0^2} \Delta_E = \frac{1}{\beta_0^2} \frac{\overline{\Delta E}}{E} \quad (7.19)$$

mit Δ_E als Energieabweichung von der Sollenergie E , zwischen relativer Energieänderung und relativer Änderung des Impulses gilt. In den Simulationen zeigte sich, dass die Fluktuationen verursacht durch die Multifilamente-Instabilität kurz nach dem Auftreten der Instabilität am stärksten sind, aber mit der Zeit weniger werden. Dies stimmt zudem mit der in Abb. 7.6(e) zu erkennenden Abnahme des gesamten Impulses überein. Auch hier ist die Abnahme des gesamten Impulses am Anfang am größten und wird mit der Zeit kleiner.

Um den Energieverlust zu verifizieren, sind hierzu mehrere Simulationen mit unterschiedlichen Teilchenzahlen durchgeführt worden, wobei alle anderen Parameter nicht geändert



Tab. 7.3: Parameter der Simulationen

Ion	Ar ¹⁸⁺	n_c	10
g	2.38	$NI/10^9$	0.2-1.4
$\sigma_p/10^{-3}$	0.44	Σ	2-4
L_{Sim}	1.29 m		

Abb. 7.7: Simulation des parasitären Energieverlusts im Vergleich zum Modell, wobei für die Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2 = 0.074$ angenommen worden ist. Die Simulationszeit der verschiedenen Simulationen lag bei einer Millisekunde.

wurden. Abb. 7.7 zeigt die relative Abweichung vom Sollimpuls am Ende der Simulation im Vergleich zum Modell, wobei für die Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2 = 0.074$ angenommen worden ist. Dem entspricht, dass die Fluktuationen um 7.4% um λ_0 schwanken. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der vom Modell vorhergesagten Impulsabnahme und der in den Simulationen beobachteten.

In den Simulationen ist zum einen nur über 1 ms simuliert worden und zum anderen der Effekt der Diffusion nicht berücksichtigt worden. Eine Langzeitsimulation mit Diffusion könnte zeigen, dass die Fluktuationen weiter kleiner werden und somit auch der Energieverlust geringer wird.

Im Folgenden soll nun die Möglichkeit diskutiert werden, ob die Breitband-Resonator-Impedanz in Zusammenhang mit der Multifilamente-Instabilität des SIS18 die Ursache für den in Kapitel 6 gezeigten Energieverlust ist, wobei hierfür auch die Daten von der Messung von *S. Paret* vom April 2009 herangezogen worden sind. Die Daten dieser beiden Messungen sind in Abb. 7.8 dargestellt. Wenn der Energieverlust durch die Multifilamente-Instabilität verursacht wird, müsste er nach der Injektion am stärksten sein und mit der Speicherzeit des gleichförmigen Strahls im Beschleuniger geringer werden. Dies kann aber nicht mit der Schottky-Messung beobachtet werden, die mindestens einige Mikrosekunden dauert. Die Fluktuationen, welche durch die Multifilamente-Instabilität verursacht werden, treten kurz nach der Injektion auf, sollten aber aufgrund von Diffusion mit der Zeit abnehmen, somit würde auch eine Langzeitmessung der Umlauffrequenz einen sehr kleinen oder nicht mehr messbaren Energieverlust zeigen.

Da die Aufnahme der Daten der Messung von *S. Paret* im April 2009 und die Januar-Messung erst etwa 400 ms nach der Injektion starteten, wird für die Modell-Abschätzung des parasitären Energieverlusts ein Energieverlust über 400 ms angenommen. Zudem wird eine Breitband-Shunt-Impedanz von $50/n \Omega$ angenommen und dass die Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl 10% betragen. Alle Annahmen für das Modell des parasitären Energie-

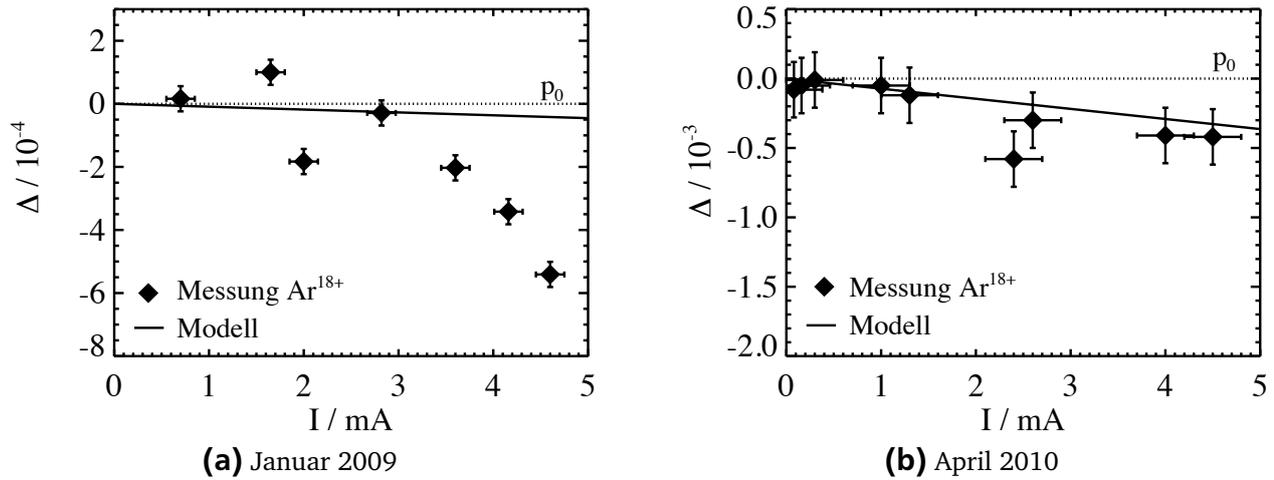


Abb. 7.8: Vergleich des Experiments mit dem Modell des parasitären Energieverlusts durch die Multifilamente-Instabilität, wobei für die Abschätzung eine Breitband-Shunt-Impedanz von $R_s/n = 50 \Omega$ und $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2 = 0.1$ angenommen worden ist. Für die Messung in der linken Abbildung ist der Energieverlust nicht durch den parasitären Energieverlust zu erklären. Bei der rechten Abbildung stimmt die Messung mit dem Modell gut überein.

verlusts gehen vom ungünstigsten Fall aus, würden z. B. noch größere Werte für $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\tilde{\lambda}_n|^2$ stattdessen keine Fluktuationen auf dem gleichförmigen Strahl beschreiben sondern schon Teilchenpakete.

Mit den oben beschriebenen Annahmen ist der Energieverlust der Messung vom Januar 2009 in Abb. 7.8(a) nicht zu erklären, wobei die Messungen von *S. Paret* vom April 2009 eine gute Übereinstimmung mit dem Modell zeigen (Abb. 7.8(b)). Auch mit einer 10 mal größeren Breitband-Shunt-Impedanz kann der Energieverlust der Januar-Messung nicht erklärt werden. Ebenso ergab ein Abschätzung des Energieverlusts durch die Einzelresonatoren, welche durch eine Schmalband-Resonator-Impedanz beschrieben werden, einen um mehrere Größenordnungen kleineren Energieverlust. Somit ist vermutlich der im Januar 2009 beobachtete Energieverlust doch auf eine falsche Einstellung der Einzelresonatoren zurückzuführen. Weil für das Modell des parasitären Energieverlusts von einem ungünstigen Fall ausgegangen werden muss, um den Datenverlauf der April-Messung zu beschreiben, kann ein Energieverlust durch die Multifilamente-Instabilität vermutlich ausgeschlossen werden. Um aber eine endgültige Aussage treffen zu können, müsste die Breitband-Resonator-Shunt-Impedanz des SIS18 bekannt sein. Eine Bestimmung der Shunt-Impedanz des SIS18 könnte sich auch für den FAIR-Betrieb und ebenso für die Studien des Ferrit-Einsatzs im SIS18 als wichtig erweisen. Die genaue Kenntnis der Breitband-Resonator-Shunt-Impedanz könnte möglicherweise außerdem helfen, das Auftreten einer Mikrowellen-Instabilität verursacht durch den Ferrit-Einsatz zu verhindern.

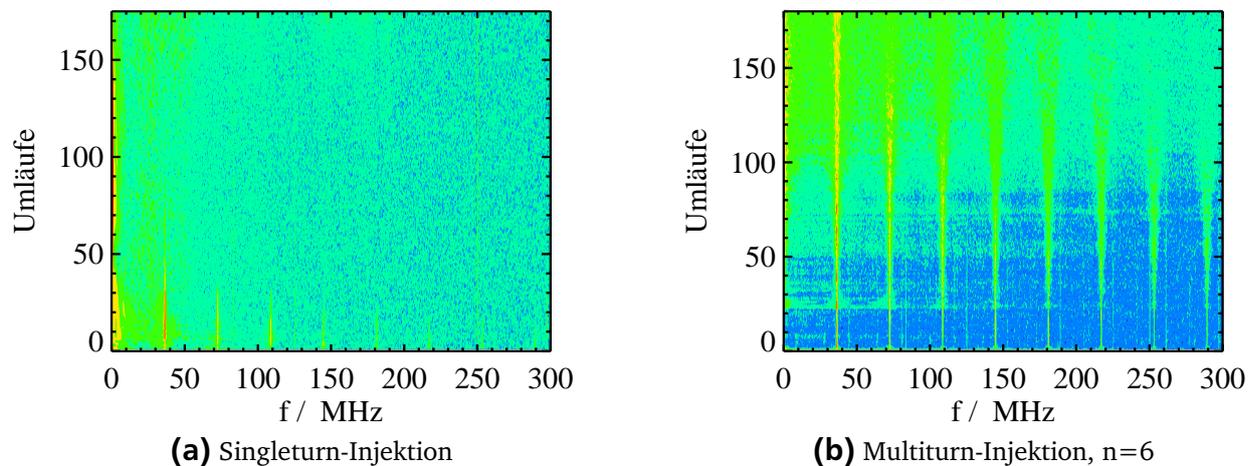


Abb. 7.9: Strukturen der Mikro-Teilchenpakete ($f=36$ MHz) auf dem gleichförmigen Argon-Strahl im SIS18. Die linke Abbildung zeigt die Messung für eine Singleturn-Injektion und die rechte Abbildung für eine Multiturn-Injektion, wobei über 6 Umläufe injiziert worden ist. Für die Singleturn-Injektion verschwinden die Strukturen nach einigen Umläufen, wobei sie für die Multiturn-Injektion noch nach 150 Umläufen vorhanden sind. Solche Strukturen der Mikro-Teilchenpakete sind auch von [98] im PSR beobachtet worden.

