

Einfluss der Umladung beim Abbremsen von Schwerionen  
im Energiebereich (100 - 1000) MeV/u

Inauguraldissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaften  
der Justus-Liebig-Universität Gießen  
Fachbereich 07  
Physik, Mathematik und Informatik, Geographie

vorgelegt von  
Helmut Weick  
aus Frankfurt am Main

II. Physikalisches Institut  
Gießen, den 17. August 2000



# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der Energieverlust und die Umladung relativistischer Bismut-, Blei- und Goldionen in Materie im Bereich von 100 MeV/u bis 1000 MeV/u untersucht.

Die Experimente wurden mit dem Magnetspektrometer FRS der Gesellschaft für Schwerionenforschung durchgeführt. In mehreren Strahlzeiten wurden atomare Umladungsquerschnitte, Gleichgewichtsladungsverteilungen, Stopping-Power-Werte und die Energieverluststreuung in Festkörpern gemessen. Dazu wurde der FRS in verschiedenen ionenoptischen Einstellungen eingesetzt und die genannten atomaren Wechselwirkungen in unterschiedlichen Materialien von Beryllium bis Blei ( $Z = 4 - 82$ ) untersucht.

Ein Hauptziel war die Ladungsabhängigkeit der Stopping-Power präzise zu vermessen. Es konnte erstmals gezeigt werden, dass mit einem Modell basierend auf der genauen Kenntnis der Ladungsverteilung in Kombination mit der LS-Theorie [LiS96] die Beschreibung der Stopping-Power mit einer Genauigkeit von 1 % möglich ist [WGS00].

Da somit die Energieverluste auf einer sicheren Grundlage stehen und die Umladungsquerschnitte aus Theorie und den durchgeführten Messungen hinreichend gut bekannt waren, war es zum ersten Mal möglich genau zwischen den Beiträgen des Umladungs-Straggling und des Kollisions-Straggling zur Energieverluststreuung zu unterscheiden. Dabei stellte sich heraus, dass das Umladungs-Straggling in Targetmaterialien mit niedriger Ordnungszahl zu einer drastischen Verbreiterung der Energieverteilung führt [WGS00b].

Die experimentellen Ergebnisse zum Umladungs-Straggling konnten auch mit einem Simulationsprogramm bestätigt werden. Diese Rechnungen erlauben zusätzlich Rückschlüsse auf die Rolle der unvollständigen Abschirmung der Projektile in nahen Stößen. Eine solche Untersuchung ist für Schwerionen ein neuer Zugang, da mit dem Umladungs-Straggling direkt die Differenzen der partiellen Stopping-Power gemessen werden. Somit liefert die Analyse die Bausteine für eine notwendige Erweiterung der LS-Theorie.

Die Genauigkeit der Messungen erlaubt sogar das dritte statistische Moment der Energieverlustverteilung zu bestimmen. Die dabei erstmals festgestellte Asymmetrie durch das Umladungs-Straggling basiert auf den großen freien Weglängen im untersuchten Energie- und Targetbereich.

Die neuen Resultate aus dieser Arbeit zur atomaren Wechselwirkung von relativistischen Schwerionen haben direkte Anwendung bei der Separation von exotischen Nukliden, die durch Fragmentation oder Spaltung im Flug erzeugt werden. Wie in dieser Arbeit gezeigt wurde, ist die Auflösung eines Separators, der nach dem  $B\rho$ - $\Delta E$ - $B\rho$  Prinzip arbeitet, vor allem durch die Streuung des Energieverlustes in Materie bestimmt.

Die Energieverluststreuung bestimmt die Reichweitenverteilung beim Abstoppen der Fragmente. Eine Kombination von dispersiven Spektrometerstufen und geformten Degradern ermöglicht eine Reichweitenfokussierung und ist deshalb wesentlich für neue Entwicklungen auf dem Feld der Experimente mit Strahlen exotischer Kerne. Diese neuen Anwendungen werden beispielsweise Bestandteile der Anlagen in den USA (RIA), Japan (RIKEN) und an der GSI (SUPER-FRS) sein.

# Summary

In this thesis the energy loss and charge exchange of relativistic bismuth, lead and gold ions in matter was investigated in the range from 100 MeV/u to 1000 MeV/u.

The experiments were performed using the magnetic spectrometer FRS at GSI. In several beam times the atomic charge-changing cross sections, equilibrium charge state distributions, stopping-power values, and energy-loss straggling in solids were measured. For this purpose the FRS was operated in different ion optical modes and the atomic interactions mentioned were investigated in various materials ranging from beryllium to lead ( $Z = 4 - 82$ ).

One main goal was to precisely determine the charge dependence of the stopping power. As it could be shown for the first time a model based on the accurate knowledge of the charge state distribution in combination with the LS theory [LiS96] can describe the stopping power within an accuracy of 1% [WGS00].

Thus the energy loss is on a firm basis and the charge-changing cross sections are known sufficiently well from theory and the conducted experiments. Therefore, for the first time it was possible to precisely distinguish between the contributions from charge-exchange straggling and collisional straggling to the variation of the energy loss. As a result we found a drastic enhancement due to charge-exchange straggling in target materials with low atomic number [WGS00b].

The experimental results on charge-exchange straggling could also be confirmed by a simulation program. In addition these calculations allow to draw a conclusion on the role of incomplete screening of the projectile in close collisions. Such investigations offer a new approach for heavy ions as by charge-exchange straggling one can measure directly the differences in the partial stopping powers. In this way the analysis opens the path for a necessary expansion of the LS theory.

The accuracy of the measurements even allows to look at the third statistical moment of the energy-loss distribution. The skewness due to charge-exchange straggling is caused by the large free path length in the energy and target domain investigated and was observed for the first time.

The new results on the atomic interaction of relativistic heavy ions from this thesis have a direct application in separating exotic nuclei produced by fragmentation or fission in flight. As has been shown in this thesis, the resolution of a separator operating by the  $B\rho$ - $\Delta E$ - $B\rho$  method is mainly governed by the variation of the energy loss in matter.

The energy-loss straggling also determines the range distribution of stopped fragments. A combination of dispersive spectrometer stages with shaped degraders allows a range bunching. Therefore, this will be essential for new developments on the field of experiments with exotic nuclear beams. For instance these new applications will be part of the facilities in the USA (RIA), Japan (RIKEN) and at GSI (SUPER-FRS).

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>   | <b>9</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theorie des Energieverlustes von Ionen in Materie</b>          | <b>11</b> |
| 2.1      | Grundlagen der statistischen Beschreibung . . . . .               | 11        |
| 2.2      | Energieverlust vollständig ionisierter Projektile . . . . .       | 13        |
| 2.2.1    | Allgemeine Annahmen . . . . .                                     | 13        |
| 2.2.2    | Klassische Rechnung . . . . .                                     | 14        |
| 2.2.3    | Rechnung in erster Bornscher Näherung . . . . .                   | 16        |
| 2.2.4    | Exakte Rechnung für großen Energieübertrag . . . . .              | 18        |
| 2.2.5    | Form der Energieverteilung . . . . .                              | 23        |
| 2.3      | Korrekturen zur Stopping-Power nach der LS-Theorie . . . . .      | 24        |
| 2.3.1    | Schalenkorrekturen . . . . .                                      | 24        |
| 2.3.2    | Barkas-Effekt . . . . .   | 25        |
| 2.3.3    | Fermi-Dichteeffekt . . . . .                                      | 26        |
| 2.4      | Energieverlust nicht vollständig ionisierter Projektile . . . . . | 27        |
| 2.4.1    | Die effektive Ladung . . . . .                                    | 27        |
| 2.4.2    | Abschirmung der Kernladung . . . . .                              | 28        |
| 2.5      | Energieverlust mit Ladungswechsel der Projektile . . . . .        | 31        |
| 2.5.1    | Statistische Beschreibung . . . . .                               | 31        |
| 2.5.2    | Einfache analytische Beispiele . . . . .                          | 33        |
| 2.5.3    | Monte-Carlo-Methoden . . . . .                                    | 35        |
| 2.6      | Umladungsquerschnitte und Ladungsverteilungen . . . . .           | 36        |
| 2.6.1    | Ionisation . . . . .  | 37        |
| 2.6.2    | Radiativer Elektroneneinfang . . . . .                            | 39        |
| 2.6.3    | Nichtradiativer Einfang von Elektronen . . . . .                  | 40        |
| 2.6.4    | Ladungsverteilungen . . . . .                                     | 41        |
| <b>3</b> | <b>Experimentaufbau und Auswertung</b>                            | <b>43</b> |
| 3.1      | Der Fragmentseparator FRS . . . . .                               | 43        |
| 3.1.1    | Aufbau des FRS . . . . .  | 43        |
| 3.1.2    | Ionenoptische Grundlagen . . . . .                                | 44        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.1.3    | Ionenoptische Eigenschaften des FRS . . . . .               | 46         |
| 3.2      | Versuchsdurchführung und Auswertung . . . . .               | 47         |
| 3.2.1    | Umladungsquerschnitte . . . . .                             | 47         |
| 3.2.2    | Ladungsverteilungen . . . . .                               | 49         |
| 3.2.3    | Stopping-Power . . . . .                                    | 50         |
| 3.2.4    | Energieverluststreuung . . . . .                            | 57         |
| 3.3      | Targets . . . . .   | 60         |
| 3.3.1    | Stopping-Power . . . . .                                    | 60         |
| 3.3.2    | Energieverluststreuung . . . . .                            | 61         |
| 3.3.3    | Umladungsquerschnitte . . . . .                             | 62         |
| <b>4</b> | <b>Ergebnisse der Energieverlustmessungen</b>               | <b>65</b>  |
| 4.1      | Umladungsquerschnitte . . . . .                             | 65         |
| 4.2      | Ladungsverteilungen . . . . .                               | 68         |
| 4.2.1    | Mittlerer Ladungszustand . . . . .                          | 68         |
| 4.2.2    | Dichteeffekt . . . . .                                      | 69         |
| 4.3      | Stopping-Power . . . . .                                    | 70         |
| 4.3.1    | Ladungsabhängigkeit . . . . .                               | 70         |
| 4.3.2    | Barkas-, Schalen- und Fermi-Dichteeffekt . . . . .          | 73         |
| 4.4      | Energieverluststreuung . . . . .                            | 74         |
| 4.4.1    | Verbesserung gegenüber früheren Experimenten . . . . .      | 74         |
| 4.4.2    | Simulation . . . . .  | 75         |
| 4.4.3    | Breite der Energieverlustverteilung . . . . .               | 76         |
| 4.4.4    | Auswirkung der geringeren Abschirmung . . . . .             | 79         |
| 4.4.5    | Asymmetrie der Energieverlustverteilung . . . . .           | 81         |
| <b>5</b> | <b>Anwendungen</b>  | <b>85</b>  |
| 5.1      | Energieverlust bei nuklearer Umladung . . . . .             | 85         |
| 5.1.1    | Energieverluststreuung durch unterschiedliche Reaktionsorte | 85         |
| 5.1.2    | Mehrfachreaktionen . . . . .                                | 86         |
| 5.2      | Separation von Kernfragmenten . . . . .                     | 89         |
| 5.2.1    | Ionenoptische Beschreibung . . . . .                        | 89         |
| 5.2.2    | Begrenzung der Auflösung durch Energieverluststreuung .     | 91         |
| 5.3      | Schnelles Abbremsen energetischer Ionen . . . . .           | 93         |
| 5.3.1    | Motivation . . . . .  | 93         |
| 5.3.2    | Reichweitefokussierung . . . . .                            | 95         |
| <b>A</b> | <b>Verwendete Variablennamen</b>                            | <b>99</b>  |
| <b>B</b> | <b>Gemessene Stopping-Power-Werte</b>                       | <b>101</b> |
| <b>C</b> | <b>Gemessene Umladungsquerschnitte</b>                      | <b>103</b> |

# Kapitel 1

## Einleitung

Der Energieverlust von Ionen in Materie wurde zuerst mit natürlichen radioaktiven Präparaten untersucht. Mit Entdeckung der Kernspaltung stieg das Interesse an der Abbremsung von schweren Ionen stark an, und heutzutage können mit Teilchenbeschleunigern Ionen vom Proton bis zum Uran beschleunigt werden.

Schnelle Ionen können in Materie eindringen. Diese Eigenschaft ist die Grundlage vieler Anwendungen des Abbremsens von schweren Ionen in Materie, wie zum Beispiel Dotieren von Halbleitern und Härten von Metallen. Die Oberflächen von Festkörpern können Schichtweise durch Messung der Energieverluste und Streuung von Ionen betrachtet werden (ERDA, RBS).

Die Wirkung von Strahlung geladener Teilchen auf Lebewesen hängt davon ab, wie die Energie der Teilchen im Gewebe absorbiert wird. Mit Hilfe der genauen Kenntnis des Energieverlustes wurde in den letzten Jahren eine erfolgversprechende Behandlungsmethode für Krebs entwickelt. Die Bestrahlung von Tumoren mit schweren Ionen ermöglicht eine viel gezieltere Behandlung als andere Formen der Strahlentherapie [KAB88, OZL98].

Der Energieverlust in Materie ist die Grundlage der meisten Teilchendetektoren. Besonders wichtig ist er für diejenigen, deren Messgröße direkt die deponierte Energie ist, wie in Ionisationskammern und Halbleiterzählern.

In Kombination mit ionenoptischen Systemen erlaubt der Energieverlust in Materieschichten je nach Masse und Ladung die Trennung von verschiedenen Elementen und ihrer Isotope [GMR95]. Zum Betrieb dieser Geräte ist deshalb eine genaue Kenntnis des spezifischen Energieverlusts nötig. Dieser wird durch die Statistik der atomaren Kollisionen inklusive Umladung bestimmt. Auch in gasgefüllten magnetischen Separatoren ist die Häufigkeit der Umladungsprozesse und der Energieverlust entscheidend für die Auflösung [Lei97].

Allerdings ist die Wechselwirkung von Ionen mit vielen Elektronen in Materie sehr komplex. Kürzlich wurde der Stand der Kenntnisse folgendermaßen beschrieben [PSS00]. „*While the electronic stopping of swift ( $v > v_0$ , the Bohr velocity) hydrogen and helium ions is well understood, the situation is different for all heavier ions. The coverage with experimental data is far from comprehensive, and several*

*problems on the theoretical side complicate the analysis, such as projectile screening and charge exchange, energy loss to projectile excitation, and limitations of the quantum perturbational description. All but one of these effects have been ignored in existing tabulations [ZBL85, HBG90].“*

Im untersuchten relativistischen Energiebereich ist die Anzahl der Elektronen gering und die Elektronenkonfiguration noch überschaubar. Dies reduziert die Komplexität des Problems und erlaubt genauere Studien.

In dieser Arbeit werde ich deshalb den mittleren Energieverlust von Schwerionen in Abhängigkeit der Ladungsverteilung untersuchen und dabei auf den elementaren Umladungsprozessen aufbauen. Dies führt zu einem tieferen Verständnis gegenüber den verbreiteten Rechnungen mit Effektivwerten, da man so zwischen der Auswirkung der verschiedenen Ladungsverteilungen und der unvollständigen Abschirmung unterscheiden kann.

Dem Einfluss von Umladungsprozessen auf die Streuung des Energieverlusts wurde schon lange eine große Bedeutung beigemessen, ohne dass es aber bisher möglich war dies genau experimentell zu untersuchen. Im betrachteten relativistischen Energiebereich kann man die bisherigen experimentellen Schwierigkeiten überwinden und diesen Effekt in verschiedenen Materialien untersuchen.

Mit dem Fragmentseparator und den Beschleunigern der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) stand mir hierzu eine ideale und in diesem Energiebereich einmalige Apparatur zur Verfügung.

Vor allem die Energieverluststreuung wird eine wichtige Auswirkung auf die Planung zukünftiger Anlagen zur Produktion und Untersuchung exotischer Nuklide haben, deshalb wird dieser Punkt genauer im Kapitel über Anwendungen diskutiert werden.

# Kapitel 2

## Theorie des Energieverlustes von Ionen in Materie

### 2.1 Grundlagen der statistischen Beschreibung

Der Energieverlust von Schwerionen beim Durchgang durch Materie ist ein statistischer Prozess. Verschiedene Arten von Kollisionen mit unterschiedlichen Stoßparametern und eine variierende Anzahl der Stöße führen zu einer Verteilung des Energieverlustes mit einem Mittelwert und einer dazugehörigen Streuung. Ohne die detaillierten Energieverlustprozesse zu kennen, kann man schon eine allgemeine Form zu ihrer Berechnung angeben und einige fundamentale Größen definieren.

Als erstes wird dazu die Annahme gemacht, dass die einzelnen Prozesse mit Energieübertrag  $T_i$  statistisch unabhängig voneinander sind. Somit gibt es für alle einzelnen eine definierte Wahrscheinlichkeit und diese kann mit Hilfe eines Wirkungsquerschnitts für den Energieverlust ( $\sigma_i$ ) beschrieben werden. Das Projektil soll seine Eigenschaften dabei vorerst nicht ändern. Die Beschreibung wird erst später auf mehrere Ladungszustände mit Wechsel zwischen diesen erweitert. Der gesamte Energieverlust eines einzelnen Ions wird mit  $\Delta E$  bezeichnet und gesucht wird die Energieverlustverteilung  $F(\Delta E, x)$  beim Durchgang durch eine Materieschicht der Dicke  $x$  mit einer Dichte der Streuzentren pro Volumen  $N$ .

Betrachtet man ein Target zusammengesetzt aus mehreren Schichten, so ergibt sich die gesamte Energieverlustverteilung durch Faltung derjenigen der einzelnen Schichten. Da die genaue Form der Verteilung zunächst unbekannt ist, kann man eine allgemeine Betrachtung mit Hilfe der Fouriertransformierten des Energieverlustes durchführen.

$$F(\Delta E, x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k, x) e^{ik\Delta E} dk \quad (2.1)$$

Ausgehend vom Grenzfall des Energieverlusts in einer sehr dünnen Schicht kann man so eine allgemeine Gleichung erhalten um die Form der Verteilung auszu-

rechnen [Vav57, Sig90]. Die Abhängigkeit des Energieverlustes von der Variation der Energie innerhalb dieser Verteilung wird dabei vernachlässigt.

$$F(\Delta E, x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ik\Delta E - Nx\sigma(k)} \\ \text{mit } \sigma(k) = \sum_i \sigma_i (1 - e^{-ikT_i}) . \quad (2.2)$$

Zur einfachen Charakterisierung der Verteilung werden meistens nur die statistischen Momente benutzt. Diese erhält man über den Ausdruck

$$\langle (\Delta E)^n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F(\Delta E, x) (\Delta E)^n d\Delta E , \quad (2.3)$$

der auf Grund der Eigenschaften der Fouriertransformierten einfach aus der n-ten Ableitung des Integranden von Gl.2.2 an der Stelle  $k = 0$  berechnet werden kann [Sig90]. Somit folgen schließlich Mittelwert und Standardabweichung:

$$\langle \Delta E \rangle = Nx \sum_i T_i \sigma_i \quad (2.4)$$

$$\langle (\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2 \rangle = Nx \sum_i T_i^2 \sigma_i . \quad (2.5)$$

Für ein kontinuierliches Spektrum der Energieüberträge  $T$  wird die Summe durch ein Integral ersetzt und mit Hilfe von Substitution der Integrationsvariablen kann anstatt über den Querschnitt auch über den Energietransfer integriert werden.

$$\langle \Delta E \rangle = Nx \int T d\sigma = Nx \int T \frac{d\sigma}{dT} dT \quad (2.6)$$

$$\langle (\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2 \rangle = Nx \int T^2 d\sigma = Nx \int T^2 \frac{d\sigma}{dT} dT . \quad (2.7)$$

Die Integrationsgrenzen ergeben sich aus dem minimal und maximal möglichen Energietransfer in einem Einzelstoß. Die gesamte Information über die wirklich stattfindenden physikalischen Prozesse ist im differentiellen Energieverlustquerschnitt ( $d\sigma(T)/dT$ ) enthalten. Dieser muss nun noch im einzelnen bestimmt werden.