7.4 Multifilamente-Instabilität und Multiturn-Injektion

Im Folgenden soll nun eine Multiturn-Injektion über mehrere Umläufe betrachtet werden. Wie im Kapitel 2 beschrieben, wird mit der Methode des horizontalen Stackings in das SIS18 injiziert, d. h. dass die Teilchenpakete im transversalen Phasenraum verteilt werden. Im longitudinalen Phasenraum hingegen werden die Teilchenpakete aufeinander gestapelt, wenn über mehr Umläufe injiziert wird. Während der Multiturn-Injektion sind Strukturen der Mikro-Teilchenpakete ($f = 36$ MHz) auf dem gleichförmigen Strahl beobachtet worden, wobei diese Strukturen durch die Beschleunigerkavitäten im Linearbeschleuniger oder in einer Transportstrecke entstehen. Abb. 7.9 zeigt solche gemessenen Strukturen für einen Argon-Strahl im SIS18, wobei die linke Abbildung diese für eine Singleturn-Injektion darstellt. Die rechte Abbildung stellt dies für eine Multiturn-Injektion dar, bei der über 6 Umläufe injiziert worden ist. Für die Singleturn-Injektion verschwinden die Strukturen nach einigen Umläufen, wohingegen diese für die Multiturn-Injektion noch nach 150 Umläufen vorhanden sind. Solche Strukturen der Mikro-Teilchenpakete vom injizierten Linearbeschleuniger im anschließenden Kreisbeschleuniger sind schon zuvor im PSR beobachtet worden [98]. Dort sind auch nach 1550 Umläufen die Strukturen der Mikro-Teilchenpakete vorhanden, nachdem der Strahl über 559 Umläufe im PSR akkumuliert worden ist. Im Gegensatz zum SIS18 ist die 201.25 MHz-Struktur der Mikro-Teilchenpakete ein Vielfaches der Umlauffrequenz des PSR. Dies konnte im SIS18 wegen technischer Probleme auch nicht für Maschinenexperimente erreicht werden. Simulationen von [98, 99] zeigten lochähnliche Strukturen, welche auf Raumladungseffekte zurückzuführen sind. Es zeigte sich bei [98], dass sich Bereiche mit höherer Dichte mit leeren Bereichen mit der Mikro-Teilchenpaket-Frequenz abwechseln, wobei diese Strukturen in den Simulationen sehr von den herrschenden Bedingungen abhängen.

Bei [98] ist ein analytisches Modell für die Stabilität der Löcher gegeben worden, wobei die Autoren keine Garantie auf eine 100%ige Gültigkeit des analytischen Modells geben. Auch im Rahmen dieser Arbeit sind dazu Simulationen durchgeführt worden. Der PIC-Simulations-Code ermöglicht es auch, die Mikro-Teilchenpakete über mehrere Umläufe zu injizieren, wobei in der Simulation die Mikro-Teilchenpakete aufeinander gesetzt werden. Abb. 7.10 zeigt solch eine Simulation, wobei insgesamt über 6 SIS18-Umläufe injiziert worden ist. Auch hier ergaben sich freie Phasenraumflächen, welche sich mit den intensiven Phasenraumbereichen abwechseln. Dies entspricht der gemessenen 36 MHz-Struktur auf dem Spektrum in Abb. 7.9. Es zeigte sich aber bei dieser Simulation, dass die freien Phasenraumflächen durch die Filamentation aufgefüllt werden, wobei im Gegensatz zum Fall der Singleturn-Injektion der Abstand der Filamente viel größer ist. Nach einiger Zeit ergibt sich auch hier eine Instabilität der Filamente, welche zu mehreren Löchern im Strahl führt. Die Simulation in Abb. 7.10 zeigt, dass, wenn sich die Löcher im gleichförmigen Strahl verschieben und aufeinander treffen, sie sich zu einer Lochstruktur vereinigen, welche dann über die restliche Simulation vorhanden bleibt. Bevor sich die Löcher zu einer Lochstruktur vereinigen haben, sind auch hier Fluktuationen des Stroms zu erkennen, welche viel stärker ausgeprägt sind, als bei einer Simulationszeit mit Singleturn-Injektion. Die stärkeren Fluktuationen lassen sich auf die höhere Teilchenzahl sowie größere Löcher durch die Multiturn-Injektion zurückführen. Zudem sind dann die Effekte durch die Turbulenzen auf den Schottky-Signalen stärker ausgeprägt.

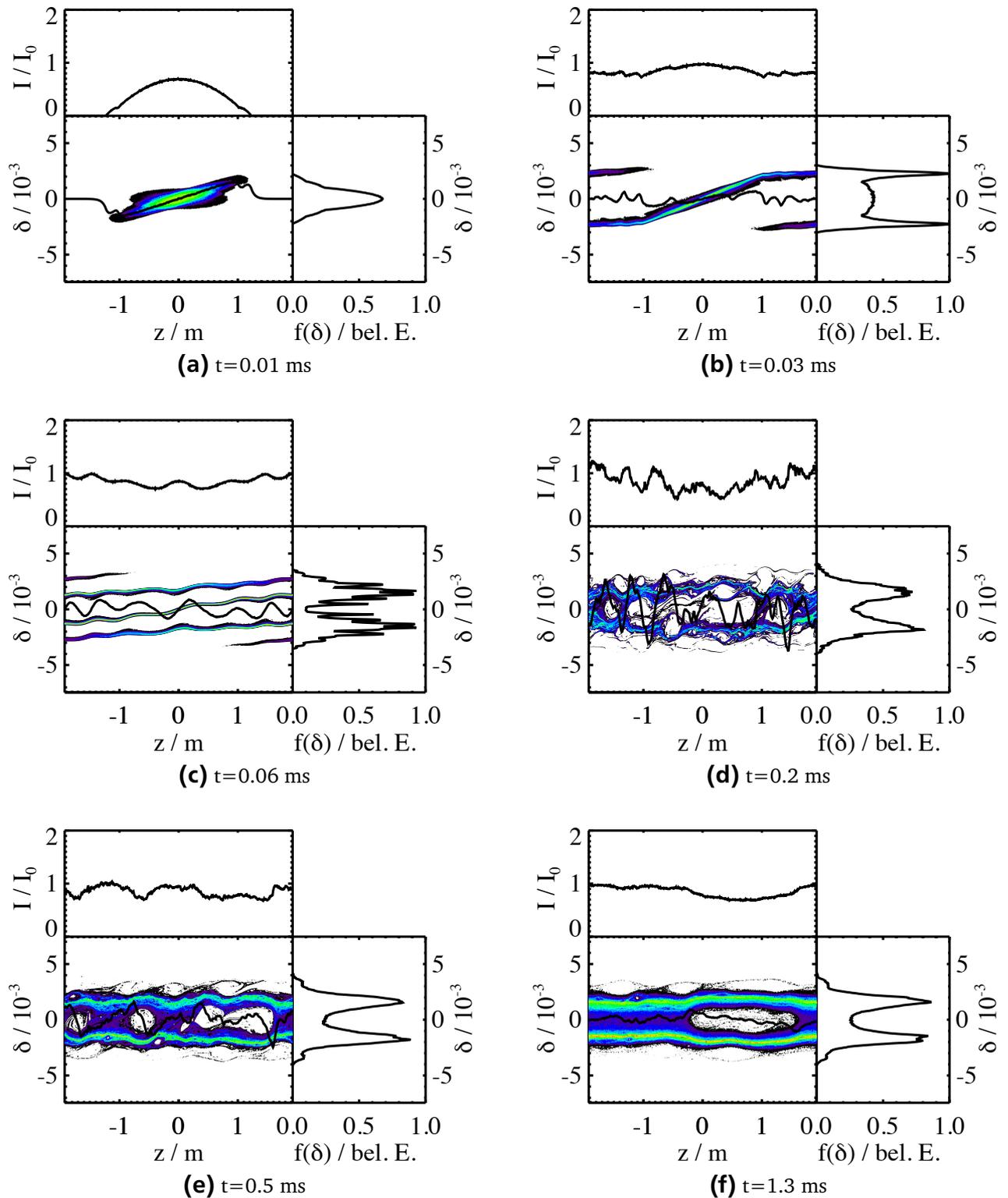


Abb. 7.10: Momentaufnahmen einer Simulation der Multifilamente-Instabilität zu verschiedenen Zeitpunkten für eine Multiturn-Injektion.



8 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war die Untersuchung longitudinaler Raumladungseffekte in intensiven Ionenstrahlen im SIS18. Von besonderem Interesse während dieser Arbeit war der „Gleichstromstrahl“ im SIS18 nach der Injektion und vor dem HF-Einfang sowie seine Entstehung. Sämtliche Betrachtungen konzentrierten sich dabei auf die longitudinale Bewegung, da die Kopplung der transversalen und longitudinalen Bewegung für die Strahldynamik an der GSI vernachlässigt werden kann.

Um intensive Ionenstrahlen mit höherer Energie für physikalische Experimente an der GSI und später für FAIR bereitstellen zu können, werden die Mikro-Teilchenpakete des UNILAC entlang der Transportstrecke TK zum SIS18 transportiert und im SIS18 zu einem gleichförmigen Strahl akkumuliert. Während des Transports besitzen die Mikro-Teilchenpakete eine Energie von 11.4 MeV/u. Im SIS18 werden die Ionen dann im Feld der Hochfrequenzanlage eingefangen und beschleunigt. Dabei sollte der gleichförmige Strahl die Akzeptanz der Hochfrequenzanlage nicht überschreiten, welche eine Impulsunschärfe des Strahls von 1×10^{-3} fordert.