Im Fall energieabhängiger Querschnitte kann der mittlere Energieverlust als differentielle Größe verwendet werden. Somit ist die **Stopping-Power** definiert als

$$S := - \frac{d\langle \Delta E \rangle}{dx} . \quad (2.8)$$

Analog kann man auch eine differentielle Streuung des Energieverlustes einführen, was allerdings für den später gezeigten Anteil des Umladungs-Straggling problematisch ist. Deshalb wird nur die absolute Varianz abgekürzt geschrieben als

$$\Omega^2 := \langle (\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2 \rangle . \quad (2.9)$$

## 2.2 Energieverlust vollständig ionisierter Projektile

### 2.2.1 Allgemeine Annahmen

In den in dieser Arbeit verwendeten dicken Targets finden sowohl atomare Wechselwirkungen mit dem Projektil wie auch nukleare Prozesse statt. Die Wirkungsquerschnitte nuklearer Reaktionen sind viel kleiner als die für Wechselwirkung mit der Atomhülle. Deshalb werden diese hier erst einmal nicht berücksichtigt und nur solche Projektile betrachtet, die ihren Kernzustand nicht ändern. Die mittlere freie Weglänge für Kernreaktionen kann aus einer einfachen Beschreibung des totalen Wirkungsquerschnitts [Kox85] abgeleitet werden. Sie liegt bei den in dieser Arbeit untersuchten Stoßsystemen im Bereich von  $(4 - 40) g/cm^2$ .

Das Abbremsen von geladenen Projektilen durch Targetatome findet überwiegend durch elektromagnetische Wechselwirkung mit der Atomhülle statt. Das heißt nur der Energieverlust der Schwerionen durch Anregung und Ionisation der Targetatome ist im betrachteten Energiebereich von Bedeutung. Der Beitrag elastischer Stöße mit dem Targetatom ist unwichtig und wird vernachlässigt. So sinkt bei Energien oberhalb von etwa  $10 MeV/u$  dieser Beitrag auf einen Anteil unter  $10^{-3}$  am gesamten Energieverlust [ZBL85].

Die folgenden Berechnungen des Energieverlustes durch die Targetelektronen gehen deshalb alle von folgenden Bedingungen aus:

- Nur die Wechselwirkung des Projektils mit dem Targetelektron wird betrachtet. Der Stoßprozess ist somit ein Zweikörperproblem.
- Das Projektil ist eine Punktladung oder hat zumindest nur eine über eine sehr kleine Kugel verteilte Ladung. Für ein Ion bedeutet dies, dass es völlig ionisiert sein muss.
- Das Target wird als „verdünntes“ Gas betrachtet. Das bedeutet die einzelnen Stöße sind statistisch unabhängig voneinander, und es findet auch immer nur eine Wechselwirkung mit einem Elektron gleichzeitig statt.
- Die Projektilgeschwindigkeit ist wesentlich größer als die Orbitalgeschwindigkeit der Targetelektronen.
- Die Masse des Projektils ( $m_1$ ) ist viel größer als die des gestoßenen Elektrons ( $m_1 \gg m_e$ ). Somit wird die Bahn des Projektils nicht wesentlich verändert.

## 2.2.2 Klassische Rechnung

### Energieverlustquerschnitt

Für ein reines Coulomb-Potential,

$$V(r) = \frac{q_1 q_2}{r}, \quad (2.10)$$

erhält man die bekannte Rutherford-Streuung. Der Streuwinkel im Schwerpunktsystem ( $\vartheta$ ) ergibt sich aus dem Stoßparameter ( $b$ ), der Masse des Projektils ( $m_1$ ) und der des gestoßenen Teilchens im Target ( $m_2$ ).

$$\tan \frac{\vartheta}{2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{1}{v_1^2} \frac{q_1 q_2}{b}. \quad (2.11)$$

Wenn die Masse  $m_2$  vor dem Stoß ruht ( $v_2 = 0$ ) ist der Energieübertrag  $T$  bei einer Energie  $1/2 m_1 v_1^2$  des Projektils vor dem Stoß in Abhängigkeit vom Streuwinkel

$$T = \frac{2 m_1^2 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2 \sin^2 \left( \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (2.12)$$

Mit Gl.2.11 und aufgelöst nach dem Stoßparameter erhält man

$$b^2 = \frac{2 q_1^2 q_2^2}{m_2 v_1^2} \frac{1}{T} - \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \frac{q_1 q_2}{v_1^2} \right)^2. \quad (2.13)$$

Daraus folgt der differentielle Energieverlustquerschnitt für Rutherford-Streuung

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{d(2\pi b^2)}{dT} = -\frac{2\pi q_1^2 q_2^2}{m_2 v_1^2} \frac{1}{T^2}. \quad (2.14)$$

### Stopping-Power

Setzt man diesen in Gl.2.6 ein, so ist der mittlere Energieverlust

$$\langle \Delta E \rangle = -N x \frac{2\pi q_1^2 q_2^2}{m_2 v_1^2} \int_{T_{min}}^{T_{max}} \frac{dT}{T^2} = -N x \frac{2\pi q_1^2 q_2^2}{m_2 v_1^2} \ln \left( \frac{T_{max}}{T_{min}} \right). \quad (2.15)$$

Die obere Integrationsgrenze ergibt sich aus dem nach Gl.2.12 maximal möglichen Energieübertrag

$$T_{max} = \frac{2 m_1^2 m_2}{(m_1 + m_2)^2} v_1^2 \approx 2m_e v_1^2. \quad (2.16)$$

Das Verhältnis der Massen wird unter der Bedingung  $m_1 \gg m_2$ , wie beim Stoß Ion mit Elektron, sehr gut durch  $m_2 = m_e$  angenähert. Die untere Integrationsgrenze kann jedoch nicht einfach  $T_{min} = 0$  sein, da das Integral sonst divergiert.

Niels Bohr [Boh13, Boh15] beschrieb die Bindung der Elektronen klassisch als oszillierende Dipole und berechnete dann den Energieübertrag in fernen und nahen

Stößen getrennt. In den nahen Stößen mit einem Energieübertrag groß gegenüber der Bindungsenergie bleibt die Bindung der Elektronen unberücksichtigt. In den fernen Stößen wird die elektromagnetische Anregung des Dipols und der damit verbundene Energieverlust berechnet. Die Grenze zwischen beiden Bereichen wird so gewählt, dass  $b_{\text{grenz}}$  zum einen deutlich größer als der mittlere Atomradius ist und zum anderen die Umlaufperiode der Ionen noch deutlich kleiner als die Dauer des Stoßes bleibt und dieser damit nicht adiabatisch wird [Boh48]. Wird so die Anregung mit berücksichtigt, konvergiert das Integral über die fernen Stöße. Dann erhält man das als Bohr-Formel für den mittleren Energieverlust bekanntgewordene Ergebnis [Boh48],

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v_1^2} N_{at} Z_2 \ln\left(\frac{1.123 m_e v_1^3}{Z_1 e^2 \langle \omega \rangle}\right). \quad (2.17)$$

Die Ladungen der Stoßpartner sind die des Targetelektrons ( $e$ ) und des nackten Projektils ( $Z_1 e$ ). Die Dichte der Streuzentren  $N$ , also die der Elektronen im Target, ergibt sich aus der Ordnungszahl des Targetmaterials ( $Z_2$ ) und der Anzahl der Atome pro Volumen ( $N_{at}$ ),  $N = Z_2 N_{at}$ .  $\langle \hbar \omega \rangle$  ist die im Mittel durch die Oszillatoren, welche die Bindung der Elektronen darstellen, aufgenommene Energie [Boh48]. Der genaue Wert von  $b_{\text{grenz}}$  tritt nur in einigen Zusatztermen auf, die jedoch im Gültigkeitsbereich dieser Gleichung nur eine kleine Korrektur der Stopping-Power um etwa  $10^{-4}$  ihres Wertes ausmacht [Ahl80].

### Varianz der Energieverteilung

Die höheren Momente des Energieverlustes sind viel einfacher auszurechnen, da das Integral Gl.2.6 dann nicht mehr divergiert, weil entferntere Stöße auf Grund der Wichtung mit  $T^n$  nicht mehr so stark beitragen. So erhält man die Varianz der Energieverluststreuung

$$\Omega^2 = 4\pi Z_1^2 e^4 N_{at} Z_2 x. \quad (2.18)$$

### Gültigkeit der klassischen Rechnung

Diese klassische Rechnung mit definiertem Stoßparameter ist nur dann gültig, wenn der Parameter  $b^* = (2Z_1 e^2)/(m_e v_1^2)$ , das heißt der minimale Abstand für sich abstoßende Ladungen, groß gegenüber der de Broglie-Wellenlänge des gestreuten Elektrons ( $\lambda$ ) ist [Boh48]. Das Verhältnis dieser Größen ist dann die als Bohrs Kappa bekannte Größe.

$$\kappa = b^*/\lambda = 2Z_1 \alpha/\beta \gg 1. \quad (2.19)$$

Dabei ist  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante und  $\beta = v/c$  die Geschwindigkeit des Projektils im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

### 2.2.3 Rechnung in erster Bornscher Näherung

Die quantenmechanische Behandlung des Energieverlustes wurde zuerst von Bethe [Bet30] im Rahmen der ersten Bornschen Näherung durchgeführt. Er erweiterte diese Betrachtung auch auf relativistische Geschwindigkeiten [Bet32]. Das betrachtete Potential ist wieder das Coulomb-Potential und der differentielle Wirkungsquerschnitt für freie Teilchen in erster Bornscher Näherung dann im nicht relativistischen Fall identisch mit dem klassischen Ergebnis.

Für relativistische Geschwindigkeiten muss die Retardierung der Felder berücksichtigt werden. So sieht ein Targetelektron das Projektil nicht mehr als eine sphärische Feldverteilung. Stattdessen beobachtet man in dessen System eine in Bewegungsrichtung des Projektils gestauchte und transversal dazu vergrößerte Feldstärke. Auf der Basis der Dirac-Gleichung zeigt die Quantenelektrodynamik, dass es zusätzlich eine Wechselwirkung durch die Kopplung der Ströme des Projektils und des Targetelektrons durch virtuelle Photonen gibt. Verwendet man die Coulomb-Eichung, dann ist die Größe dieser Anregung proportional zur Geschwindigkeit ( $\vec{\beta}_t$ ) transversal zur Richtung der Impulsänderung des Projektils ( $\vec{q}$ ). Außerdem hängt sie von der Größe des Impulsübertrags ( $q$ ) und den Energieeigenwerten ( $E_n$ ) eines angeregten Zustandes  $|n\rangle$  des Targetatoms ab. Die Abhängigkeit vom Impulsübertrag wird als eine diesem Impuls entsprechende kinetische Energie ( $Q$ ) eines freien Elektrons ausgedrückt. Für sehr große  $q$  können die Elektronen als ungebunden angesehen werden, und  $Q$  geht über in  $E_n$ .

Die beiden verschiedenen Arten der Anregung führen zu verschiedenen Endzuständen. Deshalb können die Querschnitte inkohärent addiert werden. Der differentielle Wirkungsquerschnitt hat dann die Form [Fan63]

$$\frac{d\sigma_n}{dQ} = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \left( 1 + \frac{Q}{m_e c^2} \right) \left( \frac{|F_n(\vec{q})|^2}{Q^2(1 + Q/(2m_e c^2))} + \frac{|\vec{\beta}_t \cdot \vec{G}_n(\vec{q})|^2}{Q^2(1 + Q/(2m_e c^2)) - E_n/(2m_e c^2)} \right) \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } |F_n(\vec{q})|^2 &= \langle n | \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar) | 0 \rangle \\ |G_n(\vec{q})|^2 &= \langle n | \hat{\alpha} \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar) | 0 \rangle \end{aligned} \quad .$$

Die transversale Anregung ist proportional zum relativistischen Stromoperator  $\hat{\alpha}$ .

Im nicht relativistischen Grenzfall ( $Q \ll m_e c^2, \beta \ll 1$ ) vereinfacht sich der Querschnitt zu

$$\frac{d\sigma_n}{dQ} = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m_e v^2} \frac{|F_n(\vec{q})|^2}{Q^2} \quad (2.21)$$

Zur Auswertung der Matrixelemente  $F_n$  und  $G_n$  unterscheidet man verschiedene Bereiche von  $Q$  [Fan63]:

Für kleine  $Q$  (kleiner Streuwinkel) ist auch der Impulsübertrag klein und der Operator  $\exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar)$  in  $F_n$  wird bis zur ersten Ordnung in  $q$  entwickelt. Das ent-

spricht reinen Dipolübergängen. Für  $G_n$  wird sogar nur die Geschwindigkeit als Konstante zur Näherung verwendet. In einem mittleren Bereich werden die transversalen Anteile vernachlässigt. Bei sehr großem  $Q$  schließlich können die Targetelektronen als ungebunden betrachtet werden. Dafür werden aber angenäherte Dirac-Wellenfunktionen verwendet [Fan63].

Durch Einsetzen in Gl.2.6 erhält man schließlich

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v_1^2} N_{at} Z_2 \left[ \ln(2m_e v^2) - \sum_n f_n \ln(E_n) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 \right]. \quad (2.22)$$

Es wird nur noch über die Anregungsenergien  $E_n$  entsprechend der Oszillatorstärken ( $f_n$ ) summiert. Da der Faktor vor der eckigen Klammer in allen Formeln zur Berechnung der Stopping-Power der gleiche ist, wird alleine der Teil innerhalb der eckigen Klammer interessant. Dieser dimensionslose Faktor wird als Bremszahl ( $L$ ) bezeichnet. Außerdem wird die logarithmische Summe über die einzelnen Anregungsenergien mit Hilfe einer mittleren Anregungsenergie ( $I$ ) abgekürzt geschrieben. Somit kann man die erhaltene Stopping-Power auch ausdrücken als

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z_1^2 e^4}{m_e v_1^2} N_{at} Z_2 L_{Bethe} \quad (2.23)$$

mit  $L_{Bethe} = \ln \frac{2m_e v^2}{I} - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2$

und  $\ln I = \sum_n f_n \ln E_n$ .

In der Bremszahl ist nun keine  $Z_1$ -Abhängigkeit mehr vorhanden. Diese Vereinfachung entsteht durch die verwendete erste Bornsche Näherung.

Die mittlere Anregungsenergie  $I$  kann für Wasserstoff leicht ausgerechnet werden. Für einige  $Z_2 > 2$  gibt es auch Rechnungen [DIS75], aber mit steigender Anzahl der Elektronen sind die generalisierten Übergangswahrscheinlichkeiten mit einer großen Unsicherheit behaftet. Nur speziell für Aluminium wurde  $I$  mit Hilfe der nach optischen Messungen bestimmten komplexen Dielektrizitätsfunktion berechnet [ShS80]. Aus diesem Grund wird  $I$  meist experimentell mit Hilfe der Fälle bestimmt, in denen es eine deutliche Änderung der Stopping-Power bewirkt und möglichst wenige zusätzliche Effekte zur Bethe-Theorie auftreten. In dieser Arbeit werden die tabellierten Werte aus Ref.[ICR94] verwendet. Da  $I$  nur im Logarithmus und im Verhältnis zum viel größeren  $m_e \gamma^2 v_1^2$  auftritt, ist die Genauigkeit von  $I$  bei relativistischen Projektilgeschwindigkeiten nicht kritisch.

## Varianz der Energieverteilung

Die Energieverluststreuung erhält den Hauptbeitrag aus großen Energieüberträgen. Daher kann man die Bindung der Elektronen vernachlässigen. Dann ergibt sich für den Rutherford-Querschnitt quantenmechanisch das gleiche Ergebnis wie nach der klassischen Rechnung [LiS96]. In der relativistischen Rechnung muss der

Mott-Querschnitt verwendet werden, der nach Gl.2.20 zumindest in erster Bornscher Näherung benutzt wird. Dadurch ergibt sich ein Korrekturfaktor, der von der Projektilgeschwindigkeit abhängt [Fan63]. Dieses Ergebnis wird dann häufig als „Relativistische Bohr-Formel“ bezeichnet.

$$\Omega_{\text{rel.Bohr}}^2 = 4\pi Z_1^2 e^4 N_{at} Z_2 x \left( \frac{1 - \beta^2/2}{1 - \beta^2} \right). \quad (2.24)$$

### Gültigkeit der Bornschen Näherung

Durch die verwendete erste Bornsche Näherung ist die Gültigkeit dieser Ergebnisse allerdings auf Fälle beschränkt in denen gilt [Boh48]:

$$\kappa = 2 Z_1 \alpha / \beta \ll 1. \quad (2.25)$$

Das Resultat lässt sich zwar durch Verwendung einer höheren Ordnung der Bornschen Näherung deutlich verbessern [MoE73, Sch94], jedoch ist auch eine exakte Behandlung des Problems möglich.

### 2.2.4 Exakte Rechnung für großen Energieübertrag

Die Bethe-Formel (2.23) geht im Bereich von  $\kappa \approx 1$  nicht stetig in die Bohrsche Formel über. Beide stimmen in diesem Bereich nicht. Bloch [Blo33] konnte im nicht relativistischen Fall den Übergang durch exakte Behandlung der Phasenunterschiede für Stöße mit hohem  $Q$  korrigieren, was zu einem Korrekturterm in der Bremszahl ( $\Delta L_{\text{Bloch}}$ ) führt. Des weiteren reicht es für relativistische schwere Ionen nicht den Mott-Querschnitt [Mot32] nur in erster Bornscher Näherung zu verwenden. Morgan und Eby [MoE73] berechneten numerisch den Mott-Querschnitt und daraus eine Korrektur für die Stopping-Power schwerer Projektile in Form eines  $\Delta L_{\text{Mott}}$ . Die Kombination dieser beiden Effekte, das heißt eine Berechnung des Energieverlustes unter Berücksichtigung der exakten Phasenverschiebungen im relativistischen Fall für den nicht genäherten Mott-Querschnitt wurde aber erst von Lindhard und Sørensen durchgeführt [LiS96].

In Ihrer Betrachtung wird für die Stöße mit geringem Impulsübertrag weiterhin das Ergebnis nach Bethe benutzt, da in diesem Bereich die Störungstheorie weiterhin anwendbar ist und die Dipolnäherung vollkommen ausreichend. Der Energieübertrag an ein als ungebunden betrachtetes Elektron wird aber exakt mit Hilfe der Methode der Partialwellenzerlegung behandelt.

Voraussetzung ist ein kugelsymmetrisches Potential dann ist der Gesamtdrehimpuls ein Integral der Bewegung. Deshalb kann die Streuung eines Teilchens als unabhängige Überlagerung von Wellen mit verschiedenen Drehimpulsen beschrieben werden. Für relativistische Teilchen mit Spin 1/2 setzt sich die Streuamplitude ( $f(\vartheta)$ ) der gestreuten Wellenfunktionen aus zwei Anteilen zusammen [BLP86]

$$f(\vartheta) = A(\cos \vartheta) + B(\cos \vartheta) \vec{n} \cdot \vec{\sigma}. \quad (2.26)$$

Sie hängt vom Streuwinkel  $\vartheta$  im Schwerpunktsystem und den Pauli-Spinmatrizen  $\vec{\sigma}$  ab.  $\vec{n}$  ist ein Einheitsvektor senkrecht zur Ebene in der die Teilchen gestreut werden. Die Größen  $A$  und  $B$  beinhalten die beiden Beiträge  $F$  und  $G$  aus dem relativistischen Energieverlustquerschnitt der Bethe-Theorie.

Die einzelnen Anteile können inkohärent addiert werden, über die Beiträge mit verschiedener Polarisation wird gemittelt. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist dann

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A|^2 + |B|^2 . \quad (2.27)$$

Hieraus kann der Energieverlust berechnet werden. Die Bremszahl ergibt sich mit  $\nu = \kappa/2 = Z_1\alpha/\beta$  und der de Broglie-Wellenlänge des Elektrons  $\lambda = \hbar/(\gamma m_e v)$  als

$$L = \frac{4}{(\pi\nu\lambda)^2} \int (1 - \cos\vartheta) d\sigma . \quad (2.28)$$

Die Streuamplituden  $A$  und  $B$  folgen aus den Phasenverschiebungen der Partialwellen zu verschiedenen Bahndrehimpulsen mit Quantenzahl  $l$  [BLP86]. Die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses  $j$  kann dazu Werte  $j = l \pm 1/2$  annehmen. Zur späteren weiteren Vereinfachung wird noch eine neue Quantenzahl  $k$  eingeführt.

$$\begin{aligned} k &= l - 1 & \text{für } j = l + 1/2 \\ k &= l & \text{für } j = l - 1/2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die Bremszahl wird dann durch Integration von Gl.2.28 als Funktion der Phasenverschiebungen  $\delta_l$  bestimmt.

$$\begin{aligned} L &= 1/\nu^2 \sum_{l=0} \left[ \frac{l+2}{2l+3} \sin^2(\delta_{-l-1} - \delta_{-l-2}) + \frac{l}{2l+1} \sin^2(\delta_{l+1} - \delta_l) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{(2l+1)(2l+3)} \sin^2(\delta_{l+1} - \delta_{-l-1}) \right] (l+1) . \end{aligned} \quad (2.30)$$

Diese Reihe divergiert, genau wie der Energieverlust für ungebundene Elektronen in der klassischen Rechnung oder der Störungstheorie. Aber Gl.2.30 vereinfacht sich unter der Bedingung ( $\nu \rightarrow 0$ ) und ( $\nu\beta \rightarrow 0$ ) zu

$$L_{1,\text{BN}} = \sum_{k \geq 1} \frac{1}{k} - \frac{\beta^2}{2} . \quad (2.31)$$

Das ist genau das Ergebnis der ersten Bornschen Näherung. Betrachtet man nur die Differenz  $\Delta L_{\text{LS}} = L - L_{1,\text{BN}}$  so konvergiert diese. Somit kann man  $\Delta L_{\text{LS}}$  als eine exakte Korrektur für Stöße mit großem Impulsübertrag verwenden, während für kleine Impulsüberträge die Bindung der Elektronen nach der Störungstheorie eingerechnet wird und damit die Konvergenz von  $L$  gewährleistet.

Als Korrekturterm erhält man schließlich [LiS96]

$$\begin{aligned} \Delta L_{LS} = & \sum_{k=-\infty, k \neq 0}^{\infty} \left[ \frac{|k|}{\nu^2} \frac{k-1}{2k-1} \sin^2(\delta_k - \delta_{k-1}) - \frac{1}{2|k|} \right] \\ & + \frac{1}{\gamma^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{4k^2-1} \frac{1}{k^2 + (\nu/\gamma)^2} + \frac{\beta^2}{2}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Die benötigten Phasenverschiebungen für ein Coulomb-Potential sind [BLP86]:

$$\begin{aligned} \delta_k = & \zeta_k - \arg \Gamma(s_k + 1 + i\nu) - \frac{1}{2}\pi s_k + \frac{1}{2}\pi l \quad (2.33) \\ \text{mit } s_k = & \sqrt{k^2 - (\alpha Z_1)^2} \\ \text{und } e^{2i\zeta_k} = & \frac{k - i\nu/\gamma}{s_k - i\nu}. \end{aligned}$$

Das Argument der komplexen Gammafunktion ( $\arg \Gamma$ ) kann numerisch bestimmt werden [PFT90].

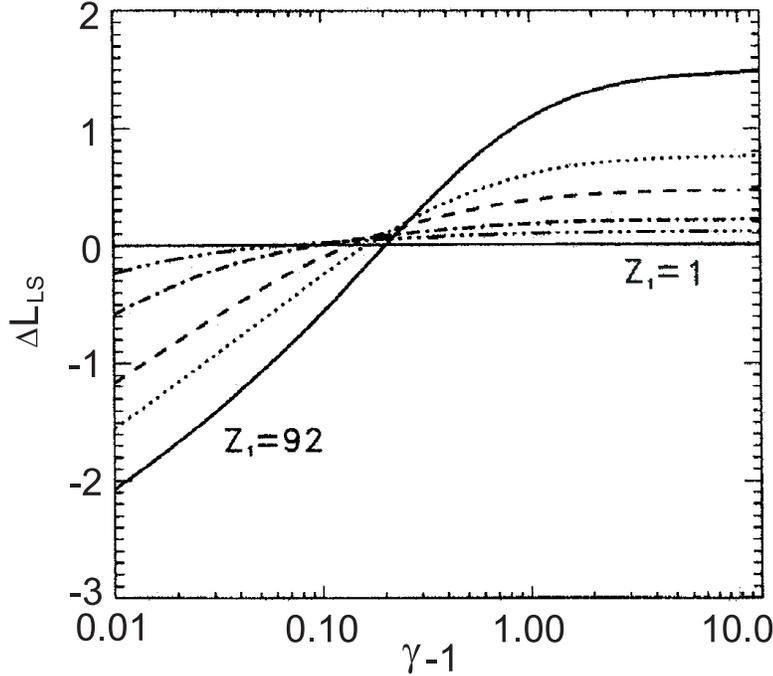


Abbildung 2.1: Korrektur der Bremszahl für Stöße mit großem Impulsübertrag für  $Z_1 = 1, 10, 18, 36, 54, 92$  unter Verwendung eines reinen Coulomb-Potentials (Abbildung nach Ref.[LiS96]).

Im Bereich der Messungen dieser Arbeit,  $(100 - 1000) \text{ MeV}/u$  und  $Z_2 = (4 - 82)$ , liegt  $L_{Bethe}$  im Intervall  $(5.5 - 9.5)$ . Abb.2.1 zeigt die Größe der Korrektur dazu. Bei niedriger Geschwindigkeit geht  $\Delta L_{LS}$  in die Bloch-Korrektur über. Bei hohen Geschwindigkeiten ist es der Mott-Querschnitt der zu Abweichungen für hohe  $Z_1$  führt.

Diese Theorie kann die experimentell festgestellten Abweichungen in der Stopping-Power von schweren Ionen bei relativistischen Geschwindigkeiten [TaS78, SGM94] sehr gut erklären, siehe Abb.2.2.

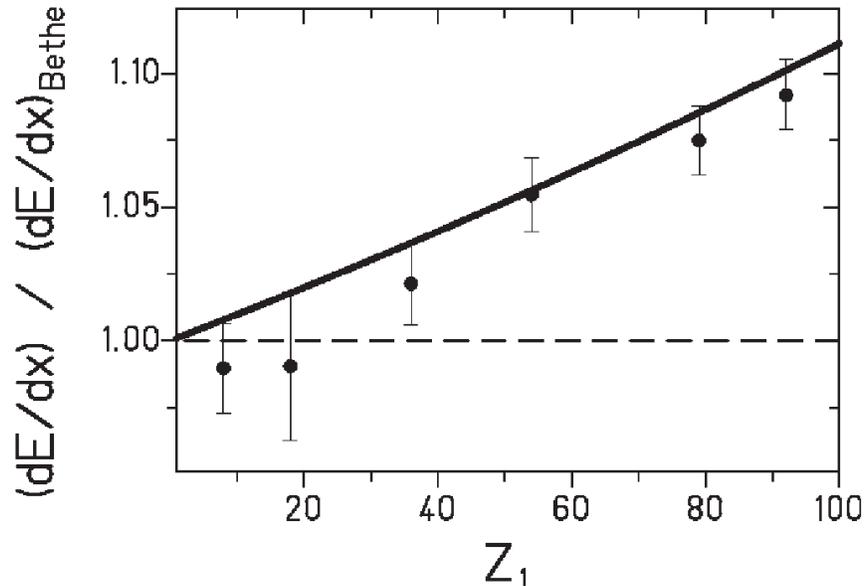


Abbildung 2.2: Vergleich der experimentellen Stopping-Power mit der Theorie nach Lindhard und Sørensen als Funktion von  $Z_1$  normiert auf die Vorhersage der ersten Bornschen Näherung (Gl.2.22) bei einer Geschwindigkeit von  $\beta = 0.84$  (Abbildung nach Ref.[GeS98]).

### Breite der Energieverteilung

Da die LS-Korrektur vor allem zu Unterschieden bei Stößen mit großem Impulsübertrag führt, welche vor allem zur Energieverluststreuung beitragen, ist hierfür eine noch drastischere Differenz zur relativistischen Bohr-Formel zu erwarten. Analog zu Gl.2.28 kann diese auch aus dem Integral über den differentiellen Wirkungsquerschnitt mit den Phasenverschiebungen ausgerechnet werden. Man erhält [LiS96]

$$D = \int (1 - \cos \vartheta)^2 d\sigma \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned}
&= 8\pi\lambda^2\nu^2 - 4\pi\lambda \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| \left[ \frac{(k-1)(k-2)}{(2k-1)(2k-3)} \sin^2(\delta_k - \delta_{k-2}) \right. \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{k+1}{2k+1} \left( \frac{1}{4k^2-1} + \frac{1}{4(k+1)^2-1} \right) \sin^2(\delta_k - \delta_{-k-1}) \\
&\quad \left. + \frac{k-1}{(2k-3)(4k^2-1)} \sin^2(\delta_k - \delta_{-k+1}) \right]. \quad (2.35)
\end{aligned}$$

Daraus folgt mit Hilfe des maximalen Energieübertrags  $T_{\max} = 2m_e\gamma^2v^2$

$$\Omega_{LS}^2 = N_{at}Z_2 x m_e\gamma^2v^2 D . \quad (2.36)$$

Den Grenzfall der Bethe-Theorie sieht man deutlich, wenn man das Ergebnis im Vergleich zu dieser betrachtet. Definiert man die Größe

$$\chi = \frac{m_e v^2}{4\pi Z_1^2 e^4 N_{at}} , \quad (2.37)$$

so ist das Verhältnis

$$\frac{\Omega_{LS}^2}{\Omega_{\text{rel.Bohr}}^2} = \gamma^2 \chi . \quad (2.38)$$

Im Grenzfall ( $\nu \rightarrow 0$ ) gilt ( $\chi \rightarrow 1 - \beta^2/2$ ) und wir erhalten wieder das Resultat der relativistischen Störungsrechnung.

Auch in diesem Punkt erklärt die LS-Theorie die Messergebnisse für schwere relativistische Ionen sehr gut, wie aus Abb.2.3 zu erkennen ist. Ferner kann man aus dem Graphen ablesen, dass bei etwa  $800 \text{ MeV}/u$  für schwere Ionen  $\chi \approx 1$  gilt und für leichtere  $\chi$  minimal 0.5 werden kann.

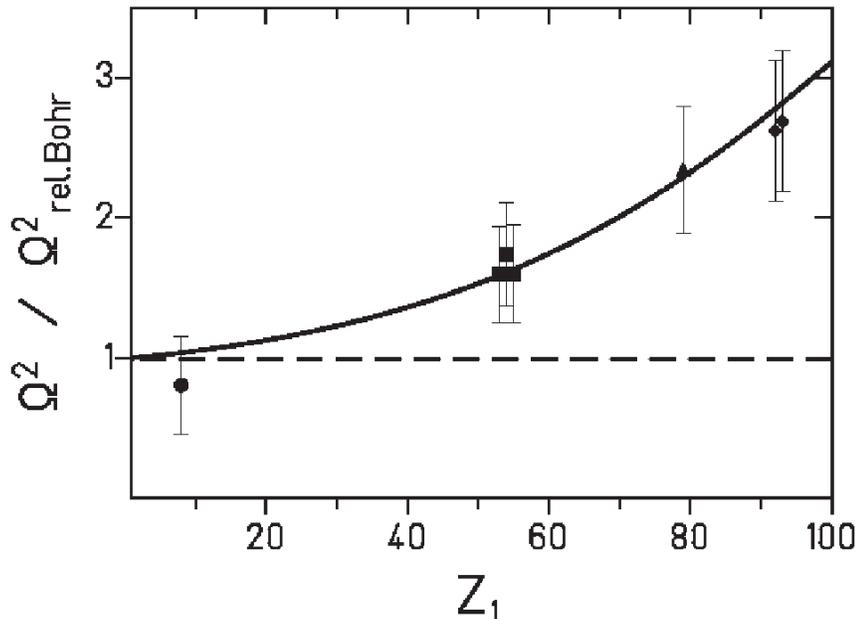


Abbildung 2.3: Vergleich der experimentellen Energieverluststreuung mit der Theorie nach Lindhard und Sørensen als Funktion von  $Z_1$  normiert auf die Vorhersage der relativistischen Bohr-Formel Gl.2.24 bei einer Geschwindigkeit von  $\beta = 0.84$  (Abbildung aus Ref.[GeS98]).

## Effekt der Kerngröße

Bei sehr großen Geschwindigkeiten ( $\gamma > 10$ ) ist die de Broglie-Wellenlänge des Elektrons von ähnlicher Größe wie der Kernradius des Projektils. Dann muss die Abweichung vom reinen Coulomb-Potential durch die über den gesamten Kern verteilte Ladung berücksichtigt werden. Auf der Basis einer gleichmäßig über den ganzen Kern mit Radius  $r = 1.2fm \cdot A^{1/3}$  verteilten Ladung wurde dies von Lindhard und Sørensen ebenfalls in den Phasenverschiebungen berücksichtigt. Durch diesen Effekt wird  $\Delta L_{LS}$  kleiner und bei  $\gamma \approx 100$  sogar wieder negativ. Dies konnte experimentell mit Bleiionen bei  $\gamma = 168$  bestätigt werden [Dat96]. Einen ähnlichen Effekt gibt es bei der Energieverluststreuung, aber er konnte noch nicht experimentell nachgewiesen werden.

## 2.2.5 Form der Energieverteilung

Zur Beschreibung der Form der Energieverlustverteilung können die höheren statistischen Momente verwendet werden. Aus Gl.2.2 können diese genau wie das erste und zweite Moment als Integral über den differentiellen Energieverlustquerschnitt gewichtet mit dem Energieübertrag durch Ableiten des Integranden in Gl.2.2 ermittelt werden [Sig90].

$$\langle(\Delta E - \langle\Delta E\rangle)^3\rangle = Nx \int T^3 \frac{d\sigma}{dT} dT \quad (2.39)$$

$$\langle(\Delta E - \langle\Delta E\rangle)^4\rangle = Nx \int T^4 \frac{d\sigma}{dT} dT + \left(Nx \int T^2 \frac{d\sigma}{dT} dT\right)^2. \quad (2.40)$$

Für den Rutherford-Querschnitt sind diese Integrale leicht auszurechnen. Daraus kann man dann auch eine Aussage über die Form der Energieverlustverteilung machen. Betrachtet man die dimensionslosen Momente,

$$\text{Skewness} = \left\langle \left( \frac{\Delta E - \langle\Delta E\rangle}{\Omega} \right)^3 \right\rangle = \frac{2m_e v_1^2}{2\Omega} \quad (2.41)$$

$$\text{Kurtosis} = \frac{1}{3} \left\langle \left( \frac{\Delta E - \langle\Delta E\rangle}{\Omega} \right)^4 \right\rangle = \frac{(2m_e v_1^2)^2}{3\Omega^2} + 1, \quad (2.42)$$

so sieht man, dass für große  $x$  und damit große  $\Omega$  die Skewness verschwindet und die Kurtosis gegen den Grenzwert eins geht. Dies sind genau die entsprechenden Werte der Gaußschen Normalverteilung.

Landau [Lan44] und Vavilov [Vav57] haben dies auf der Basis von Gl.2.2 näher ausgearbeitet. Nach Vavilov kann man dann genau die Form der Verteilung bestimmen und sehen wie der anfängliche Schwanz der Verteilung zu hohem Energieverlust (Landau-Verteilung), der durch einzelne Stöße mit großem Energieübertrag entsteht, allmählich mit steigender Anzahl der Stöße in eine gaußförmige Verteilung übergeht.

Aus Gl.2.41 leitet sich Bohrs einfaches Kriterium ab, nach dem die Verteilung dann gaußförmig wird, wenn ihre Breite deutlich größer als der maximale Ener-

gieübertrag in einem Stoß ist [Boh48]. Dieses Ergebnis hat sogar nach der relativistischen Rechnung Bestand, da neben einem Faktor  $\gamma$  in Zähler und Nenner von Gl.2.41, der sich somit wegekürzt, nur der zusätzliche Faktor  $\chi$  auftritt, der nicht stark von eins abweicht [LiS96].