Zur allererst hängt die Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls von der Strahlqualität der Mikro-Teilchenpakete ab. Im Allgemeinen ist die Impulsunschärfe der Mikro-Teilchenpakete hinter dem UNILAC größer als 1×10^{-3} , deshalb befinden sich zur Nachoptimierung der Impulsunschärfe zwei Einzelresonatoren im Transferkanal. Bei zahlreichen Maschinenexperimenten ergab sich, dass die Impulsunschärfe für intensive Strahlen trotz optimaler Einstellung der beiden Einzelresonatoren über dem Limit von 1×10^{-3} lag. Dies kann mit der Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie während des Transports der Mikro-Teilchenpakete und während der Bildung des gleichförmigen Strahls erklärt werden, wie diese Arbeit zeigte. Dem mehrmals während der Multiturn-Injektion beobachteten Anstieg der Impulsunschärfe liegt ebenso die Umwandlung der Raumladungsenergie zugrunde. Zudem konnte während dieser Arbeit die longitudinale Emittanz im Transferkanal sowie im SIS18 gemessen werden. Die Messungen zeigten eine 20 mal größere longitudinale Emittanz im SIS18 als die Emittanz der Mikro-Teilchenpakete im Transferkanal. Die größere Emittanz kann auf den Filamentationsprozess nach der Injektion im SIS18 sowie auf Raumladungseffekte zurückgeführt werden. Eine Zunahme durch die Umladungsfolie im TK kann ausgeschlossen werden, da diese für diese Messung nicht verwendet worden ist.

Zur Beschreibung der Umwandlung der Raumladungsenergie in thermische Energie ist das analytische Modell der Enveloppen-Gleichung herangezogen worden, zu dem das Feld der Mikro-Teilchenpakete, welche sich im Zentrum des Strahlrohrs befinden, als lineares Raumladungsfeld beschrieben wird. Das Raumladungsfeld wird beim analytischen Modell der Enveloppen-Gleichung aus der Ableitung der Liniendichte bestimmt, wobei der Geometriefaktor den Zusammenhang zwischen der Ableitung der Liniendichte und dem Raumladungsfeld angibt. Des Weiteren beschreibt dieser Proportionalitätsfaktor die transversale Geometrie. Die in der Literatur beschriebenen nicht-linearen Anteile des Raumladungsfelds, welche

am Ende langer Teilchenpakete auftreten, wirken sich aufgrund der geringen Teilchendichte am Ende des Teilchenpakets nur schwach aus. Dies konnte auch durch Vergleiche mit dem exakten Feld, welches mit CST EM STUDIO bestimmt worden ist, verifiziert werden. In der Mitte des Teilchenpakets gibt das Raumladungsfeld der Enveloppen-Gleichung das gleiche Feld wie die CST EM STUDIO-Berechnungen wieder. Zudem zeigt sich, dass die in der Literatur beschriebene Abhängigkeit des Geometrie-Faktors von der Teilchenpaketlänge für kurze Teilchenpakete im Transferkanal sowie im SIS18 nicht auftritt. Wie in der Literatur beschrieben, ist der Geometrie-Faktor für lange Teilchenpakete konstant, wie sie im Transferkanal (ab dem Einzelresonator BB12) und im SIS18 vorliegen.

Zudem ist im Rahmen dieser Arbeit das Modell um versetzte Strahlen erweitert worden, da sich während der Multiturn-Injektion die Strahlen nicht im Strahlzentrum befinden. Erst nach einigen Umläufen sind diese im Zentrum des Strahlrohrs zu finden. Diese transversale Abhängigkeit des sonst nur longitudinalen Modells beschränkt sich auf eine logarithmische Abhängigkeit des Geometrie-Faktors vom Versatz, wobei hier der Abstand des Strahls vom Zentrum des Strahlrohrs gemeint ist. Im Vergleich zum Modell eines Strahls im Zentrum des Strahlrohrs zeigt sich, dass sich der Versatz des Strahls als verkleinertes Strahlrohr auswirkt und bis zu einem Versatz von $b/2$ vom Zentrum vernachlässigt werden kann, wobei b der Strahlrohrradius ist.

Zur Bestimmung der Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls ist das am SIS18 etablierte Schottky-Pickup zur Messung des Strahlstroms verwendet worden. Bei einer anschließenden spektralen Analyse des Strahlstroms ergaben sich aufgrund des statischen Verhaltens der Strahlteilchen bei den Harmonischen der Umlauffrequenz des Strahls die sogenannten Schottky-Bänder. Die Form dieser Schottky-Bänder entspricht der Impulsverteilung und entsprechend ergibt sich aus der Breite der Bänder die Impulsunschärfe des Strahls.

Bei intensiven Strahlen führen die kollektiven Effekte zu der charakteristischen Ausbildung einer Doppelform, wobei auch hier für eine Gaußförmige Impulsverteilung der Ionen die Impulsunschärfe aus dem Schottky-Spektrum mit der Funktion von Ziemann bestimmt werden kann. Die Ausbildung der Doppelform ist im Rahmen dieser Arbeit zur Ermittlung des „realen“ Geometrie-Faktors im Speicherring ESR genutzt worden. In der Theorie des Geometrie-Faktors wird ein ideales zylindrisches Strahlrohr angenommen, was aber in der Realität nicht erfüllt wird. Die Messungen zeigten eine Übereinstimmung mit dem theoretisch erwarteten Geometrie-Faktor bis auf 25%. In erster Näherung kann somit das vereinfachte Modell genutzt werden, wobei die 25%ige-Abweichung auch der Genauigkeit des einfachen Modells entspricht.

Bei den intensiven Strahlen im SIS18 zeigte sich bei den Schottky-Messungen ein anderes Verhalten. Dort sind langlebige kohärente Strukturen beobachtet worden, die sich auf den Injektionsprozess zurückführen lassen. Zum einen ist die Struktur der Mikro-Teilchenpakete von 36 MHz auf dem gleichförmigen Strahl beobachtet worden. Zum anderen führt der Injektionsprozess zu der Bildung eines Strahls, der aus mehreren Filamenten besteht. Denn aufgrund des nicht vorhandenen HF-Felds während der Injektion werden die Mikro-Teilchenpakete immer länger, überlappen schließlich und bilden so mehrere Filamente. Bei intensiven Strahlen kann nach *I. Hofmann* der sogenannte Filamentenstrahl aufgrund der Kopplung der Raumladungswellen der Filamente instabil werden [18]. Durch die sogenannte Multifilamente-Instabilität wird die Struktur der Filamente zerstört und es bilden sich kohärente Fluktuationen im Strahl, welche dann zu einem Pseudo-Schottkyspektrum führen.

Simulationen mit einem PIC-Code, der in Anlehnung an den LOBO-Code von *O. Boine-Frankenheim* [51, 53] entwickelt worden ist, zeigten, dass durch die Multifilamente-Instabilität kohärente Fluktuationen auf dem simulierten Schottkyspektrum entstehen. Zudem war das zeitliche Eintreten der Multifilamente in den Simulationen im Einklang mit dem Modell der Multifilamente-Instabilität, wobei das Auftreten der Multifilamente-Instabilität mit einem Ansteigen der elektrischen Feldenergie einhergeht. Des Weiteren ergaben sich bei den simulierten Schottkyspektren kohärente Strukturen, welche den im SIS18 experimentell beobachteten kohärentesten Strukturen ähnelten.

Im Rahmen dieser Arbeit ist zudem die Auswirkung einer Breitband-Resonator-Impedanz auf die Multifilamente-Instabilität untersucht worden. Ist die Breitband-Shunt-Impedanz eines Beschleunigers groß genug, dass eine Mikrowellen-Instabilität auftreten kann, kann diese die Struktur der Filamente zerstören. Simulationen zeigten aber, dass, wenn die Anstiegszeit der Mikrowellen-Instabilität in zeitlichen Bereich liegt, an dem die Multifilamente-Instabilität auftritt, die Filamente noch nicht durch die Mikrowellen-Instabilität aufgelöst werden, sondern erst durch die Kopplung der Raumladungswellen der einzelnen Filamente zerstört werden. Zudem ist in den Simulationen ein Ansteigen der Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls sowie ein Energieverlust beobachtet worden, welcher als parasitärer Energieverlust der Fluktuationen beschrieben werden kann.

Der im Januar 2009 beobachtete Energieverlust lässt sich, wie diese Arbeit darstellt, nicht durch die Multifilamente-Instabilität in Zusammenhang mit einer Breitband-Resonator-Impedanz erklären. Im Gegensatz dazu ergab sich eine Übereinstimmung des gemessenen Energieverlusts der April-Messung von *S. Paret* mit dem Modell für die Multifilamente-Instabilität. Da aber für das Modell des parasitären Energieverlusts von maximalen Werten für die Fluktuationen sowie für die Shunt-Impedanz ausgegangen werden müsste, um den Datenverlauf der April-Messung beschreiben zu können, kann ein Energieverlust verursacht durch die Multifilamente-Instabilität vermutlich ausgeschlossen werden. Um aber eine endgültige Aussage treffen zu können, müsste die Breitband-Shunt-Impedanz des SIS18 bekannt sein. Die genaue Kenntnis der Breitband-Shunt-Impedanz des SIS18 könnte sich auch für den FAIR-Betrieb als wichtig erweisen.

Vermutlich kann der experimentell beobachtete Energieverlust auf eine falsche Einstellung der Einzelresonatoren zurückgeführt werden, wobei aber auch noch weitere Ursachen für den Energieverlust existieren können.