Schließlich kann die Breite und Form der Energieverlustverteilung noch von der Variation der Stopping-Power innerhalb der Energieverteilung abhängen. Im Falle einer sehr breiten Energieverteilung kann dies nicht mehr wie in Gl.2.2 vernachlässigt werden. Der unterschiedliche Energieverlust der Ionen innerhalb der Verteilung bewirkt so für eine mit steigender Energie abnehmende Stopping-Power eine zusätzliche Verbreiterung. Auch die Form ändert sich und man erhält einen Schwanz hin zu niedrigerer Energie [GSA89].

## 2.3 Korrekturen zur Stopping-Power nach der LS-Theorie

Im Folgenden werden Betrachtungen angestellt, die über die im letzten Abschnitt gemachten allgemeinen Annahmen hinausgehen und somit zu Effekten führen, die als zusätzliche Terme in der Stopping-Power auftreten.

### 2.3.1 Schalenkorrekturen

Bei der Herleitung der Bethe-Formel wurde die Näherung benutzt, dass die Projektilgeschwindigkeit deutlich größer als die Geschwindigkeit der Targetelektronen ist. Unter dieser Bedingung sind Anregungen aus allen Niveaus möglich. Dies führt mit Hilfe der Thomas-Reiche-Kuhn-Summenregel,

$$\sum_n E_n |F_n(\vec{q})|^2 = Z_2 Q, \quad (2.43)$$

in der Herleitung der Bethe-Formel [Fan63] zu der wichtigen Vereinfachung, dass die durch die Elektronen im Atom absorbierte Energie  $Q$  im Mittel genau so groß ist wie für freie Elektronen. Deshalb ist es auch möglich die Stöße mit großem  $Q$  als solche mit freien Elektronen zu betrachten.

Wenn die Ionisierungsenergie aus den inneren Schalen des Atoms aber größer gegenüber dem Energieübertrag wird, muss der Energieverlust für jedes einzelne Niveau genauer betrachtet werden. Die Bremszahl, ermittelt aus dem Integral über  $Q$  gewichtet mit dem Energieverlustquerschnitt, muss dann um einen Korrekturterm erweitert werden.

$$L = 1/2 \sum_n E_n \int |F_n(\vec{q})|^2 \frac{dQ}{Q^2} \quad (2.44)$$

$$= \ln \frac{2m_e v^2}{I} - \frac{C}{Z_2} \quad (2.45)$$

mit  $C = C_K(v) + C_L(v) + C_M(v) + \dots$ .

Die Korrekturfaktoren ( $C_K, C_L, C_M$ ) für jede einzelne Schale sind von der Projektilgeschwindigkeit abhängig und müssen für sehr hohe Projektilgeschwindigkeiten verschwinden. In der Summe führen sie zu einer Verringerung der Stopping-Power, da weniger Elektronen zum Abbremsprozess beitragen.

Berechnet und tabelliert wurden die Korrekturen für die K-, L- und M-Schale unter anderem von Walske [Wal52, Wal56]. In dieser Arbeit wurde die vereinfachte Formel nach Barkas und Berger [BaB64] verwendet. Sie ist eine Approximationsfunktion an diese tabellierten Werte für hohe Geschwindigkeiten. Die dadurch entstehende Änderung der Stopping-Power im Vergleich zu einer Rechnung nur mit einem mittleren Ionisationspotential in der LS-Theorie für den in dieser Arbeit relevanten Energiebereich ist in Abb.2.4 zu sehen.

### 2.3.2 Barkas-Effekt

Bei der Untersuchung der Reichweite von Pionen in Materie stellten Barkas et al. [BaD63] eine größere Reichweite von negativen gegenüber positiven Pionen fest. Ein solcher Unterschied lässt sich durch ungerade Terme in der Abhängigkeit der Stopping-Power von  $Z_1$  beschreiben. Diese Terme treten auch in den Abweichungen von der Bethe-Formel auf Grund des Mott-Querschnitts und der Bloch-Korrektur auf. Deshalb werden diese oft auch schon als Barkas-Effekt bezeichnet. Allerdings sieht man die Unterschiede in der Stopping-Power auch für Protonen und Antiprotonen in einem Energiebereich in dem die Abweichungen von der ersten Bornschen Näherung noch viel geringer sind als die beobachteten [MeM91]. Somit hat der Barkas-Effekt eine andere Ursache nämlich die Verschiebung der Elektronen des Targetatoms während des Stoßes. Nur diese Korrektur soll hier als Barkas-Effekt bezeichnet werden.

Eine Berechnung des Energieübertrags eines schweren Ions als Projektil an ein Targetatom dargestellt durch quantenmechanische harmonische Oszillatoren mit Berücksichtigung der veränderten Elektronenverteilung wurde von Hill und Merzbacher durchgeführt [HiM74]. Die Rechnung führt zu dem gleichen Ergebnis wie die klassische Betrachtung von Ashley, Ritchie und Brandt [ARB72]. Nach ähnlicher Methode betrachteten Jackson und McCarthy [JaM72] die Änderung der Stopping-Power. Ihr Ergebnis lässt sich in folgender Form schreiben:

$$\Delta L_{\text{Barkas}} = L \frac{Z_1}{\sqrt{Z_2}} F(W), \quad W = \frac{\beta \gamma}{\alpha \sqrt{Z_2}}. \quad (2.46)$$

Die genaue Form der dimensionslosen Funktion  $F(W)$  ist in [JaM72] angegeben. Da die Ausbildung der Polarisation eine gewisse Zeit braucht, muss der Wert von  $F(W)$  für höhere Geschwindigkeiten abnehmen.

In dieser Rechnung wurde angenommen, dass die Polarisation nur zu einer Änderung des Energieübertrags in den entfernten Stößen führt und eine solche Korrektur für nahe Stöße vernachlässigt. Lindhard [Lin76] zeigte jedoch, dass dieser Beitrag zum Energieverlust auch verändert wird und ungefähr zu einem doppelt

so großen Barkas-Effekt wie nach Ref.[JaM72] führen muss. Diese Vermutung scheint sich in neueren Rechnungen [MiS89, MiF92] und dem experimentellen Vergleich zwischen Protonen und Antiprotonen [MeM91] zu bestätigen.

Der Barkas-Effekt ist im in dieser Arbeit untersuchten Energiebereich nur eine kleine Korrektur. Seine relative Größe wird in Abb.2.4 für Bleiionen gezeigt. In der Rechnung wurde die Formel von Jackson und McCarthy verwendet und mit einem Faktor zwei multipliziert.

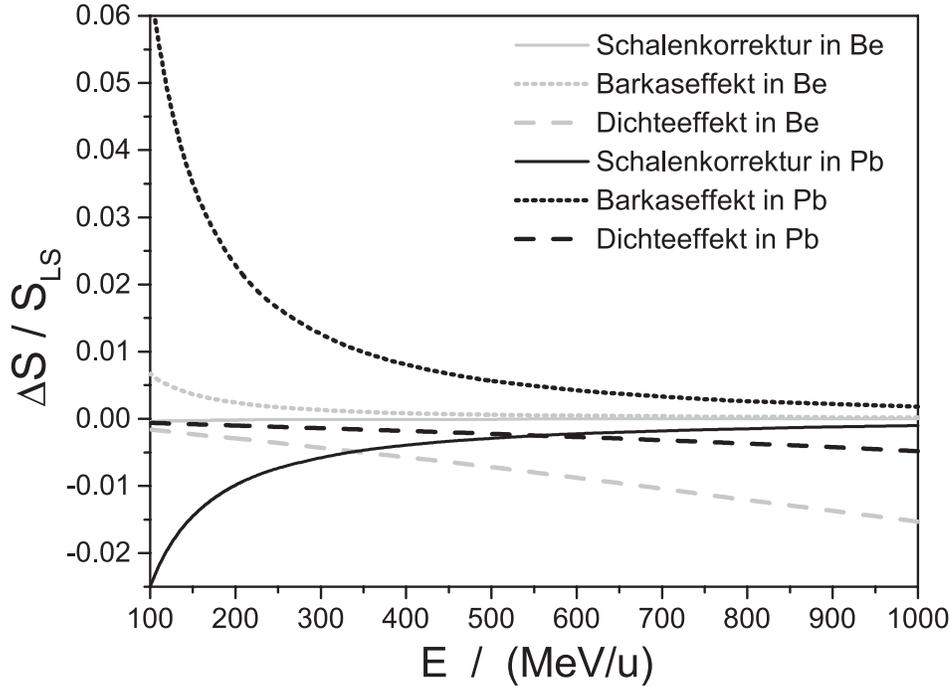


Abbildung 2.4: Relative Änderung der Stopping-Power durch Korrekturen zur LS-Theorie im experimentell untersuchten Energiebereich für Bleiionen. Es ist jeweils das im Experiment verwendete Material dargestellt in dem die Korrektur maximal und minimal ist.

### 2.3.3 Fermi-Dichteeffekt

In den Anfangs gemachten allgemeinen Annahmen wurde nur eine Wechselwirkung mit einem Targetatom gleichzeitig zugelassen. In einem Festkörper ist dies aber sicher nicht der Fall. Fermi zeigte, dass die Polarisierung der Targetatome zu einer Abschirmung der Projektilladung in fernen Stößen und damit zu einer Verringerung der Stopping-Power führt [Fer40]. Um diesen Effekt der Dichte auf den Energieverlust nicht mit anderen, wie etwa dem Einfluss der Dichte auf die Ladungsverteilung zu verwechseln, wird er Fermi-Dichteeffekt genannt.

Da mit steigender Geschwindigkeit Kollisionen mit immer größerem Stoßparameter zum Energieverlust beitragen, können in einem dichten Medium viele Atome zwischen der Bahn des Projektils und dem gestoßenen Targetatom liegen. Des-

halb nimmt der Dichteeffekt mit der Geschwindigkeit des Projektils zu und wird erst bei relativistischen Geschwindigkeiten bedeutend. In Kollisionen mit kleinem Stoßparameter spielt der Dichteeffekt keine Rolle, da hier keine Abschirmung wirksam werden kann. Aus diesem Grund wird der Beitrag zur Bremszahl meistens als  $\Delta L_{\text{dens}} = -\delta/2$  geschrieben.

Sternheimer *et al.* berechneten den Dichteeffekt für eine große Anzahl von Targetmaterialien. Mit Hilfe weniger Parameter haben sie das Ergebnis als Funktion tabelliert [StP71, SBS84]. Ihr Ergebnis wurde mit zur Berechnung der theoretischen Stopping-Power in dieser Arbeit benutzt.

Fermi und Sternheimer verwendeten dabei eine alternative Herleitung der Stopping-Power im Vergleich zu Bethe [LaL74]. In ihr wird das Target nicht als einzelne Atome betrachtet sondern als Kontinuum charakterisiert durch die komplexe Dielektrizitätsfunktion  $\epsilon(\omega)$ . Das elektrische Feld des Projektils wird als Fouriertransformierte ebenfalls frequenzabhängig dargestellt. So lässt sich eine Bremskraft als Integral über alle Frequenzen und Impulsüberträge schreiben. Die Konvergenz des Integrals wird dann durch die Wahl einer maximalen Frequenz ( $\xi$ ) als Integrationsgrenze gewährleistet.

Die nichtrelativistische Rechnung führt wieder auf die Bethe-Formel. In der relativistischen Rechnung, mit transversaler Anregung, erhält man diese aber nur im Fall  $\xi < \omega_0$ , wobei  $\omega_0$  eine mittlere Frequenz des Mediums ist. Im umgekehrten Fall tragen auch Frequenzen des Feldes mit  $\omega > \omega_0$  bei. Das heißt das Projektil wechselwirkt mit vielen Atomen gleichzeitig, wenn die Länge  $v/\omega_0$  groß im Vergleich zum Abstand zwischen den Atomen ist. In kondensierten Medien stimmt dieser ungefähr mit der Dimension der Atome selbst ( $A$ ) überein. Somit kann man als Bedingung für den Dichteeffekt auch sagen  $v \gg A\omega_0$ , d.h. die Geschwindigkeit der ionisierenden Teilchen muss groß im Vergleich zu der Geschwindigkeit der Atomelektronen sein.

Im ultrarelativistischen Fall wird so der in der Bethe-Formel enthaltene Anstieg der Stopping-Power für relativistische Teilchen in den fernen Kollisionen vollständig durch einen konstanten Beitrag ersetzt. Die resultierende Abnahme der Ionisation des Targets bei relativistischen Geschwindigkeiten ist experimentell gut bestätigt [CrF70]. Die Größe des Dichteeffekts im für die folgenden Messungen relevanten Bereich ist ebenfalls in Abb.2.4 gezeigt.

## 2.4 Energieverlust nicht vollständig ionisierter Projektile

### 2.4.1 Die effektive Ladung

Betrachtet man nicht nur die Stopping-Power von Ionen in einem einzigen Ladungszustand, so muss entsprechend der Häufigkeit über die partiellen Stopping-Powers der einzelnen Ladungszustände gemittelt werden. Meistens wird an Stelle

dieser Mittelung mit einem einzigen Effektivwert der Ladung gerechnet, da die genaue Ladungsverteilung nicht bekannt ist oder nur schwer zu berechnen.

Als Ausgangspunkt der Betrachtung wird das Bohrsche Kriterium benutzt, dass Ionen dann ionisiert werden, wenn die Projektilgeschwindigkeit größer als die Orbitalgeschwindigkeit der Elektronen ist. Im Thomas-Fermi-Modell ist die Geschwindigkeit der Elektronen proportional zu  $v_0 Z_1^{2/3}$  mit der Bohrschen Geschwindigkeit  $v_0$  der K-Schalenelektronen von Wasserstoff. Auf Grund empirischer Überlegungen wird ein exponentieller Anstieg der Anzahl der Elektronen mit Abnahme der Projektilgeschwindigkeit angenommen. So erhält man Gleichungen der Form [Nor60]

$$\left(\frac{q_{\text{eff}}}{Z_1}\right)^2 = 1 - 2c_1 \exp\left(-\frac{c_2 v}{v_0 Z_1^{2/3}}\right). \quad (2.47)$$

Durch die zusätzliche Faktoren ( $c_1 \approx 1$ ,  $c_2 \approx 1$ ) im und vor dem Exponenten wird die effektive Ladung dann noch an gemessene Stopping-Power-Werte oder Ladungsverteilungen angepasst. Deshalb beschreiben diese Formeln die Geschwindigkeitabhängigkeit der Stopping-Power schon relativ gut [ZBL85, HBG90]. Die nicht gleichmäßige Änderung von  $q_{\text{eff}}$  durch die Schalenstruktur des Projektils wird allerdings nicht berücksichtigt. Vorhersagen über unbekannte Target- und Projektilkombinationen können dann nur durch Inter- oder Extrapolation der vorhandenen Daten gemacht werden und auch immer nur mit der Genauigkeit dieser Messungen.

Diese effektive Ladung kann demnach nur ein Behelf sein, wenn die wirkliche Ladungsverteilung nicht experimentell oder theoretisch aus den einzelnen Umladungsprozessen bestimmt werden kann. Ziel dieser Arbeit ist es, die Ladungsverteilung experimentell und theoretisch zu bestimmen und dann mit Hilfe der partiellen Stopping-Powers daraus Mittelwerte zu berechnen. Wie die Ladungsverteilung und damit die Stopping-Power genau vom Targetmaterial abhängt wird durch die experimentellen Ergebnisse in Abb.4.4 und Abb.4.7 deutlich werden. Bestimmte Effekte, wie das später beschriebene Umladungs-Straggling, lassen sich sogar nur über die Kenntnis der einzelnen Ladungsverteilungen verstehen.

## 2.4.2 Abschirmung der Kernladung

Der Energieverlust eines Ions in einem festen Ladungszustand wird als **partielle Stopping-Power** bezeichnet. Oft wird sie für ein nicht vollständig ionisiertes Ion einfach mit der ionischen Ladung an Stelle der nackten Kernladung in der Stopping-Power-Formel berechnet. Dies ist aber häufig keine gute Näherung, da ein signifikanter Anteil des Energieverlustes in Stößen mit einem Stoßparameter kleiner als der Radius der Ionen stattfindet. In diesen Fällen „sieht“ das Targetelektron eine größere Ladung als die ionische, und die Stopping-Power fällt weniger stark ab als unter der Annahme einer vollständigen Abschirmung der Kernladung entsprechend der Anzahl der Projektilelektronen.

In den Fällen mit niedriger Kernladung  $Z_1$  und damit großem Ionenradius sind

Stoßparameter innerhalb des Ionenradius häufig. Somit ist ihr Einfluss auch direkt in der gemessenen partiellen Stopping-Power sichtbar. Für Heliumionen konnte die Abweichung von der ionischen Ladung von Bonderup et al.[BAF80] analysiert werden. Für schwerere Ionen wird der relative Unterschied der gesamten Stopping-Power geringer. Somit war es mit Kohlenstoff- und Nickelionen zwar möglich diese Abweichung festzustellen [CoR84, FrD95, FrD96], ihre Größe ist aber noch sehr ungenau, so dass ein präziser Test der Theorie bisher nicht möglich war.

In der theoretischen Beschreibung ist es sehr kompliziert wirklich ein Mehrkörperproblem zu behandeln. Deshalb wird das Streuproblem nur mit einer modifizierten Potentialform gelöst. Die Abschirmung durch die Elektronen wird dann oft durch einen Ansatz der folgenden Form beschrieben

$$V(r) = -\frac{Z_1 e^2}{r} \exp(-a^* r) . \quad (2.48)$$

Die Wahl dieser Abschirmfunktion wird vor allem durch die Möglichkeit bestimmt, daraus einfach analytisch einen differentiellen Energieverlustquerschnitt ableiten zu können. Mit Hilfe des Abschirmparameters  $a^*$  wird die Potentialform an berechnete Dichteverteilungen der Elektronen im Projektil angepasst, die aus dem Thomas-Fermi-Modell oder aus Hartree-Fock-Rechnungen folgen [ZBL85].

Dies führt dann zu einer modifizierten Bethe-Formel in der zusätzlich ein Abschirmradius eingeht. Eine solche wurde zum Beispiel von Sigmund [Sig97] angegeben. Der Ansatz das Targetmedium als Dielektrikum zu beschreiben, wie bei der Berechnung des Fermi-Dichteeffekts, führte Brandt und Kitagawa [BrK82] auf ein sehr ähnliches Ergebnis. Eine genauere Analyse der Abschirmung auf klassischer Basis zeigt zusätzlich, dass der Anteil weniger stark abgeschirmter Kollisionen am Energieverlust leicht mit  $Z_2$  ansteigt [Sig97]. Bei komplizierteren Ansätzen der Abschirmfunktion bleibt nur die numerische Integration [AGS00].

Nach der Bethe-Theorie tragen Kollisionen mit niedrigem und hohem Energieübertrag etwa in gleichen Teilen zur Abbremsung bei. Die Grenze zwischen diesen beiden Bereichen ist aber nicht identisch mit der Unterscheidung zwischen abgeschirmter und nackter Kernladung im Stoß. Nur im Grenzfall sehr hoher Geschwindigkeiten kann man diese beiden Grenzen gleich setzen. Dann erhält man Brandts Aussage [Bra82], dass der Energieverlust sich in diesem Fall zur Hälfte aus dem des nackten Projektils und zur anderen Hälfte aus dem eines punktförmigen Projektils mit ionischer Ladung zusammensetzt.

Für sehr schwere Ionen ist dieser Grenzwert aber klassisch gar nicht erreichbar. Stattdessen muss eine relativistische Betrachtung der Abschirmung gemacht werden. Es ist zu erwarten, dass der Anteil abgeschirmter Kollisionen wie nach nach der ersten Bornschen Näherung in Ref.[BrK82, Sig97] auch im relativistischen Fall etwa gleich bleibt, da zu dieser Erweiterung der Bremszahl gleichmäßig Stöße mit hohem und niedrigem Energieübertrag beitragen [Fan63]. Die weiteren relativistischen Betrachtungen für schwere Ionen und die Bloch-Korrektur bleiben dabei allerdings unberücksichtigt.

Die Methode von Lindhard und Sørensen [LiS96] bietet hier einen guten Ansatz

zur Verbesserung. Es müssten die Phasenverschiebungen für das abgeschirmte Potential bestimmt werden. Eine solche Rechnung wurde bisher aber noch nicht durchgeführt. Deshalb ist die Auswirkung der nicht vollständigen Abschirmung bei relativistischen Geschwindigkeiten noch sehr ungewiss. Es ist jedoch zu erwarten, dass der Anteil der Stöße mit nicht abgeschirmter Kernladung zunimmt, denn der Anstieg der Stopping-Power durch den Mott-Querschnitt wird vor allem durch Kollisionen mit sehr großem Energieübertrag verursacht, die überwiegend innerhalb des Abschirmradius stattfinden. Außerdem wird der Anteil ferner Stöße durch den Fermi-Dichteeffekt begrenzt.

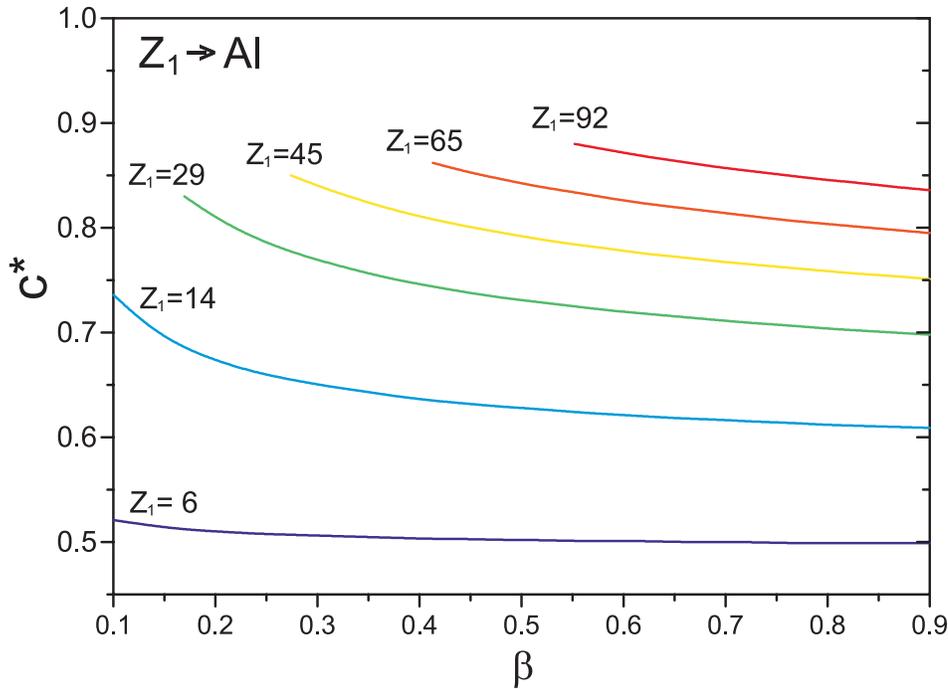


Abbildung 2.5: Einfluss der Abschirmung auf die partielle Stopping-Power von wasserstoffähnlichen Ionen in einem Aluminiumtarget als Funktion der Projektilgeschwindigkeit. Die Stopping-Power wurde nach der Bethe-Theorie aus Ref.[Sig97] berechnet. Dazu wurde angenommen, dass der Anteil des Energieverlusts in Stößen mit unvollständiger Abschirmung sich bei relativistischen Geschwindigkeiten nicht gegenüber der nichtrelativistischen Betrachtung in [Sig97] ändert. Werte mit zu großem  $\kappa$ , für welche die Bethe-Theorie nicht mehr anwendbar ist, wurden weggelassen.

Abb.2.5 zeigt den Unterschied mit Hilfe einer effektiven Ladung ( $q_{\text{eff}}$ ), die in die partielle Stopping-Power nach der Bethe-Formel einzusetzen wäre, um die gleichen Werte wie mit unvollständiger Abschirmung zu erhalten. Der Parameter  $c^*$  bestimmt die Größe der Abschirmung durch die Zahl der Elektronen  $n_e$ .

$$q_{\text{eff}} = Z_1 - c^* n_e, \quad 0 \leq c^* \leq 1. \quad (2.49)$$

Der Grenzfall gleicher Anteile am Energieverlust entspricht dann  $c^* \approx 0.5$ .

## 2.5 Energieverlust mit Ladungswechsel der Projektile

Schon 1916 vermuteten Flamm und Schumann, dass die Reichweite von Alphateilchen in Materie von Umladungsprozessen abhängen muss [FlS16]. Insbesondere die Streuung des Energieverlustes von Schwerionen hängt stark von den Umladungsprozessen ab. Ionen in verschiedenen Ladungszuständen werden verschieden stark abgebremst und tragen so zur Energiebreite bei. Außerdem entsteht bei den Umladungsprozessen selber eine weitere Energieänderung.

### 2.5.1 Statistische Beschreibung

Sigmund hat eine allgemeine Beschreibung der Energieverlustverteilungen inklusive Umladungsprozessen entwickelt [Sig92]. Die Grundzüge dieser Arbeit werden hier wiedergegeben, da sie unter anderem eine genaue Definition des Umladungs-Stragglings erlauben.

Im allgemeinen Fall mit Umladung ist es besser Übergangsraten anstelle von Querschnitten zu verwenden. So lassen sich auch spontane Prozesse, wie der Zerfall angeregter Zustände in einheitlicher Form beschreiben. Deshalb wird der Durchgang durch die Materie auch nicht in der Dicke  $x$  sondern in der Zeit  $t$  als unabhängiger Variablen behandelt. Auf Grund der als konstant angenommenen Geschwindigkeit des Projektils kann aber jederzeit wieder in eine Länge umgerechnet werden.

Die differentielle Übergangsrate zwischen zwei Zuständen  $i$  und  $j$  mit dem Energieübertrag  $T$ ,

$$\frac{d\Lambda_{ij}}{dT} = \frac{d\Lambda_{ij}^{sp}}{dT} + Nv \frac{d\sigma_{ij}}{dT} , \quad (2.50)$$

enthält dann die Raten für spontane Übergänge  $\Lambda_{ij}^{sp}$  sowie die Querschnitte für Energieverlust und Umladung  $\sigma_{ij}$ . Die einzelnen Übergänge werden dabei wieder als statistisch unabhängig voneinander angesehen. Wenn die Energieänderung bei der Umladung selber vernachlässigt werden kann, sind die Diagonalelemente die Energieverlustquerschnitte, die auch in Gl.2.6 auftreten.

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dT} = \sigma_{ij}\delta(T) + \delta_{ij} \frac{d\sigma_i}{dT} . \quad (2.51)$$

Die Lösung der Energieverlustverteilung ist wieder ein Integral ähnlich zu Gl.2.2. Diesmal erhält man gleich eine ganze Matrix  $F_{ij}(\Delta E, t)$  für alle Kombinationen von Anfangs- und Endzustand.

$$\hat{\mathbf{F}}(\Delta E, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ik\Delta E + t(\hat{\mathbf{Q}}(k) - \hat{\mathbf{A}}(k))} \quad (2.52)$$

$$\text{mit } Q_{ij}(k) = \int d\Lambda_{ij}(T) - \delta_{ij} \sum_l \int d\Lambda_{il}(T)$$

$$\text{und } \Lambda_{ij}(k) = \int \Lambda_{ij}(T)(1 - e^{-ikT}) .$$

Im Grenzfall nur eines Ladungszustandes ist diese Gleichung identisch mit Gl.2.2. Nun kann man wieder die Momente der Energieverlustverteilung bestimmen. Dabei helfen die Definitionen

$$P_{ij} = \int T \frac{d\Lambda_{ij}(T)}{dT} dT, \quad P_i = \sum_j P_{ij} \quad (2.53)$$

$$M_{ij} = \int T^2 \frac{d\Lambda_{ij}(T)}{dT} dT, \quad M_i = \sum_j M_{ij} \quad (2.54)$$

$$N_{ij} = \int T^3 \frac{d\Lambda_{ij}(T)}{dT} dT, \quad N_i = \sum_j N_{ij}. \quad (2.55)$$

$P_i$  ist dann die mittlere Rate des Energieverlustes und  $M_i$  und  $N_i$  das zweite und dritte Moment der dazugehörigen Verteilung für den Anteil, in dem sich das Projektil im Ladungszustand  $i$  befindet.

Die Matrix im Exponenten macht die Auswertung noch schwierig. Hier hilft eine Hauptachsentransformation um die Matrix zu diagonalisieren. Dazu werden die Eigenvektoren von  $\hat{\mathbf{Q}}$  benutzt und die dazugehörigen Eigenwerte sind  $q^{(\nu)}$ . Somit kann man die Momente der Energieverlustverteilung für Ionen mit Anfangsladungszustand  $i$  schreiben als [Sig92]

$$\langle \Delta E \rangle_i = \sum_j \sum_\nu \gamma_\nu(t) F_{ij}^{(\nu)} P_j \quad (2.56)$$

$$\langle \Delta E^2 \rangle_i = \sum_j \sum_\nu \gamma_\nu(t) F_{ij}^{(\nu)} M_j + 2 \sum_{j,k,l} \sum_{\nu,\mu} \gamma_{\nu\mu}(t) F_{ij}^{(\mu)} P_{jk} F_{kl}^{(\nu)} P_l \quad (2.57)$$

mit

$$\gamma_\nu(t) = \frac{1}{q^{(\nu)}} (e^{tq^{(\nu)}} - 1)$$

$$\gamma_{\nu\mu}(t) = \frac{\gamma_\nu(t) - \gamma_\mu(t)}{q^{(\nu)} - q^{(\mu)}}.$$

Das erste Moment beschreibt, wie der Energieverlust vom jeweiligen Ladungszustand in der Materie abhängt. Im zweiten Moment sieht man die Unterteilung in einen Term der durch das zweite Moment des Energietransfers  $M_{ij}$  bestimmt wird und einen Term, der durch die unterschiedlichen Energieverluste  $P_{ij}$  bestimmt wird. Wenn man die spontanen Prozesse außer acht lässt, kann man den ersten Summanden in Gl.2.56 als **Kollisions-Straggling** bezeichnen, da er die Streuung des Energieverlustes in einem jeweils fixen Ladungszustand beschreibt. Der zweite stellt das **Umladungs-Straggling** dar, welches durch den unterschiedlichen Energieverlust in verschiedenen Ladungszuständen entsteht. Wie man sieht, lassen sich die beiden Beiträge einfach unabhängig von einander addieren. Beim dritten Moment würden zusätzlich auch noch gemischte Terme auftreten [NSi94].

Zur weiteren Vereinfachung wird das Verhalten für große  $t$  untersucht. Dies ist trotz der Annahme nicht energieabhängiger Übergangsraten sinnvoll, da die Ladungsverteilung sich meistens schnell genug einer Gleichgewichtsverteilung nähert.

Die Existenz einer Gleichgewichtsladungsverteilung bedeutend, dass einer der Eigenwerte verschwinden muss ( $q^{(0)} = 0$ ). Die Quotienten in Gl.2.56 sind dann im Grenzwert ( $t \rightarrow \infty$ ) nur von Null verschieden, wenn  $q^{(\nu)} = q^{(\mu)} = q^{(0)}$ . In diesen Fällen muss man die Quotienten durch ihre Grenzwerte ersetzen. Wenn die Ladungsverteilung dann unabhängig vom Anfangszustand ist kann man  $F_{ij}^{(0)} \equiv F_j^{(0)}$  setzen und erhält

$$\langle \Delta E \rangle_i = t \sum_j F_j^{(0)} P_j - \sum_j \sum_{\nu > 0} \frac{1}{q^{(\nu)}} F_{ij}^{(\nu)} P_j \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \langle (\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2 \rangle_i &= t \sum_j F_j^{(0)} M_j - 2t \sum_{j,k,l} \sum_{\nu > 0} \frac{1}{q^{(\nu)}} F_j^{(0)} P_{ij} F_{kl}^{(\nu)} P_l \\ &+ (const)_i . \end{aligned} \quad (2.59)$$

Man sieht, dass nur noch Terme konstant oder proportional zu  $t$  übrig bleiben. Dies gilt in der gleichen Näherung auch für das dritte Moment [NSi94].

Im Energieverlust beschreibt der konstante Term den Anteil des Energieverlusts noch nicht im Ladungsgleichgewicht. Der Term proportional  $t$  ist der einzige im Gleichgewicht. Im zweiten Moment sieht man wieder die Unterteilung in Kollisions-Straggling und Umladungs-Straggling, beide proportional  $t$ . Der konstante Beitrag wird aber nur zum Teil durch die Ladungsverteilung außerhalb des Gleichgewichts bestimmt. Dies wird im nächsten Abschnitt an einem einfachen Beispiel erläutert werden.

## 2.5.2 Einfache analytische Beispiele

Zum besseren Verständnis der einzelnen Effekte beim Umladungs-Straggling schaut man am besten zuerst auf den einfachsten Fall von nur zwei Ladungszuständen. Zusätzlich wird der Energieverlust beim Umladungsstoß in Gl.2.51 weggelassen und spontane Prozesse nicht berücksichtigt. Es gibt dann nur zwei Umladungsraten  $\Lambda_{12}$  und  $\Lambda_{21}$  und  $\Lambda$  sei die Summe aus beiden. Die Häufigkeit der Ladungszustände im Gleichgewicht ( $f_i$ ) ergibt sich daraus als

$$f_1 = \Lambda_{21}/\Lambda , \quad f_2 = \Lambda_{12}/\Lambda . \quad (2.60)$$

Der Energieverlust für Ionen, die in Zustand 1 starten, ist dann nach Gl.2.58

$$\langle \Delta E \rangle_1 = t(f_1 P_1 + f_2 P_2) + \frac{f_2}{\Lambda} (P_1 - P_2) . \quad (2.61)$$

Der erste Summand beschreibt den Energieverlust in den einzelnen Zuständen gewichtet nach ihrer Häufigkeit und der zweite den Anteil vor dem Erreichen des Gleichgewichts. Startet man mit einer Ladungsverteilung im Gleichgewicht, so muss man über die einzelnen  $\langle \Delta E \rangle_i$  mitteln und erhält,

$$\langle \Delta E \rangle = \sum_i f_i \langle \Delta E \rangle_i = t(f_1 P_1 + f_2 P_2) . \quad (2.62)$$

In diesem Fall verschwindet der zweite Summand in Gl.2.61.

Das zweite Moment des Energieverlustes ist nach Gl.2.59

$$\begin{aligned}
\langle(\Delta E - \langle\Delta E\rangle)^2\rangle_1 &= t(f_1 M_1 + f_2 M_2) \\
&+ \frac{f_2}{\Lambda} (M_1 - M_2) \\
&+ \frac{2t}{\Lambda} f_1 f_2 (P_1 - P_2)^2 \\
&+ \frac{f_2(f_2 - 4f_1)}{\Lambda^2} (P_1 - P_2)^2 . \quad (2.63)
\end{aligned}$$

Hier stellt der erste Summand den Anteil des reinen Kollisions-Stragglings im Ladungsgleichgewicht dar. Der zweite beschreibt den dazugehörigen Anteil vor Erreichen dieses Gleichgewichts und verschwindet wieder im Fall einer Gleichgewichtsverteilung schon am Eintritt des Targets. Summand drei und vier beschreiben das Umladungs-Stragglings. Der Beitrag des Umladungs-Stragglings hängt zum einen von der Differenz der Energieverluste in verschiedenen Ladungszuständen  $P_i$  ab und zum anderen von der Größe der Umladungsraten. Kleine Umladungsraten führen zu einer großen Breite. Das Umladungs-Stragglings ist also eine Streuung durch seltenes Umladen.

Für große Targetdicken dominiert der Anteil proportional  $t$ . Der konstante Anteil ist aber dennoch wichtig, denn er verschwindet auch nicht im Fall einer Ladungsverteilung im Gleichgewicht am Eintritt des Targets. Anschaulich beschreibt er die noch vorhandenen Korrelationen auf Grund zu weniger Umladungsprozesse. Da es sich also um eine Korrelation handelt wird die Varianz dadurch immer kleiner. Dieser Effekt hat zum Beispiel die wichtige Konsequenz, dass man nicht das gleiche Ergebnis erhält, wenn man ein Target als ganzes oder in viele dünnere Schichten unterteilt nach Gl.2.63 betrachtet.

Für sehr kleine Targetdicken wird das Umladungs-Stragglings auf Grund der Näherung ( $t \rightarrow \infty$ ) in Gl.2.58 so ohnehin nicht richtig wiedergegeben. In diesem Extremfall kann man aber Gl.2.56 in eine Taylor-Reihe entwickeln [Sig94]. Die in Gl.2.56 einzusetzenden Quotienten sind dann

$$\begin{aligned}
\gamma_\nu(t) &= t - \frac{1}{2} t^2 q^{(\nu)} + \frac{1}{6} t^3 q^{(\nu)} + \dots \\
\gamma_{\nu\mu}(t) &= -\frac{1}{2} t^2 + \frac{1}{6} t^3 (q^{(\nu)} - q^{(\mu)}) + \dots . \quad (2.64)
\end{aligned}$$

$\gamma_\nu$  bestimmt das Verhalten des Kollisions-Stragglings für kleine  $t$ . Hier gibt es auch wieder einen Term proportional  $t$ . Der zweite Koeffizient bestimmt das Umladungs-Stragglings. Hier treten nur Terme in höherer Ordnung in  $t$  auf. Somit ist dieser Anteil für sehr dünne Targets immer kleiner als der durch Kollisions-Stragglings. Dies gilt aber nur für Dicken, die nicht viel größer sind als die freie Weglänge für atomare Umladung der Ionen. Dabei ist es aber egal, ob eine Gleichgewichtsverteilung der Ladungszustände am Eintritt des Targets vorliegt oder nicht. Ein extremes Beispiel dazu sind eingefrorene Ladungszustände wie unter

Channeling-Bedingungen [DaM85]. Die Differenz im Energieverlust der einzelnen Ladungszustände ist  $\propto t$ . Somit ist das Umladungs-Straggling rein  $\propto t^2$ . Ein differentielles Umladungs-Straggling  $d\langle\Delta E(t)^2\rangle/dt$  ist demnach am Anfang des Targets bei  $t \rightarrow 0$  immer gleich Null.