Es zeigte sich im Rahmen dieser Arbeit, dass die Raumladungseffekte der Strahlen während des Transports sowie während der Injektion in das SIS18 zu einer größeren Impulsunschärfe führen. Die dann große Impulsunschärfe des gleichförmigen Strahls führt dazu, dass durch die begrenzte Akzeptanz der HF-Kavität nur ein Teil der Ionen beschleunigt werden kann. Die Akzeptanz einer HF-Kavität ist durch die maximal verfügbare Spannung gegeben. Im SIS18 müssen für den späteren FAIR-Betrieb aufgrund der zu erwartenden Raumladungseffekte 30% der Spannung dazu aufgebracht werden, um die Ionenstrahlen bündeln zu können. Deshalb wird zurzeit über den Einbau eines „Ferrit-Einsatzes“ nachgedacht, welcher die Raumladungsimpedanz kompensieren soll und somit nicht mehr 30% der HF-Spannung gegen das Raumladungsfeld der Strahlen wirken muss. Die dann so „frei“ gewordene Spannung, würde dann zu einer großen longitudinalen Akzeptanz - d. h. größeren Impulsunschärfe - führen. Möglicherweise kann der Ferrit-Einsatz auch den Raumladungseffekten, die zu der Zunahme

der Impulsunschärfe führen, entgegenwirken, wobei sich hier die Frage stellt, ob solch ein Ferrit-Einsatz gegen einen schnellen Prozess wirken kann. Dieser Frage wird im Rahmen der ab 2011 geplanten, weit reichenden Studien zum Ferrit-Einsatz nachgegangen. Hierbei sollen auch die unerwünschten Effekte des Ferrit-Einsatzes eingehender verstanden werden. Ein zu großer reeller Anteil kann wie besprochen zu einer Instabilität des Stahls führen. Besonders im Hinblick auf den gerade angesprochenen Aspekt ist eine genaue Kenntnis der Breitband-Shunt-Impedanz des SIS18 wichtig. Zudem müssen bei den Studien der geringe freie Platz im SIS18 sowie die Kosten für den Ferrit-Einsatz berücksichtigt werden.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Beschleuniger und Experimente an der GSI	6
2.2	Übersicht über das Synchrotron SIS18	8
2.3	Prinzip der Multiturn-Injektion	10
2.4	FAIR-Anlage	11
3.1	Bewegung eines Teilchenpakets	16
3.2	Longitudinales Raumladungsfeld des gleichförmigen Strahls	18
3.3	Teilchen innerhalb eines HF-Felds	21
3.4	Elliptische Phasenraumverteilung	22
3.5	Longitudinale Emittanz	23
3.6	Geometrie-Faktor für ein Teilchenpaket	25
3.7	Teilchen in einem Kreisbeschleuniger	30
3.8	Longitudinales Raumladungsfeld für einen verschobenen gleichförmigen Strahl	34
3.9	Geometrie-Faktor für ein versetztes Teilchenpaket	36
3.10	Stationäre Separatrix	38
4.1	Schematische Darstellung einer Messung am SIS18	42
4.2	Schottky-Messung	43
4.3	Prinzipieller Aufbau einer Schottky-Diagnose	44
4.4	Schematisches Frequenzspektrum eines longitudinalen Schottky-Signals	45
4.5	Prinzipieller Aufbau eines Pickups	46
4.6	ESR-Schottky-Pickup	48
4.7	Schematischer Aufbau der longitudinalen Emittanzmessung im Transferkanal .	50
4.8	Messung der Emittanz im Transferkanal	51
5.1	Raumladungsimpedanz und Resistive-Wand-Impedanz des SIS18	56
5.2	Schmalband-Resonator-Impedanz und Breitband-Resonator-Impedanz im SIS18	58
5.3	Rückwirkung des Strahls auf sich selbst durch die Koppelimpedanz (schematisch)	63
5.4	Schottkyspektrum mit kollektiven Effekten	67
5.5	Schottkyspektren der ESR-Messung	69
5.6	Prinzip eines Ionisation Profile Monitors	71
5.7	Longitudinale Raumladungsimpedanz im ESR	72
6.1	Schematische Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete	76
6.2	Simulation sowie Messung der Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete	78
6.3	Simulation der Entwicklung der Mikro-Teilchenpakete für den FAIR-Design- Strom	79
6.4	Messung der Impulsunschärfe des gleichförmigen Argonstrahls im SIS18	81
6.5	Messung des Impulses des gleichförmigen Argonstrahls im SIS18	82
6.6	Messung eines Schottky-Spektrums nach der Multiturn-Injektion	84
6.7	Abhängigkeit der Impulsunschärfe von den injizierten Umläufen	85

7.1	Schematische Darstellung der Bildung des Filamentenstrahls	88
7.2	Momentaufnahmen einer Simulation der Multifilamente-Instabilität	91
7.3	Simulationsergebnisse der Multifilamente-Instabilität als Wasserfallspektrum .	92
7.4	Gemessenes Wasserfall-Frequenzspektrum mit Multifilamente-Instabilität . . .	93
7.5	Simulierte Schottky-Bänder	95
7.6	Multifilamente-Instabilität und der Einfluss einer Breitband-Resonator-Impedanz	97
7.7	Simulation des parasitären Energieverlusts	99
7.8	Energieverlust: Vergleich Experiment mit Modell	100
7.9	36-MHz-Strukturen der Mikro-Teilchenpakete	101
7.10	Momentaufnahmen einer Simulation der Multifilamente-Instabilität für eine Multiturn-Injektion	103
A.1	Gesamtenergie und Entropie im PIC-Code	119

Tabellenverzeichnis

2.1	Parameter des SIS18	8
2.2	Strahlparameter für die SIS18 Extraktion (2010 sowie geplant)	12
5.1	ESR: Maschinen- und Strahlparameter	68
5.2	Ergebnisse der Schottkymessung mit Gauß-Verteilung	70
5.3	Ergebnisse der Schottkymessung mit Doppelform	70
6.1	Messung der longitudinalen Strahlqualität im TK sowie im SIS18	77
6.2	Modellparameter: Abhängigkeit der Impulsunschärfe von den injizierten Umläufen	85
7.1	Startwerte der Simulationen der Multifilamente-Instabilität	92
7.2	Parameter des gemessenen Wasserfall-Frequenzspektrums	94
7.3	Parameter der Simulationen für den parasitären Energieverlust	99



Symbole und Abkürzungen

A	Massenzahl
A_{pU}	Plattenfläche eines Pickups, elektrostatische Sonde
A_u	Masse eines Ions in atomarer Masseneinheit
a	Strahlradius
B	Magnetisches Feld (Vakuum)
B_ϕ	Azimutales magnetisches Feld
b	Strahlrohrradius
C_{pU}	Kapazität eines Pickups
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c = 2.997979 \cdot 10^8$ m/s)
d	Abstand des Strahls von der Strahlrohrmitte
d_{pU}	Abstand eines Pickups von der Strahlrohrmitte
E	Elektrisches Feld
E_{im}	Elektrisches Feld einer Spiegelladung (engl. image field)
E_s	Longitudinales elektrisches Feld
E_{sf}	Elektrisches Feld eines Strahls, hervorgerufen durch sich selbst, engl. self field
E_w	Elektrisches Feld in der Strahlrohrwand
E_{kin}	Kinetische Energie
e	Elektrische Elementarladung ($e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C)
f_0	Umlauffrequenz eines Teilchens oder des Strahls
f_{cut}	Grenzfrequenz (engl. cut-off frequency)
f_s	Synchrotronfrequenz
g	Geometrie-Faktor mit Mittlung über die radiale Komponente
g_0	Geometrie-Faktor
g_{free}	Geometrie-Faktor für einen Strahl im Vakuum
g_r	Geometrie-Faktor mit radialer Abhängigkeit
g_{off}	Geometrie-Faktor für einen versetzten Strahl
h	Vielfaches der Umlauffrequenz der Beschleunigerkavität
I	Stromstärke
I_{beam}	Strahlstrom (engl. beam current)
I_{im}	Spiegelstrom (engl. image current)
L	Umfang
M	Anzahl der Filamente
M_{thr}	Anzahl der kritischen Filamente
m_0	Ruhemasse des Ions ($m_0 = Am_p$)
m_p	Ruhemasse des Protons ($m_p = 931.5$ MeV/C ²)
N	Teilchenanzahl
N_B	Anzahl der Mikro-Teilchenpakete
n	Harmonischenzahl
n_c	Grenzharmische der Raumladungsimpedanz

p	Teilchenimpuls
Q	Gütefaktor eines Resonators
q	Elektrische Ladung eines Ions ($q = Ze$)
R	Radius eines Ringbeschleunigers (SIS18: $R=216$ m)
R_x	Widerstand
R_s	Shunt-Impedanz eines Resonators
R_w	Resistenz des Strahlrohrs
r	Radiale Zylinderkoordinate
r_p	Klassischer Protonenradius ($r_p = e^2/(4\pi\epsilon_0 m_p c^2) \approx 1.53 \times 10^{-18}$ m)
s	Koordinate in Strahlrichtung
T	Umlaufperiode eines Teilchens oder des Strahls
t	Zeitkoordinate
$t_{M_{thr}}$	Zeitpunkt, an dem die kritische Anzahl Filamente gebildet wird
U_{sc}	Raumladungsparameter eines gleichförmigen Strahls, engl. coasting beam
V_0	HF-Beschleunigungsspannung
v	Teilchengeschwindigkeit
x	Horizontale Ortsraumkoordinate
y	Vertikale Ortsraumkoordinate
Z	Ladungszustand eines Ions
Z_0	Wellenwiderstand im Vakuum ($Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \Omega$)
$Z_{ }$	Longitudinale Koppelimpedanz
$Z_{ }^{br}$	Longitudinale Breitband-Resonator-Impedanz
$Z_{ }^{sc}$	Longitudinale Raumladungsimpedanz
$Z_{ }^{rw}$	Longitudinale Resistive-Wand-Impedanz
$Z_{ }^{sr}$	Longitudinale Schmalband-Resonator-Impedanz
z	Longitudinale Phasenraumkoordinate
z_m	Teilchenpaketlänge
β_0	Relative Geschwindigkeit ($\beta_0 = v/c$)
γ_0	Relativistischer Lorentz-Faktor ($\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$)
Δ	maximale Impulsunschärfe ($\Delta = (\Delta p/p_0)_{max}$), engl. momentum spread
Δ_E	Relative Energieänderung zur Sollenergie
Δ_{p_0}	Relative Impulsänderung zum Sollimpuls
δ	Impulsunschärfe eines Ions ($\delta = \Delta p/p_0$)
δ_{skin}	Eindringtiefe bei der Frequenz $\omega/(2\pi)$, engl. skin depth
ϵ	Emittanz
ϵ_0	Permittivitätskonstante des Vakuums ($\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)
ϵ_L	Longitudinale Strahlemittanz
$\epsilon_{ }$	Dielektrische Funktion
η	Proportionalitätsfaktor zwischen Impuls- und Frequenzabweichung, engl. slip-factor
Θ_{PU}	Azimutale Position eines Pickups
λ	Linienladungsdichte

μ_0	Permeabilitätskonstante des freien Raums ($\mu_0 = 1/(c^2\epsilon_0) = 1.257 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am)
ρ_B	Biegeradius der Dipole
Σ	Raumladungssparameter eines Teilchenpakets
σ_ω	Standardabweichung einer Gauß-Verteilung im Frequenzbereich
σ_p	rms Impulsunschärfe, ($\sigma_p = \frac{1}{\sqrt{5}}\Delta \approx 0.5\Delta$)
Φ_{36}	Phase, nominiert auf 36 MHz
CST EM STUDIO	CST EM STUDIO®
PSR	Los Alamos Proton Storage Ring
FFT	Schnelle Fourier Transformation, engl. Fast Fourier Transformation
IDL	Interactive Data Language
mathematica	Mathematica von Wolfram Research
PIC	Particle-in-Cell
IPM	Ionisation Profile Monitor
Alvarez	Teilstück des UNILAC
ESR	Experimentier-Speicherring (Umfang: 108.36 m)
FAIR	Facility for Antiproton and Ion Research
FRS	Fragmentseparator
GSI	GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH
HKR	Hauptkontrollraum an der GSI
SIS18	Schwer-Ionen-Synchrotron SIS18 (Umfang: 216.72 m)
SIS100	Schwer-Ionen-Synchrotron SIS100 (Umfang: 1083.6 m)
SIS300	Schwer-Ionen-Synchrotron SIS300 (Umfang: 1083.6 m)
TK	Transferkanal vom UNILAC zum SIS18
UNILAC	Universal-Linear-Beschleuniger (Universal Linear Accelerator)
agp.	angepasst
bel. E.	beliebige Einheiten
R. E.	Raumladungseffekte



A Anhang

A.1 Der Simulationscode und seine Validierung

Hier wird der verwendete eindimensionale Particle-In-Cell (PIC) „Tracking Code“ beschrieben. Dieser PIC-Simulationscode ist im Hinblick auf die Simulation der longitudinalen Effekte im SIS18 nach der Injektion in Anlehnung an den LOBO-Code von *O. Boine-Frankenheim* [51, 53] in der Sprache C++ auf einem UNIX-System entwickelt worden. Das Programm gibt die Möglichkeit, die Strahlteilchen im mitbewegten Inertialsystem des Referenzteilchens unter dem Einfluss der durch die Strahlteilchen hervorgerufenen kollektiven Felder zu verfolgen. Dazu wird ausgehend von einer Lösung der Vlasov-Gleichung für jeden Zeitschritt das Verhalten von Makroteilchen im longitudinalen Phasenraum auf 1D- und 2D-Gittern bestimmt.

Das Ensemble der diskreten, geladenen Teilchen ist durch die Verteilungsfunktion $f(v, z)$ auf den 2D-Gittern mit $NZ = 2^n$ -Gitterpunkten definiert, wobei die Anzahl der Teilchen sowie deren Ladung, Masse und Geschwindigkeit frei wählbar sind.

Pro Zeitschritt erfährt ein Makroteilchen, welches N Strahlteilchen repräsentiert, folgende, in englischer Sprache auch als „leap-frog particle advance“ bekannte, Veränderung [100]

$$\frac{d^2}{dt^2}x_j = \frac{q}{m^*}E(x_j, t), \quad (\text{A.1})$$

wobei x_j die Koordinate des Makroteilchens auf dem Gitter ist. Bei der Wahl des Simulations-Zeitschritts ist darauf zu achten, dass ein einzelner Simulations-Zeitschritt kürzer ist als die Zeit, die ein Makroteilchen braucht, um eine Gitterzelle zu verlassen [51]. Um die entstehenden elektrischen Felder und deren Einfluss auf die geladenen Teilchen zu bestimmen, wird pro Zeitschritt die Verteilungsfunktion $f(v, z)$ auf den 1D-Gittern (Strom und Geschwindigkeitsverteilung) und auf einem 2D-Gitter (Darstellung) mit einer linearen Interpolation

$$\lambda(X_j, t) = \sum_{j=0}^N S(X_j - x_j) \quad (\text{A.2})$$

projiziert. Lineare Interpolation, welche unter dem Namen „Particle-In-Cell“ (PIC) bekannt ist, ist für die meisten Plasmasimulationen akzeptiert [100]. Da ein Strahl in einem Beschleuniger als nicht neutrales Plasma beschrieben werden kann [3], gilt dies auch für Strahlsimulationen.

Mit Hilfe einer schnellen Hin- und Zurück-Fourier-Transformation (FFT) der Form

$$I_n(t^*) = FFT[I(Z_i, t^*)] \quad (\text{A.3})$$

$$E(X_i, t^*) = FFT^{-1}[-Z_n I_n(t^*)] \quad (\text{A.4})$$

und der Koppelimpedanz bestimmt der PIC-Code das resultierende elektrische Feld. Anschließend wird das so bestimmte elektrische Feld auf die Simulationsteilchen

$$E(x_j, t) = \Delta x \sum_i E(X_i, t) S(X_i = x_j) \quad (\text{A.5})$$

projiziert.

Im PIC-Code kann zwischen mehreren Startverteilungen für die Makroteilchen gewählt werden. Varianten sind:

- Eine elliptische Strahlverteilung für die Mikro-Teilchenpakete vom UNILAC,
- Gleichstromfall mit einer Gauß'schen Geschwindigkeitsverteilung,
- Gleichstromfall mit Lochstruktur.

Für die elliptische Strahlverteilung kann zudem die Multiturn-Injektion hinzu gewählt werden.

Aufgrund der endlichen Anzahl N_p der Makroteilchen in einem PIC-Code besitzen diese ein geladenes Fluktuationsspektrum ähnlich dem Schottkyrauschen in einem realen Strahl, welches sich aber stärker als das reale Schottkyrauschen auswirkt [97].

Die für die Strahlverfolgung notwendigen Parameter werden in der Konfigurations-Datei „input.dat“ zusammengefasst, die im bequem zu editierenden ASCII-Format abgelegt ist und zu Beginn jeder Simulation eingelesen wird, wobei sämtliche Größen in SI-Einheiten behandelt werden. Nach n_{print} Zeitschritten, welche frei wählbar sind, wird das elektrische Feld (1D-Gitter), die Geschwindigkeitsverteilung (1D-Gitter), die Phasenraumverteilung (2D-Gitter) und der dazugehörige Zeitschritt in fünf verschiedenen Binär-Dateien abgespeichert. Im Gegensatz dazu wird die Liniendichte (1D-Gitter), welche dann für die simulierte Schottky-Diagnose gebraucht wird, öfter abgespeichert. Mit einem Verarbeitungsprogramm wie z. B. IDL können diese Dateninformationen bildlich dargestellt werden oder es kann durch eine FFT der Liniendichte das Schottky-Spektrum bestimmt werden. Am Ende der Simulation werden in der ASCII-Datei „info.dat“ alle wichtigen Simulations- und physikalischen Größen, wie z. B. die Anzahl der Makroteilchen, abgelegt.

Um die Simulationen in einem zeitlich überschaubaren Rahmen durchführen zu können, ist bei diesem PIC-Code auf die Rechenzeit zu achten. Zu diesem Zweck werden folgende Näherungen angenommen:

- Beschreibung durch Makroteilchen, die n Strahlteilchen repräsentieren,
- Ein virtueller, verkleinerter Beschleuniger,
- Periodische Randbedingungen am Ende des Simulationsgebietes.

Diese Annahmen reduzieren die Rechenzeit des Codes auf weniger als einen Tag und geben somit die Möglichkeit, effizient Studien durchzuführen, besonders wenn mehrere Simulation gleichzeitig auf einem Rechner mit mehreren Prozessoren gestartet werden.

Zur Validierung des PIC-Codes ist zum einen die gesamte Energie entlang einer langen Simulationszeit von 15 ms für schwache Raumladungseffekte sowie starke Raumladungseffekte

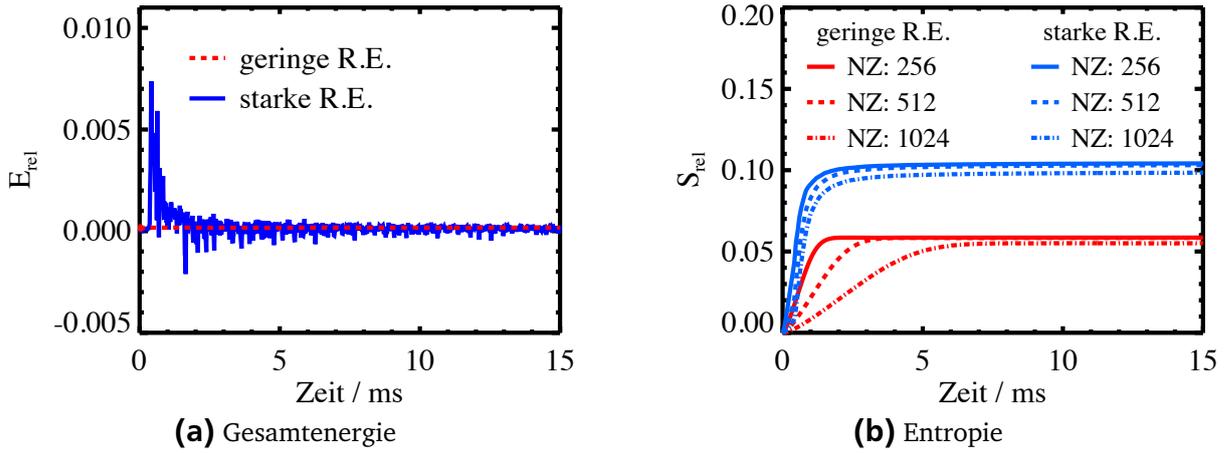


Abb. A.1: Gesamte Energie (Summe aus kinetischer und elektrischer Energie) sowie Entropie. Es zeigt sich, dass sich die gesamte Energie um 0.5% ändert. Für die Entropie ergab sich der von [101] beschriebene Anstieg sowie eine Sättigung um den gleichen Wert. Die Entropie nimmt zu, weil Mikrostrukturen sich auf die Größe des Gitterabstands verkleinern und durch numerische Diffusion verloren gehen. Der Effekt der Raumladung führt dazu, dass sich während einer Simulation vermehrt Mikrostrukturen in der Größe des Gitterabstands bilden und die Strukturen zudem schneller verloren gehen.