In Ref.[NSi94] ist auch noch das dritte Moment betrachtet worden.

$$\begin{aligned} \langle(\Delta E - \langle\Delta E\rangle)^3\rangle_1 &= t(f_1 N_1 + f_2 N_2) \\ &+ \frac{6t f_1 f_2}{\Lambda} (M_1 - M_2) (P_1 - P_2) \\ &+ \frac{6t}{\Lambda^2} f_1 f_2 (f_1 - f_2) (P_1 - P_2)^3 \\ &+ (\text{const})_1 . \end{aligned} \quad (2.65)$$

Wieder gibt es einen Anteil durch reines Kollisions-Straggling. Wenn die freien Weglängen zwischen Umladungen groß genug sind, wird das dritte Moment vor allem durch den dritten Summanden also das Umladungs-Straggling bestimmt. Die Form der Ladungsverteilung  $(f_1 - f_2)$  entscheidet über die Richtung der Asymmetrie. Bei kleineren freien Weglängen ist der Anteil des Umladungs-Straggling geringer. Der Anteil des zweiten Summanden nimmt weniger stark ab, so dass dieser wichtiger wird. Da die Breite des Kollisions-Straggling ( $M$ ) größer wird, wenn auch der Energieverlust zunimmt, ist der zweite Summand immer positiv. Der konstante Term hängt zum Teil vom Eingangsladungszustand ab, verschwindet aber auch nicht völlig im Fall einer Gleichgewichtsverteilung von Anfang an.

### 2.5.3 Monte-Carlo-Methoden

Die Auswertung der Formeln für die Energieverlustverteilung ist kompliziert und in ihnen fehlt noch die Energieabhängigkeit der Querschnitte. Einfacher ist ein Monte-Carlo-Verfahren, wie es zum Beispiel schon von Vollmer und Zienert benutzt wurde [Vol74, ZGM81]. Grundlage dabei ist, dass man einzelne voneinander getrennte und statistisch unabhängige Ereignisse betrachtet.

Der Abstand zwischen zwei Ereignissen wird dann durch eine freie Weglänge ( $x_i$ ) bestimmt. Für jeden Zustand  $i$  ergibt sich aus der Summe aller einzelnen Umladungsquerschnitte die Wahrscheinlichkeit für irgendeinen Zustandswechsel und die mittlere freie Weglänge ist definiert als

$$\lambda(E)_i = 1 / (N \sum_j \sigma_{ij}(E)) . \quad (2.66)$$

Mit Hilfe einer ersten Zufallszahl  $p_i$  ( $0 > p_i \geq 1$ ) wird bei der Monte-Carlo-Methode in jedem Schritt bestimmt, wie groß die freie Weglänge  $x_i$  jeweils bis zum nächsten Ereignis sein soll,

$$x_i = \lambda_i \ln(1 - p_i) . \quad (2.67)$$

Auf der Strecke  $x_i$  kann der Energieverlust entsprechend dem aktuellen Zustand des Ions und der partiellen Stopping-Power berechnet werden.

Danach wird entschieden welcher Übergang wirklich stattfinden soll. Jedem möglichen Ereignis wird dazu ein Intervall mit der Breite seiner Wahrscheinlichkeit  $w_{ij}$  zugeordnet, und dasjenige soll passieren in dessen Intervall eine zweite Zufallszahl ( $u_j$ ) liegt. Die Wahrscheinlichkeiten erhält man aus dem Anteil der einzelnen Umladungsquerschnitte am totalen Querschnitt,

$$w_{ij} = \sigma_{ij} / \sum_j \sigma_{ij} . \quad (2.68)$$

Die Energieänderung beim Umladungsprozess kann dabei ebenfalls eingebaut werden. Selbst die Richtung der Ionenflugbahn kann so einfach geändert werden, was in den analytischen Formeln nicht möglich war. An Stelle der Querschnitte kann man natürlich auch verallgemeinert Übergangsraten verwenden, so dass spontane Prozesse ebenfalls berücksichtigt werden.

Die Energieabhängigkeit der Querschnitte ist dabei nicht exakt berücksichtigt, wenn diese bei der jeweiligen Anfangsenergie vor der Strecke  $x_i$  bestimmt werden. Wenn die freie Weglänge klein genug ist, ist dies kein Problem. Ansonsten kann in einem ersten Schritt ein Mittelwert der Querschnitte über die Strecke  $x_{i,1}$  bestimmt werden und aus den neuen Querschnitten dann das wirklich verwendete  $x_i$ .

Das Konzept der freien Weglänge zum Berechnen von Energieverlusten ist nicht immer gerechtfertigt. So hat die Coulomb-Kraft eine unendlich große Reichweite und ist deshalb immer präsent. Benutzt man trotzdem eine freie Weglänge heißt das, dass man Kollisionen mit großem Stoßparameter vernachlässigen muss. Somit gibt es auch einen minimalen Energieübertrag [Sig90]. Dieses Problem tritt aber nicht auf, wenn man als diskrete Ereignisse nur die Zustandsänderungen des Projektils betrachtet und dazwischen eine analytische Formel für den Energieverlust verwendet.

Rechnet man so den Durchgang von vielen Ionen durch die Materie erhält man die Energieverlustverteilung und kann durch Auszählen die Momente bestimmen. Der Vorteil von Monte-Carlo Rechnungen ist immer, dass sie einfach und sehr flexibel sind, der Nachteil, dass sie insbesondere wenn man sehr viele mögliche Prozesse hat viel Rechenzeit brauchen bis die Statistik ausreicht, um daraus eine hinreichend genaue Aussage zu erhalten. Ist man zum Beispiel nur am Energieverlust zwischen einem sehr seltenen Eingangs- und Ausgangsladungszustand interessiert, so muss man trotzdem viele andere Pfade mitrechnen.

## 2.6 Umladungsquerschnitte und Ladungsverteilungen

Um Ladungsverteilungen von Schwerionen beim Durchgang durch Materie zu berechnen, braucht man die Kenntnis der einzelnen Umladungsprozesse. Die dominanten im untersuchten Energiebereich sind Ionisation, radiativer Einfang (REC,

„Radiative Electron Capture“), sowie Coulomb-Einfang (NRC, „Non-Radiative Capture“). Resonante Anregungsprozesse (RTE, „Resonant Transfer of Electrons“) und Mehrkörperprozesse sind im allgemeinen nicht von Bedeutung, und Erzeugung von Elektron-Positron-Paaren mit anschließendem Einfang ist bei  $1 \text{ GeV}/u$  Projektilgeschwindigkeit zwar energetisch möglich, jedoch ist der Querschnitt noch viele Größenordnungen geringer als für REC oder NRC [AnB87].

### 2.6.1 Ionisation

Der Ansatz zur Berechnung der Ionisationsquerschnitte für das Projektil ist im Prinzip der gleiche wie im umgekehrten Fall der Ionisation der Targetatome aus dem die Stopping-Power folgt. So lässt sich im Fall von asymmetrischen Kollisionen ( $Z_1 \gg Z_2$ ) die Ionisation gut mit Störungstheorie beschreiben. Insbesondere die erste Bornsche Näherung unter Verwendung von ebenen Wellen (PWBA, „Plane-Wave Born Approximation“) ist hier sehr verbreitet.

Es wird die Annahme gemacht, dass die Flugbahn des Projektils sich durch den Stoß nicht ändert. Der Ausgangspunkt der Berechnung des Ionisationsquerschnittes für ein Elektron aus der Schale oder Unterschale  $s$  ist dann das Integral [AnM85]

$$\sigma_s = 8\pi a_0^2 \left(\frac{Z_2\alpha}{\beta}\right)^2 \int_0^\infty d\epsilon \int_{q_0}^\infty \frac{dq}{q^3} |F(\vec{q})|^2 . \quad (2.69)$$

$a_0$  ist der Bohrsche Radius,  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante und  $\beta$  die Projektilgeschwindigkeit im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit. Integriert wird über die kinetische Energie der freigesetzten Elektronen  $\epsilon$  und den Impulsübertrag  $\vec{q}$  startend vom minimal nötigen Impulsübertrag  $q_0$  um ein Ion zu ionisieren. Die Funktion  $F(\vec{q})$  enthält die Übergangsmatrixelemente von den gebundenen in die Kontinuumszustände,

$$|F(\vec{q})|^2 = \langle \epsilon | \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}/\hbar) | s \rangle . \quad (2.70)$$

Meistens werden für die gebundenen Zustände nur die wasserstoffähnlichen  $1s$ -Wellenfunktionen verwendet.

Definiert man die beiden dimensionslosen Größen  $\eta_s$  und  $\theta_s$  wie folgt [KCM69]<sup>1</sup>,

$$\eta_s = \frac{m_e}{m_1} \frac{E}{Z_1^2 R_\infty} , \quad \theta_s = n^2 \frac{I_s}{Z_1^2 R_\infty} , \quad (2.71)$$

mit der Rydbergkonstante  $R_\infty$ , der Ionisationsenergie  $I_s$ , der Hauptquantenzahl  $n$ , und dem Verhältnis der Massen des Elektrons und des Projektils. Dann beschreibt  $\eta_s$  die Abhängigkeit von der Projektilenergie  $E$ . Mit Hilfe von  $\theta_s$  kann die Beschreibung auf nicht wasserstoffähnliche Zustände erweitert werden. Dann entspricht  $Z_1$  nicht mehr der bloßen sondern einer durch innere Schalen oder andere Elektronen der gleichen Schale abgeschirmten Kernladung  $Z_{1,s}$ . Damit lässt

<sup>1</sup>Die Rollen von Projektil und Target sind hier im Vergleich zu Ref.[KCM69, BeK78] vertauscht.

sich der Ionisationsquerschnitt schreiben als [BeK78]

$$\sigma_s = \frac{8\pi a_0^2}{Z_{1,s}^4} \frac{1}{\theta_s} F_s(\eta_s / \theta_s^2, \theta_s) . \quad (2.72)$$

Die Funktion  $F_s(\eta_s / \theta_s^2, \theta_s)$  hängt von der Projektilgeschwindigkeit  $v$  ab und besitzt ein Maximum bei der Geschwindigkeit der gebundenen Elektronen  $v_s$ . Sie wurde in vielen Arbeiten tabelliert [BeK78, RBM77].

Für hohe  $Z_1$  müssen die in Gl.2.69 eingesetzten Wellenfunktionen der gebundenen Zustände durch relativistische ersetzt werden. Anholt beschrieb dies durch einen Korrekturfaktor  $C_{\text{korrr}}$  zum Querschnitt nach Gl.2.72 [Anh79],

$$C_{\text{korrr}} = [1 + (Z_1 \alpha / 2)^2]^{-2} . \quad (2.73)$$

Außerdem muss bei relativistischen Geschwindigkeiten das verwendete Coulomb-Potential durch die relativistischen Liénard-Wiechert-Potentiale ersetzt werden. Damit erhält man einen Beitrag der Störung durch magnetische Wechselwirkung, die zusätzlich auch eine transversale Komponente besitzt. In erster Bornscher Näherung ist der zusätzliche transversale Anteil [SSM98]

$$\sigma_{s,\text{trans}} = \sigma_s f(\eta_s / \theta_s^2, \theta_s) \frac{\ln \gamma^2 - \beta^2}{\ln(2m_e c^2 \beta^2 / I_s)} . \quad (2.74)$$

Er bewirkt, dass bei relativistischen Geschwindigkeiten bei  $v = v_s$  noch kein Maximum des Ionisationsquerschnittes erreicht wird, und dieser stattdessen weiter leicht ansteigt.

Das Ergebnis für Wasserstoffatome kann durch Skalierung mit  $Z_2^2$  auf andere Targetmaterialien übertragen werden. Bei hoher Geschwindigkeit ist der Energieübertrag an ein einzelnes Hüllenelektron des Targets schon ausreichend um das Projektil zu ionisieren [Anh85]. Dann skalieren die Querschnitte mit  $(Z_2^2 + Z_2)$ . Andererseits tragen bei großem  $Z_2$  auch viele Stöße zur Ionisation bei, deren Stoßparameter so groß ist, dass die Projektilen nur eine abgeschirmte Kernladung sehen [AnM87, RSV96]. Insbesondere bei niedrigerer Geschwindigkeit zeigt sich in den Experimenten eine deutliche Abweichung von der Skalierung mit  $Z_2$  zu niedrigeren Querschnitten hin [AnM87, VRW96, WGS00].

Die Anwendbarkeit der Störungstheorie ist letztendlich immer beschränkt, da das störende Potential punktförmig sein muss und die Störung für hohe  $Z_2$  zu groß wird. Eine Alternative bieten sogenannte gekoppelte Kanalrechnungen [MGS90]. Hier können Coulomb-Dirac-Wellenfunktionen in allen einzelnen Zuständen verwendet werden. Unterschiedliche Kopplungsmechanismen führen noch zu verschiedenen Ergebnissen. Jedoch zeigen sie, dass die Skalierung der Ionisationsquerschnitte mit  $Z_2^2$  für große  $Z_2$  nicht mehr gültig ist. Die gleiche Tendenz zeigen auch Glauberrechnungen [AnM87].

Schließlich muss man, um den gesamten Ionisationsquerschnitt zu erhalten, noch die Beiträge aller einzelnen Niveaus der Projektilionen entsprechend ihrer Besetzung aufaddieren.

## 2.6.2 Radiativer Elektroneneinfang

Der Einfang eines Elektrons mit gleichzeitiger Photonenemission (REC) ist der dominierende Beitrag für große  $Z_1$  des Projektils und kleine  $Z_2$  des Targets. Wenn die Targetelektronen nur sehr lose gebunden sind, kann man den REC auch einfach als radiative Rekombination (RR) eines freien Elektrons betrachten. Dann ist er die zeitliche Umkehr des Fotoeffekts bei dem ein Photon mit Energie  $\hbar\omega$  ein Elektron mit Geschwindigkeit  $v$  freisetzt.

Mit Hilfe der nicht relativistischen Dipolnäherung hat Stobbe [Sto30] den Wirkungsquerschnitt für Rekombination in einen beliebigen Zustand  $(n, l)$  eines nackten Ions berechnet.

$$\sigma_{RR}^{nl} = \frac{\pi^2}{3} \alpha^3 a_0^2 \left( \frac{\nu_n^3}{1 + \nu_n^2} \right)^2 \left[ (l+1) (C_{nl}^{l+1}(\nu_n))^2 + l (C_{nl}^{l-1}(\nu_n))^2 \right], \quad (2.75)$$

mit  $\nu_n = \alpha Z_1 / (n v / c)$ , der Projektilgeschwindigkeit  $v$ , der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  und dem Bohrschen Radius  $a_0$ . Die Matrixelemente  $C_{nl}^{l\pm 1}$  beschreiben die Wahrscheinlichkeiten für Dipolübergänge mit Drehimpuls  $l \pm 1$ . Eine Möglichkeit der Skalierung ergibt sich dadurch, dass der Querschnitt nur vom Verhältnis  $Z_1/v$  abhängt. Gl.2.75 wurde von vielen Autoren ausgerechnet, z.B. [McL91]. Wird nur der Einfang in den 1s-Zustand berücksichtigt erhält man [Sto30, BeS57]

$$\sigma_{RR}^{1s} = 9.165 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^2 \left( \frac{\nu_n^3}{1 + \nu_n^2} \right)^2 \frac{\exp(-4 \nu_n \arctan(1/\nu_n))}{1 - \exp(-2\pi\nu_n)}. \quad (2.76)$$

Mit Hilfe der Impulsapproximation wird dieser Querschnitt dann mit der Impulsverteilung der Elektronen im Targetatom  $\rho(q)$  gefaltet, und man erhält den Wirkungsquerschnitt für REC aus einem bestimmten Targetmaterial [EIS95]. Diese Faltung geschieht im Schwerpunktsystem und berücksichtigt mit der Deltafunktion die möglichen Energien der Ausgangs- und Endzustände  $E_i$  und  $E_f$ .

$$\sigma_{REC} = \int \sigma_{RR}(\vec{q}) \rho(\vec{q}) \delta(\hbar\omega + E_f - E_i) d^3q \quad (2.77)$$

Für niedrige  $Z_2$  kann man die Impulsverteilung der Elektronen auf Grund ihrer Bindung vernachlässigen und den Querschnitt einfach durch Multiplikation von  $\sigma_{RR}$  mit der Anzahl der quasifreien Targetelektronen bestimmen. Ein Elektron kann dabei als quasifrei angesehen werden, wenn seine Orbitalgeschwindigkeit klein gegenüber der Projektilgeschwindigkeit ist [TSW81].

Der REC-Querschnitt kann allerdings auch ohne diese Näherungen bestimmt werden [ISE94, EIS95]. In der vollkommen relativistischen Betrachtung von Ichihara und Eichler werden Coulomb-Dirac-Wellenfunktionen für die gebundenen und die freien Elektronen verwendet und dabei sogar der Effekt der Kerngröße bei sehr kleiner de Broglie-Wellenlänge des Elektrons berücksichtigt. Das Photonfeld wird in allen Multipolordnungen berechnet. Nach der numerischen Integration erhält man einen exakten Wirkungsquerschnitt für Fotoionisation (PI).

Mit Hilfe des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts kann daraus der Querschnitt für radiative Rekombination bestimmt werden [EiM95](S.265).

$$\sigma_{RR} = \left( \frac{\hbar\omega}{m_e c^2 \beta^2 \gamma^2} \right) \sigma_{PI} . \quad (2.78)$$

Die RR-Querschnitte berechnet nach der exakten relativistischen Methode wurden über einen sehr weiten Energiebereich für alle  $Z_1$  von Ichihara und Eichler tabelliert [IcE00]. Bemerkenswerterweise stimmen die nach der nicht relativistischen Dipolapproximation berechneten Querschnitte bis etwa  $1 \text{ GeV}/u$  sehr gut mit der exakten Rechnung überein [ISE94], so dass beide in diesem Bereich die experimentell ermittelten Werte reproduzieren können [StK95].