verfolgt worden. Dafür ist die Summe der elektrischen und kinetischen Energien aller Teilchen bestimmt worden, welche für beide Fälle in Abb. A.1(a) gezeigt sind. Es zeigte sich, dass die relative Gesamtenergie $E_{rel} = [(E(t) - E(0))/E(0)]$ während der Simulation für starke Raumladungseffekte um 0.5% abweicht. Für die schwachen Raumladungseffekte ist die Abweichung in Abb. A.1(a) fast nicht zu erkennen.

Zum anderen ist die Entwicklung der numerischen Entropie

$$S(t) = - \int f(t) \ln f(t) dx dy \quad (\text{A.6})$$

ebenfalls für schwache Raumladungseffekte sowie starke Raumladungseffekte verfolgt worden. Für Vlasov-Poisson-Systeme ist die Entropie eine konstante Größe und ändert sich somit nicht. Allerdings steigt die Entropie für diskrete numerische Modelle an [101], denn, wenn eine Mikrostruktur in einer Simulation den Gitterabstand erreicht, verschwindet sie danach langsam durch numerische Diffusion, welche hauptsächlich durch die Interpolation im Code bedingt ist [101]. Abb. A.1(b) zeigt, dass die Zunahme der Entropie für eine Simulation mit größerer Auflösung langsamer erfolgt, dennoch erreicht sie beim gleichen Wert die Sättigung, wie bei der schlechteren Auflösung. Eine größere Auflösung ist durch eine größere Anzahl von Gitterpunkte (NZ) bestimmt. Es zeigte sich auch, dass die Mikrostrukturen bei größeren Gittern sowie bei stärkeren Raumladungseffekten schneller verloren gehen. Zudem führen die starken Raumladungseffekte zu einem doppelt so größeren Entropieanstieg.

A.2 Messfehler

Im Folgenden wird die Abschätzung für den Messfehler der bestimmten Größen gezeigt. Eine gesuchte Größe $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ hängt von mehreren Variablen x_i ab. Die Variablen können nur mit dem Messfehler Δx_i bestimmt werden, somit gibt das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz [102]

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (\text{A.7})$$

den Messfehler der gesuchten Größe.

Der Fehler des Geometrie-Faktors nach (5.67) ist dann

$$\Delta g = 9.2 \times 10^5 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_p^2}{I_0} \Delta U_{sc} \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_p U_{sc}}{I_0} \Delta \sigma_p \right)^2 + \left(\frac{-\sigma_p^2 U_{sc}}{I_0^2} \Delta I_0 \right)^2} \approx 0.8. \quad (\text{A.8})$$

Für die Messung des Geometrie-Faktors sind die folgenden Unsicherheiten $\Delta \sigma_p = 0.05 \times 10^{-5}$, $\Delta U_{sc} = 0.1$ und $\Delta I_0 = 10 \mu\text{A}$ angenommen worden. Bei einer falschen Wahl der Startwerte für die Bestimmung des Raumladungsparameters sowie für die Breite des Signals aus den deformierten Schottkyspektren ergibt sich natürlich eine größere Unsicherheit. Für den Strom ist eine Unsicherheit von $\Delta I_0 = 10 \mu\text{A}$, aufgrund der gemessenen Strahlverluste, angenommen worden.

Die Grenzharmonische nach (5.68) hat folgende Unsicherheit

$$\Delta n_c = \frac{C\gamma_0}{\pi\sqrt{g}} \frac{\Delta a}{a^2} \approx 120. \quad (\text{A.9})$$

Hier ist ein Fehler für den Radius von $\Delta a = 0.05 \text{ cm}$ angenommen worden. Dafür ist die Fehlerabschätzung von [24] für den alten IPM herangezogen und eine Verbesserung der Auflösung um 25% angenommen worden.

Um den Fehler der Emittanz-Messung zu bestimmen, muss der Fehler bei allen fehlerbehafteten Größen verfolgt werden, dies ist ausführlich bei [103] zu finden. Zudem sind die in Tab. 6.1 dargestellten Emittanzen über vier verschiedene Mess-Sequenzen gemittelte Werte, womit sich ein Fehler für die longitudinale Emittanz-Messung im TK von etwa 10% ergibt.

A.3 Fehlerfunktionen

Um die Dispersionsrelationen für eine Gauß-Funktion lösen zu können, werden die im Folgenden aufgelisteten Fehlerfunktionen benötigt. Eine genauere Auflistung der verschiedenen Fehlerfunktionen ist bei [83, 84] zu finden.

Die Fehlerfunktion oder Gauß'sche Fehlerfunktion ist durch

$$\text{erf}z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (\text{A.10})$$

definiert. Ihre wichtigen Eigenschaften sind

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1, \quad \operatorname{erf}(+\infty) = 1, \quad (\text{A.11})$$

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z), \quad \operatorname{erf}(z^*) = [\operatorname{erf}(z)]^*, \quad (\text{A.12})$$

wobei * die komplexe Konjugation kennzeichnet. Die komplementäre (bzw. konjugierte) Fehlerfunktion ist

$$\operatorname{erfc}z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{+\infty} e^{-t^2} dt = 1 - \operatorname{erf}z \quad (\text{A.13})$$

oder

$$\int_0^z e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma \operatorname{erf} \left[\frac{z}{\sqrt{2}\sigma} \right]. \quad (\text{A.14})$$

Die Faddeeva-Funktion (Faddeeva und Terent'ev, 1954) [104] oder auch komplexe Fehlerfunktion genannt, ist als

$$w(z) = e^{-z^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+z} e^{-t^2} dt \right) = e^{-z^2} (1 + \operatorname{erf}(iz)) = e^{-z^2} \operatorname{erfc}(-iz) \quad (\text{A.15})$$

definiert. Für ($\Im(z) > 0$) gilt ebenfalls

$$w(z) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{z-t} dt = \frac{2iz}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{z^2-t^2} dt. \quad (\text{A.16})$$

Die Ableitung der Faddeeva-Funktion kann auch in Abhängigkeit von der Faddeeva-Funktion dargestellt werden [83]

$$w'(z) = \frac{2i}{\sqrt{\pi}} - 2zw(z). \quad (\text{A.17})$$

Von [85] ist folgendes Integral gelöst worden

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{te^{-t^2}}{t-z} dt = 1 + i\sqrt{\pi}zw(z) = \frac{i}{2\sqrt{\pi}} w'(z). \quad (\text{A.18})$$



Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Sabrina Appel
Geburtsdatum: 28.12.1981
Geburtsort: Groß-Gerau

Hochschulausbildung

10/2001–03/2007 Diplomstudium der Physik an der Technischen Universität Darmstadt
Abschluss: Diplom-Physikerin
01/2006–01/2007 Diplomarbeit bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung
Thema: Nukleosynthese in einer Supernova
12/2007–04/2011 Stipendium der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur
Promotion am Institut für Theorie Elektromagnetischer Felder
der Technischen Universität Darmstadt
Thema: Longitudinale Strahlqualität im SIS18
05/2010 IPAC-Teil-Stipendium der European Physical Society Accelerator Group

Schulbildung

08/1992–05/1998 Gesamtschule Groß-Gerau, Realabschluss
08/1998–05/2001 Albrecht-Dürer-Schule Weiterstadt,
Allgemeine Hochschulreife (Abitur) mit den Leistungsfächern:
Mathematik und Gemeinschaftskunde

Praktika

11/2008 CERN Accelerator School: Introduction to Accelerator Physics
10/2009 CERN Accelerator School: Intermediate Accelerator Physics Course

EDV

Betriebssysteme UNIX, WindowsXP
Sprachen C\C++, Fortran90, Shell-Skripte, HTML
Anwendungen \LaTeX , Mathematica, Gnuplot, IDL

Soziales Engagement

Aktiv im Vorstand des
Heimat- und Geschichtsvereins Dornheim 1986 e.V.
Verein zur Pflege der Geschichte des Ortes Groß-Gerau/Dornheim

Betreuung der Internetseite des
Heimat- und Geschichtsvereins Dornheim 1986 e.V.
www.hgv-dornheim.de

Publikationen und Reports

01/2010 S. Appel, O. Boine-Frankenheim, Th. Weiland, *Simulation and Observation of the Space Charge Induced Multi-Stream Instability of Linac Micro Bunches in the SIS18 Synchrotron*, GSI Scientific Report 2010

05/2010 S. Appel, O. Boine-Frankenheim, Th. Weiland, *Simulation and Observation of the Space Charge Induced Multi-Stream Instability of Linac Micro Bunches in the SIS18 Synchrotron*, Proc. IPAC 2010

Vorträge

08/2008 *Optimization of Multi-turn Injection in SIS-18 for High Currents*, Advances in Electromagnetic Research, KWT08, Hardehausen, 14. August 2008

03/2009 *Optimization of the Longitudinal Beam Distribution after the Multi-turn Injection in the SIS18*, DPG Frühjahrstagung, München, 9. März 2009

08/2009 *Optimization of the Longitudinal Beam Distribution after the Multi-turn Injection in the SIS18*, Advances in Electromagnetic Research, KWT09, Riezlern, 24. August 2009

09/2009 *Multi-turn injection and longitudinal space charge effects in SIS18*, CERN/GSI Meeting on Longitudinal Aspects, CERN, Genf, 21. September 2009

03/2010 *Simulation and Observation of the Space Charge Induced Multi-Stream Instability of Linac Micro Bunches in the SIS18 Synchrotron*, DPG Frühjahrstagung, Bonn, 18. März 2010

04/2010 *Observation and Simulation of the Initial Longitudinal Beam Distribution in SIS18*, Seminar "Physik und Technik von Beschleunigern", Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, 12. April 2010

07/2010 *Micro bunch evolution and turbulent beams*, Beam physics for FAIR, Bastenhaus, Dannenfels, 6. Juli 2010

08/2010 *Micro bunch evolution*, Advances in Electromagnetic Research, KWT10, Waren/Müritz, 9. August 2010

Literaturverzeichnis

- [1] K. Wille. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. B.G. Teubner Stuttgart, 1996.
- [2] F. Hinterberger. *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*. Springer-Verlag, 1997.
- [3] M. Reiser. *Theory and Design of Charged Particle Beams*. Wiley Series in Beam Physics and Accelerator Technology. Wiley-VCH, 1994.
- [4] S. Y. Lee. *Accelerator Physics*. World Scientific, 1999.
- [5] W. Schottky. Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 57:541–567, 1918.
- [6] D. Boussard. Schottky Noise and Beam Transfer Function Diagnostics. In *Proc. CAS, Advanced Accelerator Physics*. CERN, 1987.
- [7] S. Chattopahyay. Some fundamental aspects of fluctuations and coherence in charged-particle beams in storage rings. In *Technical Report CERN 84-11*. CERN, 1984.
- [8] H. H. Gutbrod, I. Augustin, H. Eickhoff, K.-D. Groß, W. F. Henning, D. Krämer, and G. Walter. FAIR baseline technical report. Technical report, GSI, 2006.
- [9] P. Kienle and K.-D. Gross. Neue Beschleuniger und Experimentieranlagen bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt. *Naturwissenschaften*, 78(9):385 – 391, 1991.
- [10] P. Hülsmann and W. Vinzenz. The $h=2$ broadband acceleration RF system for the SIS12/18 upgrade at GSI. Technical Report GSI-Acc-Note-2004-11-001, GSI, 2004.
- [11] P. Hülsmann, O. Boine-Frankenheim, H. Klingbeil, and G. Schreiber. Considerations concerning the RF System of the accelerator chain SIS12/18- SIS100 for the FAIR-project at GSI. Technical Report GSI-Acc-Note-2004-08-001, GSI, 2004.
- [12] O. Boine-Frankenheim. Beam intensity effects in the new SIS dual harmonic rf system. Technical report, GSI, 2007.
- [13] L. D. Landau. On the vibration of the electronic plasma. *J. Phys USSR*, 10(25), 1946.
- [14] G. Rumolo. *Theory and Experimental Verification of the Longitudinal Instability of Cooled Coasting Beams at the Heavy Ion Storage Ring ESR*. Dissertation, Università di Napoli Federico II, 1999.
- [15] V. Parkhomchuk and D. V. Pestrikov. Thermal noise in an intense beam in a storage ring. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1980.
- [16] S. Cocher and I. Hofmann. On the stability and diagnostics of heavy ions in storage rings with high phase-space density. *Particle Accelerators*, 34:189–210, 1990.

-
- [17] V. Ziemann. Analytic expressions for longitudinal schottky signals from beams with gaussian momentum distribution. In *17th Particle Accelerator Conference*, 1998.
- [18] I. Hofmann. Filamentation of Phase Space and Coherent Noise for Beams Injected into Storage Rings. In *GSI Note*. GSI, 1989.
- [19] R. Kanungo, C. Nociforo, A. Prochazka, T. Aumann, D. Boutin, D. Cortina-Gil, B. Davids, M. Diakaki, F. Farinon, H. Geissel, R. Gernhäuser, J. Gerl, R. Janik, B. Jonson, B. Kindler, R. Knöbel, R. Krücken, M. Lantz, H. Lenske, Y. Litvinov, B. Lommel, K. Mahata, P. Maierbeck, A. Musumarra, T. Nilsson, T. Otsuka, C. Perro, C. Scheidenberger, B. Sitar, P. Strmen, B. Sun, I. Szarka, I. Tanihata, Y. Utsuno, H. Weick, and M. Winkler. One-neutron removal measurement reveals ^{24}O as a new doubly magic nucleus. *Phys. Rev. Lett.*, 102(15):152501, Apr 2009.
- [20] L. Chen, Yu. A. Litvinov, W. R. Plaß, K. Beckert, P. Beller, F. Bosch, D. Boutin, L. Caceres, R. B. Cakirli, J. J. Carroll, R. F. Casten, R. S. Chakrawarthy, D. M. Cullen, I. J. Cullen, B. Franzke, H. Geissel, J. Gerl, M. Górska, G. A. Jones, A. Kishada, R. Knöbel, C. Kozhuharov, S. A. Litvinov, Z. Liu, S. Mandal, F. Montes, G. Münzenberg, F. Nolden, T. Ohtsubo, Z. Patyk, Zs. Podolyák, R. Propri, S. Rigby, N. Saito, T. Saito, C. Scheidenberger, M. Shindo, M. Steck, P. Ugorowski, P. M. Walker, S. Williams, H. Weick, M. Winkler, H.-J. Wollersheim, and T. Yamaguchi. Schottky mass measurement of the ^{208}Hg isotope: Implication for the proton-neutron interaction strength around doubly magic ^{208}Pb . *Phys. Rev. Lett.*, 102(12):122503, Mar 2009.
- [21] B. Jakob, J. Splinter, M. Durante, and G. Taucher-Scholz. Live cell microscopy analysis of radiation-induced DNA double-strand break motion. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 106(9):3172–3177, 2009.
- [22] W. Nörtershäuser, D. Tiedemann, M. Žáková, Z. Andjelkovic, K. Blaum, M. L. Bissell, R. Cazan, G. W. F. Drake, Ch. Geppert, M. Kowalska, J. Krämer, A. Krieger, R. Neugart, R. Sánchez, F. Schmidt-Kaler, Z.-C. Yan, D. T. Yordanov, and C. Zimmermann. Nuclear charge radii of $^{7,9,10}\text{Be}$ and the one-neutron halo nucleus ^{11}Be . *Phys. Rev. Lett.*, 102:062503, 2009.
- [23] S. Hofmann. Status and prospects of synthesizing superheavy elements. *Eur. Phys. J. A*, 15(1), 2002.
- [24] S. Paret. *Transverse Schottky Spectra and Beam Transfer Functions of Coasting Ion Beams with Space Charge*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [25] B. Hofmann. *Konstruktion und Aufbau einer kompakten RFQ-Spiral-Struktur zum Abbremsen hochgeladener Schwerionenstrahlen für das HITRAP-Projekt der GSI*. Dissertation, Universität Frankfurt am Main, 2007.
- [26] C. Omet. *Kollimatorsystem zur Stabilisierung des dynamischen Restgasdruckes im Schwerionensynchrotron SIS18*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2008.
- [27] R. Bär. *Untersuchung der quadrupolaren BTF-Methode zur Diagnose intensiver Ionenstrahlen*. Dissertation, Universität Frankfurt am Main, 2000.

-
- [28] L. Groening. Anleitung Buncher. Website: http://www-linux.gsi.de/~lgroenin/buncher_op/buncher.html, Letzter Besuch am 10.05.2011.
- [29] G. Kalisch. *Erzeugung und Untersuchung gepulster Schwerionen-Strahlen höchster Phasenraumdichte im Experimentier-Speicherung der GSI*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1993.
- [30] B. Franczak. SIS 18 Parameterliste, 10.09.1987.
- [31] O. Chorniy. *Measurement and interpretation of the bunched beam transfer function in SIS-18 with space charge*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2008.
- [32] Y. El-Hayek. *Optimierung der Multiturn-Injektion im SIS18*. Masterthesis, Technische Universität Darmstadt, 2009.
- [33] M. Steck, L. Groening, K. Blasche, B. Franczak, B. Franzke, T. Winkler, and V. V. Parkhomchuk. Beam accumulation with the sis electron cooler. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 441(1-2):175 – 182, 2000.
- [34] C.R. Prior. Multiturn Injection into Accumulators for Heavy Ion Inertial Fusion. In *EPAC96*, 1996.
- [35] P. Knaus. *Particle Stacking by Transverse Multi-Turn Injection in a Synchrotron for Medical Use*. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1995.
- [36] S. Paret. GSI, Beschleunigerphysik. private Kommunikation.
- [37] H. Kollmus, M. C. Bellachioma, M. Bender, A. Krämer, J. Kurdal, and H. Reich-Sprenger. Vacuum issues of SIS18 upgrade at GSI. In *Proc. of EPAC06*, Edinburgh, Scotland, 2006.
- [38] A. Parfenova. *Linear and nonlinear response matrix and its application to the SIS18 synchrotron*. PhD thesis, Johann Wolfgang Goethe Universität in Frankfurt am Main, 2008.
- [39] U. Blell, J. Florenkowski, U. Kopf, C. Mühle, M. Petryk, I. Petzenhauser, P. Spiller, A. Batrakov, S. A. Onischenko, and G. E. Ozur. Development of the injection- and extraction systems for the upgrade of SIS18. In *Proc. of PAC07*, Albuquerque, United States of America, 2007.
- [40] G. Franchetti, I. Hofmann, W. Bayer, O. Chorniy, P. Forck, T. Giacomini, M. Kirk, T. Mohite, C. Omet, A. Parfenova, and P. Schütt. High intensity benchmarking studies in the SIS18 synchrotron. In *Proceedings of PAC09, Vancouver, BC, Canada*, 2009.
- [41] James Clerk Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155:459–513, 1865.
- [42] W. Greiner, L. Neise, and H. Stöcker. *Thermodynamik und Statistische Mechanik*. Harri Deutsch, 1993.
- [43] K. Schnidl. Instabilitäten. In D. Brant, editor, *Proc, CAS, Intermediate Course on Accelerator Physics*. CERN, 2006.