### 2.6.3 Nichtradiativer Einfang von Elektronen

Ein Elektron kann vom Projektil auch direkt aus der Hülle des Targetatoms eingefangen werden. Die Differenz in der Bindungsenergie der Elektronen wird dabei in kinetische Energie der Stoßpartner umgewandelt. Da dieser Einfang dann ohne Abstrahlung von Energie stattfindet, ist er als NRC (Non-Radiative Capture) bekannt.

Am wahrscheinlichsten ist er, wenn die Geschwindigkeit der Elektronen sich am wenigsten ändern muss und die Energiedifferenz nicht zu groß ist. Bei niedrigerer Projektilgeschwindigkeit findet so Einfang hauptsächlich in höhere Schalen statt, während bei stärker relativistischen Geschwindigkeiten Einfang vor allem in die K-Schale stattfindet.

Die Methode zur Berechnung der Querschnitte, welche die beste Übereinstimmung mit Messwerten im Energie- und  $Z_1$ -Bereich dieser Arbeit liefert, ist die relativistische Eikonalapproximation [MAE85, Eic85]. Ziel des Ansatzes ist es, die Wirkung des Projektils auf die Zustände im Targetatom und umgekehrt richtig zu berücksichtigen. Dazu werden die Wellenfunktionen der Elektronenzustände des einen Stoßpartners in beliebig hoher Ordnung behandelt, während die des anderen nur in erster Bornscher Näherung beschrieben werden. In der Prior-Version wird die Elektron-Projektil-Wechselwirkung in erster Ordnung berechnet, während die Elektron-Target-Wechselwirkung in beliebig hoher Bornscher Näherung betrachtet wird. In der Post-Version ist es umgekehrt. Das stärkere der beiden Potentiale sollte exakter berechnet werden. Berücksichtigt man bei dieser Überlegung auch noch den Zustand der Elektronen vor und nach dem Einfang durch die Hauptquantenzahlen  $n_1$  und  $n_2$ , so lautet das Kriterium [MAE85]

$$\begin{aligned} Z_1/n_1 < Z_2/n_2 & \quad \text{dann Prior - Version} \\ Z_2/n_2 < Z_1/n_1 & \quad \text{dann Post - Version} . \end{aligned} \quad (2.79)$$

Im allgemeinen Fall kann die Rechnung nur numerisch durchgeführt werden. Für den speziellen Fall  $1s$  nach  $1s$  ist mit kleinen Vereinfachungen auch eine analytische Integration möglich [EiM95](Gl.8.50). Aus diesem Ergebnis erkennt man die

ungefähre Skalierung des Wirkungsquerschnitts.

$$\sigma_{1s-1s}^{\text{NRC}} \propto \left[ \frac{Z_1 Z_2}{(m_e v_0 Z_2)^2 + (\Delta p)^2} \right]^5 \frac{\gamma + 1}{v^2 \gamma^2} \quad (2.80)$$

$\Delta p = (E_i - E_f/\gamma)/v$  folgt aus der Differenz der relativistischen atomaren Energien vor ( $E_i$ ) und nach dem Stoß ( $E_f$ ). Bei niedrigem  $Z_2$  ist  $\Delta p$  noch groß gegen  $m_e v_0 Z_2$ , woraus die häufig zitierte Aussage folgt, dass der Querschnitt proportional  $Z_2^5$  ist. Im in dieser Arbeit betrachteten Energiebereich ist dies ab etwa  $Z_2 > 50$  nicht mehr der Fall, und die Steigung sinkt bis zum Uran auf etwa  $\propto Z_2^4$ .

Auf Grund der starken Abhängigkeit von  $Z_2$  liefert der NRC für niedrige  $Z_2$  noch keinen signifikanten Beitrag. Für diese überwiegt der REC, der proportional zur Anzahl der quasifreien Elektronen im Targetatom ( $\approx Z_2$ ) geht. Bei höherem  $Z_2$  überwiegt der NRC. Dies ist für zwei verschiedene Energien am Beispiel von Bismutationen in Abb.2.6 dargestellt.

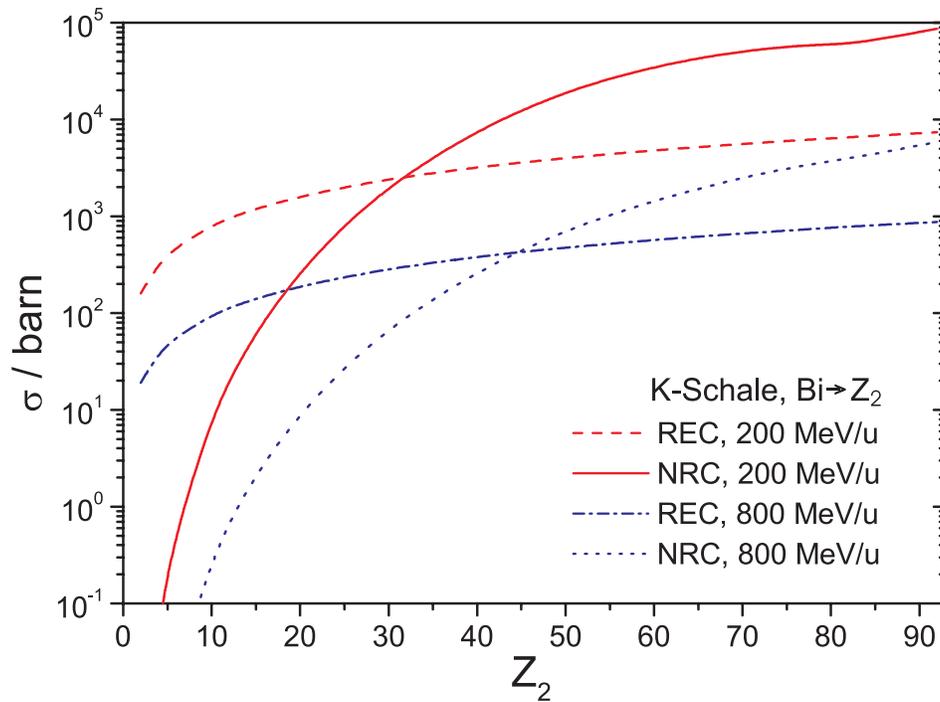


Abbildung 2.6: Einfangquerschnitt direkt in die leere K-Schale von Bismutationen als Funktion von  $Z_2$  aufgeteilt nach Anteilen des REC (nicht relativistische Dipolapproximation) und NRC (Eikonalapproximation), Werte nach GLOBAL [SSM98].

## 2.6.4 Ladungsverteilungen

Im allgemeinen Fall kann die Ladungsverteilung aus einer Ratengleichung ausgerechnet werden. Diese beschreibt die Häufigkeit  $f_i$  eines Ladungszustands  $i$  in Abhängigkeit von den Häufigkeiten aller anderen Ladungszustände  $f_j$  und den

Übergangsraten  $\Lambda_{ij}$  dazwischen. So werden alle Umladungsprozesse wie Einfang, Anregung und Ionisation entsprechend ihren Querschnitten und Zerfall entsprechend der Lebensdauer in der folgenden Gleichung berücksichtigt:

$$\frac{df_i(t)}{dt} = \sum_j f_j(t) \Lambda_{ij} - f_i(t) \sum_j \Lambda_{ij} . \quad (2.81)$$

Aus dieser einfachen Differentialgleichung kann auf vielfältige Art und Weise die Ladungsverteilung in Abhängigkeit von der Targetdicke und des Eingangsladungszustandes berechnet werden, wie in den Computerprogrammen zur Berechnung von atomaren Ladungsverteilungen: GLOBAL, CHARGE [SSM98] oder ETACHA [RSV96]. Eine direkte analytische Lösung der Ratengleichung wird bei der Auswertung der Messung der Umladungsquerschnitte verwendet und dort auch dargestellt, siehe Gl.3.7.

Bei leichteren Projektilen wird die Elektronenkonfiguration nach einer Anregung oder einem Einfang in eine höheres Niveau nicht immer schon wieder bis zum nächsten Umladungsstoß im Grundzustand sein. Die entsprechend lockerer gebundenen Elektronen können leichter ionisiert werden, was man auch als eine Erhöhung der effektiven Ionisationsquerschnitte beschreiben kann, wenn die angeregten Zustände nicht explizit berücksichtigt werden sollen. Umgekehrt sind die freien Positionen für den Einfang in das gleiche Niveau dann noch blockiert, was je nach Lage des Niveaus zu einem größeren oder kleineren Einfangquerschnitt führen kann. Aus diesem Grund sind die Ladungsverteilungen in Gasen oder Festkörpern oft sehr unterschiedlich, da hier die freien Weglängen um eine Größenordnung verschieden sind.

Bei sehr hohem  $Z_1$  jedoch ist die Lebensdauer der angeregten Zustände sehr kurz. Die Rate der Dipolübergänge in die K-Schale nimmt etwa proportional  $Z_1^{4,7}$  zu. Auch magnetische Dipolübergänge sind keineswegs mehr verboten, sondern nur noch geringfügig langsamer als die elektrischen [Jac83]. Aus den Übersichtsgraphen von Keski-Rahkonen und Krause [KeK74] ist zu entnehmen, dass die Lebensdauer bei  $Z_1 \approx 80$  kleiner als  $10^{-15} s$  ist. Dies gilt selbst für Löcher in der L- und M-Schale, da in diesem Fall Auger-Prozesse unterstützt durch Coster-Kronig-Übergänge den langsameren radiativen Zerfall ausgleichen [KeK74].

Aus diesem Grund reicht die Zeit zwischen zwei Umladungsstößen für sehr schwere Ionen selbst im Festkörper meist aus, um wieder in den Grundzustand zu gelangen. Dies vereinfacht die Berechnung von Ladungsverteilungen, da so nur noch ein Zustand pro Elektronenanzahl berücksichtigt werden muss, und der Zerfall angeregter Zustände nicht in der allgemeinen Ratengleichung auftaucht.

Im Fall konstanter Umladungsquerschnitte nähert sich die Ladungsverteilung asymptotisch einem Gleichgewicht. Da die Einstellung eines solchen Gleichgewichts meist schneller geschieht, als die Querschnitte sich auf Grund des Energieverlusts des Projektils in Materie ändern, ist das Konzept der Gleichgewichtsladungsverteilung auch unter realen Bedingungen gerechtfertigt und erleichtert die weiteren Betrachtungen, insbesondere die der Stopping-Power sehr, da die Ladungsverteilung dann unabhängig vom Eingangsladungszustand ist.

# Kapitel 3

## Experimentaufbau und Auswertung

### 3.1 Der Fragmentseparator FRS

#### 3.1.1 Aufbau des FRS

Mit dem Schwerionensynchrotron (SIS) [BBFP85] der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) können schwere Ionen bis zu Uran auf eine Energie von  $1\text{ GeV}/u$  beschleunigt werden. Dazu wird der Linearbeschleuniger UNILAC als Injektor benutzt. Aus dem SIS können durch eine resonante Anregung die Ionenpakete über einen Zeitraum von mehreren Sekunden nach und nach extrahiert und auf ein Target gelenkt werden. Eine solche Targetstation befindet sich am Anfang des Fragmentseparators (FRS) [GAB92]. Dessen Name leitet sich aus der Fähigkeit ab im Target erzeugte Nuklide sowohl nach Masse als auch nach Kernladung trennen zu können, um somit gezielte Untersuchungen einzelner Atomkerne zu ermöglichen. Gleichzeitig ist der FRS aber auch als ein hochauflösendes Spektrometer nutzbar. Von dieser Möglichkeit wurde in dieser Arbeit ausgiebig Gebrauch gemacht.

Abb.3.1 zeigt schematisch den Aufbau des FRS. Er besteht aus 4 Stufen mit je einem Dipolmagneten mit  $30^\circ$  Sektorwinkel und einem Ablenkradius von  $11.25\text{ m}$ . Die Fokussierung der Ionenstrahlen erfolgt im Wesentlichen durch Quadrupoltripletts oder Dupletts vor und hinter jedem Dipol. Zusätzlich befindet sich unmittelbar vor und hinter jedem Dipol ein Sextupol zur Korrektur von Abbildungsfehlern. Nach jeder Dipolstufe wird ein Bild des Strahlflecks am Target in einer Fokalebene ( $Fi$ ) erzeugt. In den Zwischenräumen um die Fokalebenen befinden sich in ihrer Breite variierbare Spalte zur Separation und Detektoren zur Bestimmung des Ortes der einzelnen Ionen, ihrer Kernladung oder Flugzeit.

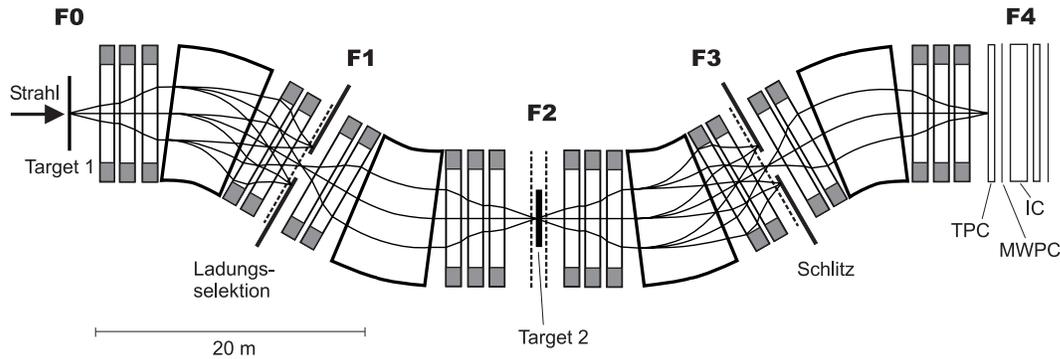


Abbildung 3.1: Aufbau des FRS. Gezeigt sind Trajektorien von Ionen in je drei verschiedenen Ladungszuständen und drei verschiedenen Winkeln nach einem Target, die ionenoptischen Elemente und die Position der Detektoren (MWPC, TPC, IC). Herausfahrbare Detektoren sind gestrichelt eingezeichnet.

### 3.1.2 Ionenoptische Grundlagen

Die Größe der Ablenkung eines geladenen Teilchens in einem Magnetfeld wird durch seine magnetische Steifigkeit ( $B\rho$ ) bestimmt. Diese ist definiert als der Radius  $\rho$  der Kreisbahn auf dem sich ein geladenes Teilchen in einem senkrecht zur Bewegungsrichtung stehenden homogenen Magnetfeld mit Flussdichte  $B$  bewegt. Die magnetische Steifigkeit hängt nur vom Impuls des Teilchens im Laborsystem ( $p$ ) und dessen Ladung ( $q$ ) ab.

$$B\rho = p/q . \quad (3.1)$$

Ein Strahl von Teilchen wird ionenoptisch durch ein Ensemble im Phasenraum der ionenoptischen Koordinaten dargestellt [Wol87]. Diese Koordinaten sind definiert als Abweichung von den absoluten Koordinaten eines Referenzteilchens, das sich auf der Sollbahn in  $z$ -Richtung bewegt. Senkrecht zur  $z$ -Richtung sind dies der Ort in der horizontalen ( $X$ ) und der vertikalen Ebene ( $Y$ ), sowie die dazugehörigen Winkel, definiert als Verhältnis des transversalen Impulses zum Impuls des Referenzteilchens ( $a = p_X/p_{\text{ref}}$ ,  $b = p_Y/p_{\text{ref}}$ ). Für die longitudinale Ausdehnung des Phasenraums ist nur die relative Impulsbreite ( $\delta = p/p_{\text{ref}} - 1$ ) wichtig, da keine zeitabhängigen Felder im FRS vorkommen.

Die Wirkung der elektromagnetischen Felder der verwendeten ionenoptischen Elemente kann durch eine Abbildungsmatrix beschrieben werden, welche die Koordinaten eines Teilchens aus einer Ebene senkrecht zur Sollbahn am Ort  $z_i$  in die entsprechenden Koordinaten zum Ort  $z_f$  überführt [Wol87]. Diese ist im allgemeinen eine nichtlineare Funktion. Sie kann aber meistens sehr gut durch eine Taylor-Entwicklung in niedriger Ordnung angenähert werden. Die gewünschten Abbildungseigenschaften des Spektrometers sind gänzlich diejenigen aus der ersten Ordnung der Entwicklung. Alle höheren Ordnungen stellen nur Abbildungsfehler dar. In erster Ordnung kann man die Abbildung schreiben als:

$$\begin{pmatrix} X \\ a \\ Y \\ b \\ \delta \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} (X, X) & (X, a) & (X, Y) & (X, b) & (X, \delta) \\ (a, X) & (a, a) & (a, Y) & (a, b) & (a, \delta) \\ (Y, X) & (Y, a) & (Y, Y) & (Y, b) & (Y, \delta) \\ (b, X) & (b, a) & (b, Y) & (b, b) & (b, \delta) \\ (\delta, X) & (\delta, a) & (\delta, Y) & (\delta, b) & (\delta, \delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ a \\ Y \\ b \\ \delta \end{pmatrix}_i. \quad (3.2)$$

Ein Koeffizient der Abbildungsmatrix (f,i) ist dann definiert als partielle Ableitung  $\partial f/\partial i$  der Endkoordinate (f) nach der Anfangskoordinate (i).

Da alle linearen Anteile der Felder entweder nur in X- oder Y-Richtung wirken, müssen alle Koeffizienten, die eine Kopplung zwischen den Koordinaten dieser beiden Ebenen beschreiben, in erster Ordnung verschwinden. Die Ablenkung durch Dipole findet nur in der Horizontalen statt. Somit gibt es auch nur in den Koordinaten X und a Dispersion, das heißt eine Abhängigkeit von  $\delta$ . Bleibt der Impuls der Teilchen im ionenoptischen System erhalten, gilt außerdem  $\delta = const$ .

Der große Vorteil der Transfermatrizen ist die einfache Beschreibung komplexer Systeme durch Verkettung der einzelnen Abbildungen. Die Koeffizienten der resultierenden Matrix beschreiben dann die Eigenschaften des Gesamtsystems.

Die wichtigste Eigenschaft eines Spektrometers ist seine Auflösung. Sie bestimmt wie gut Teilchen mit verschiedener Steifigkeit von einander getrennt werden können, ohne dass ein Überlappen ihrer Ortsverteilung mit der Breite  $\Delta X$  eine Trennung verhindert. Das Auflösungsvermögen ist definiert als

$$R = \frac{(X, \delta)}{2 \Delta X}. \quad (3.3)$$

Wenn die Breite des Strahls hauptsächlich durch dessen Divergenz bestimmt wird, ist der Strahl in der Ebene in der ein Bild des Anfangsorts erzeugt wird am schmalsten. Dies heißt in den Koeffizienten der Abbildungsmatrix ausgedrückt:  $(X, A) = 0$ . Dann ist die Breite einfach  $\Delta X = (X, X) \Delta X_0$ .