-
- [44] K. Y. Ng. *Physics of intensity dependent beam instabilities*. World Scientific, 2006.
- [45] H. Wiedemann. *Particle Accelerator Physics II*. Springer-Verlag, 1999.
- [46] D. Neuffer. Longitudinal Motion in High Current Ion Beams - A Self-Consistent Phase Space Distribution with an Envelope Equation. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 3, NS-26, 1979.
- [47] G. Franchetti, I. Hofmann, and G. Rumolo. Effect of space charge on bunch compression near the transition. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 3(8):084201, Aug 2000.
- [48] O. Boine-Frankenheim. Introduction to Accelerator Physics (Vorlesungsskript). GSI, 2006.
- [49] L. Groening. GSI, Injektoren. private Kommunikation.
- [50] O. Boine-Frankenheim and K. Blasche. Physik und Technik der Ionenbeschleuniger (Vorlesungsskript). GSI, 2002.
- [51] O. Boine-Frankenheim. GSI, Beschleunigerphysik. private Kommunikation.
- [52] I. Hofmann. *Lecture Notes in Physics: Space charge dominated beams*, volume 296/1988. Springer-Verlag, 1998.
- [53] O. Boine-Frankenheim. Vlasov simulation of the microwave instability in space charge dominated coasting ion beams". *Phys. Rev. ST Accel. Beams; Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams*, 3(10), 2000.
- [54] E. Regenstreif. Image fields produced by a displaced beam, 1976.
- [55] M. A. Furman. Electric field of a 2D elliptical charge distribution inside a cylindrical conductor. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 10(8):081001, Aug 2007.
- [56] W. Barth and et. al. Achievements of the high current beam performance of the GSI UNILAC. In *Proc. of EPAC*, 2004.
- [57] H. Damerau. *Creation and Storage of Long and Flat Bunches in the LHC*. PhD thesis, Technische Universität Darmstadt, 2005.
- [58] P. Forck. Lecture Notes on Beam Instrumentation and Diagnostics. In *Joint University Accelerator School January – March 2009*. CERN, 2009.
- [59] U. Schaaf. *Schottky-Diagnose und BTF-Messungen an gekühlten Strahlen im Schwerionen-Speicherring ESR*. Dissertation, Universität Frankfurt, 1991.
- [60] M. Kirk. GSI. private Kommunikation.
- [61] M. Kirk. HKR Strahldiagnose Toolkit - User guide. Webpage: http://www-linux.gsi.de/~kirk/gf/reports/hkrsdkit_userguide.pdf; Letzter Besuch am 10.05.2011.
- [62] S. Paret, V. Kornilov, O. Boine-Frankenheim, and T. Weiland. Transverse schottky and beam transfer function measurements in space charge affected coasting ion beams. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 13(2):022802, Feb 2010.

-
- [63] M Kirk and H.G. König. Analysis of longitudinal Schottky spectra and bunch line charge density profiles of high phase space density beams in SIS under the influence of electron cooling. GSI Arbeitsnotiz: SIS031203.SD, Dec. 2003.
- [64] G.-R. Lambertson. Electromagnetic Detectors. In *Lecture Notes in Physics 343*. Springer-Verlag, 1988.
- [65] R.E. Shafer. Beam Position Monitoring. In *Proc. Beam Instr. Workshop BIW 89, Upton*. IEEE journal, 1989.
- [66] P. Kowina. GSI. private Kommunikation.
- [67] R. E. Shafer. Characteristics of directional coupler beam position monitors. IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol. NS-32, Oct 1985.
- [68] G. Otto. GSI. private Kommunikation.
- [69] P. Moritz. GSI. private Kommunikation.
- [70] S. Richter, W. Barth, L. Dahl., J. Glatz, L. Groening, and L. Yaramishev. High Current Beam Transport to SIS18. In *Proceedings of LINAC 2004, Lübeck, Germany, 2004*.
- [71] P. Gerhard. DE: Longitudinale Emittanz-Messung mit TK2DE4_L. GSI UNILAC-Betriebsnotiz, 28.11.07.
- [72] Profil- und Emittanz-Mess/Auswerteprogramm Bedienungsanleitung.
- [73] J.-L. Laclare. Coasting beam longitudinal coherent instabilities. In *Proc, CAS, General Accelerator Physics*, Vol. 1. CERN 94-01, 1994.
- [74] O. Boine-Frankenheim. Introduction to the Physics of High Current Ion Beams in Accelerator and Storage Rings (Vorlesungsskript). GSI, 2001.
- [75] A. M. Al-khateeb, O. Boine-Frankenheim, I. Hofmann, and G. Rumolo. Analytical calculation of the longitudinal space charge and resistive wall impedances in a smooth cylindrical pipe. *Phys. Rev. E*, 63(2):026503, Jan 2001.
- [76] V. Kornilov, O. Boine-Frankenheim, I. Hofmann, and B. Doliwa. Damping of transverse instabilities for coasting beams. Technical Report GSI-Acc-Note-2005-10-001, GSI, 2005.
- [77] U. Niedermayer. Numerical Calculation of Beam Coupling Impedances in the Low Frequency Domain. Studienarbeit, Technische Universität Darmstadt, 2010.
- [78] O. Boine-Frankenheim and I. Hofmann. Space charge effects and coherent stability limits in barrier buckets. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 6(3):034207, Mar 2003.
- [79] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 2001.
- [80] G. I. Budker. An effective method of damping particle oscillations in proton and anti-proton storage rings. *Atomic Energy*, 22(5):438–440, 1967.

-
- [81] G.I. Budker, N.S. Dikansky, V.I. Kudelainen, I.N. Meshkov, V.V. Parchomchuk, D.V. Pestrikov, A.N. Skrinsky, and B.N. Sukhina. Experimental studies of electron cooling. In *PAAC 7*, page 197, 1976.
- [82] M. G. Minty and F. Zimmermann. *Measurement and Control of Charged Particle Beams*. Springer, Berlin, 2003.
- [83] M. Abramowitz and I. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, 1970, Chapter 7.
- [84] N. Lehtinen. Error functions. Webpage: <http://nlpc.stanford.edu/nleht/Science/reference/errorfun.pdf>; Letzter Besuch am 10.05.2011, April 2010.
- [85] E. Jackson. Drift Instabilities in a Maxwellian Plasma. *The Physics of fluids*, 3(5):786, 1960.
- [86] O. Boine-Frankenheim, R. Hasse, F. Hinterberger, A. Lehrach, and P. Zenkevich. Cooling equilibrium and beam loss with internal targets in high energy storage rings. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 560(2):245 – 255, 2006.
- [87] P. Görden. GSI, Beschleunigerphysik. private Kommunikation.
- [88] T. Giacomini, S. Barabin, P. Forck, D. Liakin, and V. Skachkov. Development of Residual Gas Profile Monitors at GSI. In *EAM INSTRUMENTATION WORKSHOP 2004: Eleventh Beam Instrumentation Workshop*, volume 732, pages 286–293, doi:10.1063/1.1831159, 2005. AIP Conf. Proc.
- [89] D. Liakin, V. Skachkov, P. Forck, and T. Giacomini. Improving the reliability of IPM. In *Proceedings of DIPAC 2005*, 2005.
- [90] C. Böhme, J. Dietrich, V. Kamerzhiev, P. Forck, T. Giacomini, and D. Liakin. Beam test of the FAIR IPM prototype in COSY. In *Proceedings of DIPAC09*, 2009.
- [91] P. Forck. "Methods of Beam Profile Measurements at High Current Hadron Accelerators". GSI Document Server, 09 2004.
- [92] M. Steck. GSI, Speicheringe. private Kommunikation.
- [93] W. H. Press, S. A. Teukolsky, and Vetterling W. T. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- [94] L. Groening, W. Barth, W. Bayer, G. Clemente, L. Dahl, P. Forck, P. Gerhard, I. Hofmann, G. Riehl, S. Yarymyshev, D. Jeon, and D. Uriot. Benchmarking of measurement and simulation of transverse rms-emittance growth. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 11(9):094201, Sep 2008.
- [95] I. Hofmann. Über die Impulsbreite bei Hochstrominjektion in das SIS. Technical report, GSI, 1986.
- [96] R. Courant and H. Friedrichs. Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematischen Annalen 100*, pages 32–74, 1928.

-
- [97] O. Boine-Frankenheim. Measuring numerical diffusion in particle beam simulation codes. GSI talk, 2002.
- [98] S. Cousineau, V. Danilov, J. Holmes, and R. Macek. Space-charge-sustained micro-bunch structure in the Los Alamos Proton Storage Ring. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 7(9):094201, Sep 2004.
- [99] Shane Koscielniak, Steven Hancock, and Mats Lindroos. Longitudinal holes in debunched particle beams in storage rings, perpetuated by space-charge forces. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 4(4):044201, Apr 2001.
- [100] C. K. Birdsall and A. B. Langdon. *Plasma Physics via Computer Simulation*. Plasma Physics Series. Institute of Physics Publishing, 1991.
- [101] Giovanni Manfredi. Long-time behavior of nonlinear landau damping. *Phys. Rev. Lett.*, 79(15):2815–2818, Oct 1997.
- [102] H.-J. Eichler, H.D. Kronfeldt, and Jürgen Sahm. *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer-Verlag, 2006.
- [103] J. Pfister. *Entwicklung und Anwendung schneller Strahldiagnose für Ionenstrahlen*. PhD thesis, Universität Frankfurt am Main, 2010.
- [104] V. N. Fadeeva and N. M. Terent'ev. Tables of Values of the Probability Integral for Complex Arguments. *State Publishing House for Technical Theoretical Literature, Moscow*, 1954.