Die Breite des Strahls in einer beliebigen Ebene des optischen Systems wird, wenn man von der Dispersion absieht, durch die Anfangsverteilung in Ort und Winkel bestimmt. Meistens wird diese gut durch eine Ellipse welche alle Kombinationen von Ort und Winkel der Teilchen einschließt beschrieben. Diese Form hat dann die Eigenschaft bei rein linearen Abbildungen immer eine Ellipse zu bleiben. Unter diesen Annahmen erhält man die Strahlbreite in einer beliebigen Ebene des Systems als

$$X_{\text{env}} = \sqrt{[(X, X)X_0]^2 + [(X, a)a_0]^2} \quad (3.4)$$

$$Y_{\text{env}} = \sqrt{[(Y, Y)Y_0]^2 + [(Y, b)b_0]^2}. \quad (3.5)$$

Aufgetragen entlang des Wegs der Ionen ( $z$ ) ergeben  $X_{\text{env}}$  und  $Y_{\text{env}}$  die Enveloppen aller möglichen Strahlen. Orte mit minimalem oder maximalem Durchmesser der Enveloppe werden Waist genannt. An ihnen steht die Ellipse aufrecht.

### 3.1.3 Ionenoptische Eigenschaften des FRS

Die im Experiment verwendeten optischen Einstellungen des FRS wurden mit dem Ionenoptikprogramm GICO [WHB88] berechnet. In den meisten Experimenten, so auch in den Messungen des Energieverlustes und der Energiebreite, wird der FRS in einer achromatischen Einstellung verwendet, das heißt für die Abbildung von  $F0$  nach  $F4$  gilt  $(X, \delta) = 0$  und  $(a, \delta) = 0$ . Somit sind Ionen mit unterschiedlicher magnetischer Steifigkeit ab  $F0$  zwar an  $F2$  räumlich getrennt, werden aber wieder alle auf den gleichen Ort an  $F4$  abgebildet. Dies ist an Hand der Dispersionsbahn in Abb.3.2 nachzuvollziehen.

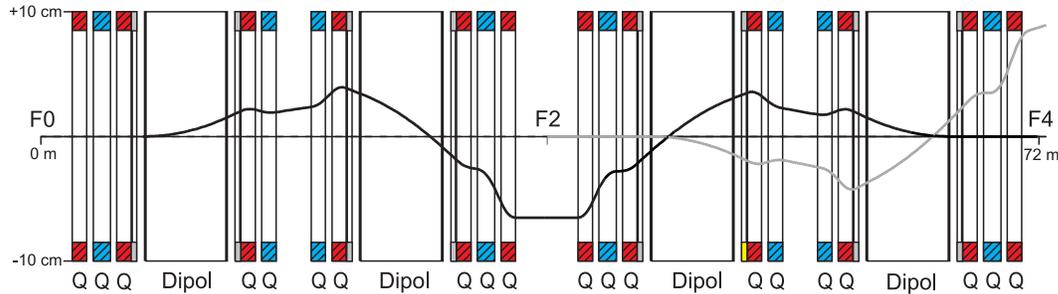


Abbildung 3.2: Dispersionsbahnen von Ionen mit einer relativen Impulsabweichung  $\delta = 1\%$  startend an  $F0$  und an  $F2$  zusammen mit den Aperturen des FRS in der dispersiven Ebene bestimmt durch die magnetischen Quadrupole (Q) und die Dipolmagnete.

Wird ein Target an  $F2$  verwendet, so entsteht die Impulsabweichung erst an diesem Ort. Die Abbildung von  $F2$  nach  $F4$  ist nicht achromatisch. Die dazugehörige Dispersionsbahn zeigt die hellere Kurve in Abb.3.2. Auf diese Weise kann die Breite einer Impulsverteilung verursacht durch ein Target an  $F2$  unabhängig von der Impulsbreite des vom SIS kommenden Strahles und unabhängig von der Impulsverteilung erzeugt im Target an  $F0$  gemessen werden.

Die gesamte Abbildung setzt sich zusammen aus den Abbildungsmatrizen der beiden Hälften des FRS,  $M_1$  und  $M_2$ . Die gesamte Dispersion erhält man somit durch Multiplikation von  $M_1$  und  $M_2$  als

$$X(\delta) = (X, X)_2 (X, \delta)_1 \delta_1 + (X, \delta)_2 \delta_2 . \quad (3.6)$$

Normalerweise ist der FRS so eingestellt, dass die Abbildung achromatisch wird wenn  $\delta_1 = \delta_2$ . Durch den Energieverlust im Target an  $F2$  ist die relative Abweichung der magnetischen Steifigkeit nicht mehr die gleiche in beiden Hälften. Somit kann der FRS in einer Einstellung nicht völlig achromatisch für verschiedene Energieverluste in homogen geformten Targets sein.

Wie man sieht, ist die Impulsakzeptanz des FRS etwa  $\pm 1\%$ . Die transversale Akzeptanz wird mit Hilfe der Enveloppen in Abb.3.3 gezeigt. Die Akzeptanz in der horizontalen Ebene ist geringer als in der vertikalen, da man hier die Dipolmagnete möglichst gut ausleuchten will. Denn das Auflösungsvermögen eines Spektrometers ist bei gegebenem Phasenraum proportional zur durch den Strahl

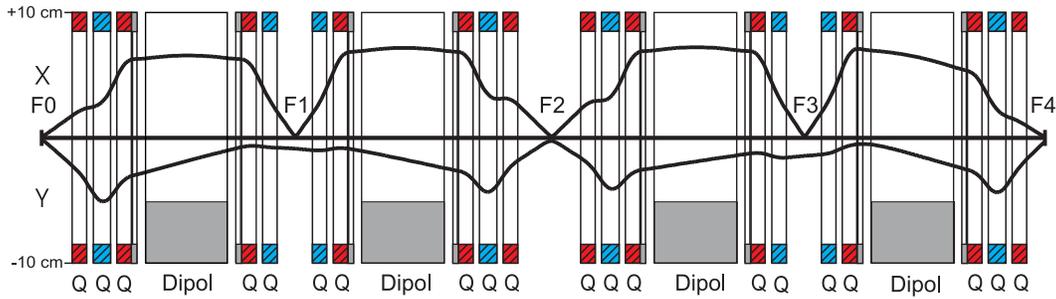


Abbildung 3.3: Ionenoptische Fokussierung im FRS. In der oberen Hälfte des Bildes wird die X-Envelope für einen Anfangsphasenraum von  $(\pm 8 \text{ mrad}) \times (\pm 1 \text{ mm})$  mit den Aperturen des FRS in dieser Ebene gezeigt. Die untere Hälfte ist das entsprechende Bild der Y-Envelope mit  $(\pm 10 \text{ mrad}) \times (\pm 1 \text{ mm})$ .

abgedeckten Fläche im Dipol [Wol87]. Bei einer Anfangsbreite des Strahls von  $\Delta X = \pm 1 \text{ mm}$  ist das ionenoptische Auflösungsvermögen des FRS in der gezeigten Einstellung  $R = 3300$ .

## 3.2 Versuchsdurchführung und Auswertung

### 3.2.1 Umladungsquerschnitte

#### Versuchsaufbau

Mit einem Strippertarget an  $F0$  wurde eine Ladungsverteilung erzeugt, aus der ein Ladungszustand mit Hilfe der Spalte an  $F1$  ausgewählt wurde, wie in Abb.3.1 dargestellt. Diese Ionen trafen auf dünne Folientargets, die auf einer Leiter an  $F3$  montiert waren. Aus der Häufigkeit der Ladungszustände nach diesen Targets konnten die Umladungsquerschnitte bestimmt werden.

Für diese Messung ist es sehr wichtig nahe 100 % Transmission und entsprechende Effizienz der Detektoren zu haben. Aus diesem Grund wurde die Messung von  $F3$  nach  $F4$  ausgeführt, da an  $F4$  vier Ortsdetektoren hintereinander aufgestellt werden konnten. Durch eine ODER-Verknüpfung erreichen sie zusammen eine Effizienz besser als 99 %.

Die Separation hingegen muss nicht so gut sein, da nur die einzelnen Ladungszustände sauber getrennt werden müssen. Alle Ionen dürfen aber nur die Folie als Materie treffen, damit keine Verunreinigungen in den Spektren entstehen. Deshalb wurde eine spezielle ionenoptische Einstellung verwendet, die auch ein schmales Bild in vertikaler Richtung an  $F3$  erzeugt. Dafür konnte die Achromasiebedingung aufgegeben werden. Die Dispersion von  $F3$  nach  $F4$  musste auch geringer als in der Standardeinstellung sein, damit man auch doppelte Umladung noch sicher beobachten konnte, ohne die Ionen auszublenden. Als Test kann man aus der gemessenen Verteilung im Phasenraum die Trajektorien zurückrechnen und sehen, ob ein Teil der Ionen eines Ladungszustandes möglicherweise ausge-

blendet wurde. Die optische Transmission war demnach besser als 99 %, selbst für doppelte Umladung.

Die Zählraten waren bei diesen Messungen unter 1000 pro Sekunde, um Probleme mit Totzeiten der gasverstärkten MWPCs [Ste91] oder der TPCs [HIJ98] zu vermeiden. Totzeiten der Datenaufnahme verteilen sich gleichmäßig auf alle Ladungszustände und können das Verhältnis der Intensitäten nicht beeinflussen. Ein Ereignis, welches eigentlich aus mehreren Treffern besteht, kann daran erkannt werden, dass die Summe der Signallaufzeiten der MWPCs oder der Driftzeiten in den TPCs in entgegengesetzte Richtung dann nicht mehr konstant ist.

Diese Messungen wurden nur bei einer Energie von 200 MeV/u ausgeführt.

### Auswertung der Querschnitte

Die Häufigkeit eines Ladungszustandes ( $f_i$ ) nach dem Target kann unter Berücksichtigung aller Umladungsprozesse vom Zustand mit  $i$  Elektronen zum Zustand mit  $j$  Elektronen mit den Wirkungsquerschnitten ( $\sigma_{ij}$ ) durch die Ratengleichung 2.81 beschrieben werden.

$$\frac{df_i(x)}{dx} = N \left( \sum_j f_j(x) \sigma_{ij} - f_i(x) \sum_j \sigma_{ij} \right). \quad (3.7)$$

Dabei ist ( $x$ ) die Targetdicke und ( $N$ ) die Anzahl der Targetatome pro Volumen. Fasst man die Wirkungsquerschnitte in einer Matrix ( $\hat{\mathbf{S}}$ ) zusammen, die zusätzlich die Diagonalelemente ( $s_{ii} = -\sum_j \sigma_{ij}$ ) enthält, so ist die Lösung des Systems von Differentialgleichungen für die Häufigkeit der Ladungszustände ( $\vec{f}$ ),

$$\vec{f}(x) = e^{N\hat{\mathbf{S}}x} \vec{f}(0). \quad (3.8)$$

Die verwendeten Folien waren dünn genug, so dass nur etwa 1 % der Ionen überhaupt umgeladen wurden. Unter dieser Bedingung lässt sich Gl.3.8 durch eine Taylor-Entwicklung bis zur zweiten Ordnung approximieren. ( $\hat{\mathbf{1}}$ ) stellt dabei die Einheitsmatrix dar.

$$\vec{f}(x) \approx (\hat{\mathbf{1}} + N\hat{\mathbf{S}}x + \frac{1}{2}(N\hat{\mathbf{S}}x)^2) \vec{f}(0). \quad (3.9)$$

Die verschiedenen, linear unabhängigen Ladungshäufigkeiten  $\vec{f}$  fasst man zur quadratischen Matrix ( $\hat{\mathbf{f}}$ ) zusammen. Im speziellen Fall des beschriebenen Experiments gab es immer nur einen Eingangsladungszustand, damit ist  $\hat{\mathbf{f}}(0)$  gleich der Einheitsmatrix.  $\hat{\mathbf{f}}(x)$  enthält die gemessenen Ladungsverteilungen nach dem Target. Das entstandene nicht lineare Gleichungssystem lässt sich wie eine einfache quadratische Gleichung auflösen. Die auftretende Wurzel aus einer Matrix erhält man wieder durch Taylor-Entwicklung.

$$N\hat{\mathbf{S}}x \approx \sqrt{2\hat{\mathbf{f}} - \hat{\mathbf{1}}} - \hat{\mathbf{1}} = (\hat{\mathbf{f}} - \hat{\mathbf{1}}) - \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{f}} - \hat{\mathbf{1}})^2 + \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{f}} - \hat{\mathbf{1}})^3 + \dots \quad (3.10)$$

Als Test kann man das erhaltene Ergebnis in die nicht abgebrochene Entwicklung Gl.3.9 einsetzen und das Residuum betrachten. Daraus ließ sich erkennen, dass eine Entwicklung bis zur zweiten Ordnung ausreicht. Das heißt, es war keine Verbesserung der Genauigkeit mehr möglich, da der Fehler der Targetdicke schon 5% betrug. Eine Rechnung nur bis zur ersten Ordnung hätte jedoch nicht ausgereicht, da sonst die Querschnitte für direkte doppelte Umladung nicht von sukzessiver mehrfacher Umladung zu trennen gewesen wären.

In der Auswertung wurde nur die Anzahl der Elektronen berücksichtigt und nicht die einzelnen Energieniveaus. Da die verwendeten Folien sehr dünn waren, wurden Prozesse, die über angeregte Zustände ablaufen, unterdrückt. So finden praktisch nur Umladungen direkt aus dem Grundzustand statt. Die so ermittelten Querschnitte entsprechen deshalb eher denjenigen in Gasen.

### 3.2.2 Ladungsverteilungen

Die Ladungsverteilungen wurden einfach durch Auszählen der Ionen in einem Peak zu einem Ladungszustand bestimmt. In den Fällen in denen die Ladungsverteilung zu breit war, um auf einmal im  $B\rho$ -Fenster des FRS erfasst zu werden, wurden die einzelnen Spektren mit Hilfe des intensivsten Ladungszustands aufeinander normiert. Die Targets waren immer hinreichend dick um ein Ladungsgleichgewicht zu erhalten.

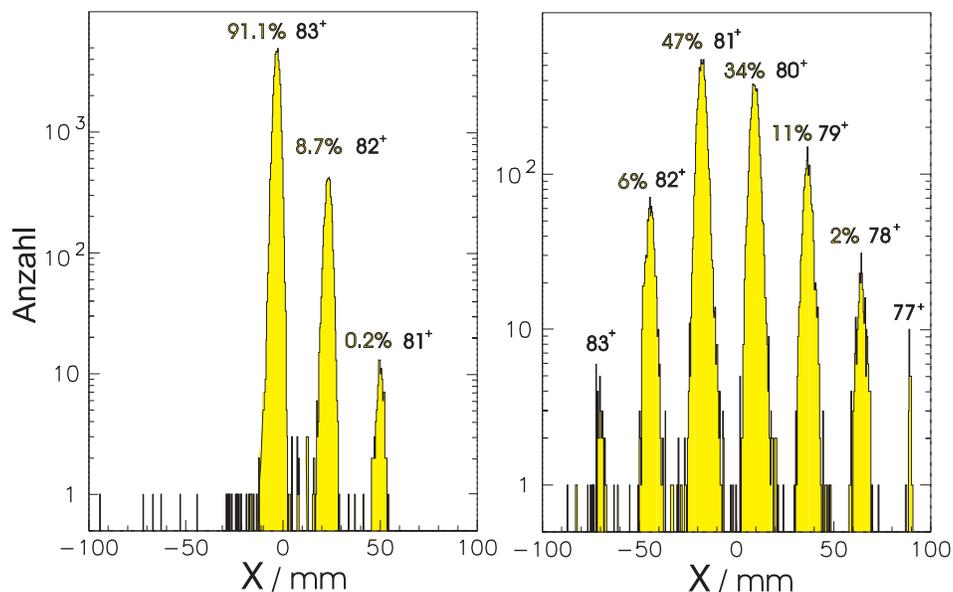


Abbildung 3.4: Gemessene Gleichgewichtsladungsverteilung von  $^{209}Bi$ -Ionen nach Durchqueren eines Bleitargets mit Ausgangsenergie  $950 MeV/u$  (links) und  $159 MeV/u$  (rechts). Die Anzahl der Ionen ist gegen die Position  $X$  an  $F1$  aufgetragen.

### 3.2.3 Stopping-Power

Die energieabhängigen Energieverluste von  $^{197}\text{Au}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  und  $^{209}\text{Bi}$ -Ionen wurden über die Änderung der magnetischen Steifigkeit bestimmt. Ausgehend von einer fixen Anfangsenergie wurden Targets verschiedener Dicke verwendet, die zu einem Energieverlust von typischerweise 10 % bis 30 % der Anfangsenergie führten. Die Messungen wurden in drei Strahlzeiten durchgeführt: 1997 mit einem Goldstrahl und Anfangsenergien von  $300\text{ MeV}/u$  und  $150\text{ MeV}/u$  von  $F0$  nach  $F2$ , 1998 mit Bismutprojektilen ausgehend von  $1000\text{ MeV}/u$ ,  $600\text{ MeV}/u$ ,  $290\text{ MeV}/u$  und  $200\text{ MeV}/u$  gemessen von  $F2$  nach  $F4$  und 1999 mit Blei, startend bei  $250\text{ MeV}/u$  und  $164\text{ MeV}/u$  wieder mit Targets an  $F0$  und Messung bis  $F2$ . Die Targetmaterialien wurden dabei über den gesamten Bereich von  $Z_2 = 4$  bis  $Z_2 = 82$  variiert.

#### Prinzip der Messung

Der Energieverlust der Ionen wurde aus der Einstellung der magnetischen Felder, der Strahlposition in den Bildebenen, sowie der gemessenen Dispersion bestimmt.

Da die Änderungen der magnetischen Steifigkeit im Vergleich mit und ohne Target sehr groß waren, konnte diese Änderung nicht einfach aus einer Verschiebung der Strahlposition auf einem Ortsdetektor bestimmt werden. Stattdessen wurde die Wirkung der Magnetfelder des FRS im Verhältnis der geänderten Steifigkeiten skaliert, so dass der Strahl wieder auf die gleiche Stelle des Detektors trifft.

Dieses Skalieren ist in guter Näherung möglich, wenn man das Integral der Felder entlang der optischen Achse betrachtet. So hängt der Ablenkwinkel im Sektorfeld nur vom Verhältnis dieser Größe zur magnetischen Steifigkeit ab,

$$\Phi = \frac{\int B(l) dl}{B\rho} . \quad (3.11)$$

Anstatt das Integral auszuschreiben wird häufig auch die geometrische Länge  $L$  eines optischen Elements durch eine effektive Länge  $L_{\text{eff}}$  ersetzt, so dass mit einer Flussdichte  $B$ , bestimmt in der Mitte des Elements, gilt:

$$B L_{\text{eff}} = \int B(l) dl . \quad (3.12)$$

Der Radius  $\rho$  ist allerdings proportional zu  $B$ . Dies führt zu einer leichten Verschiebung der Strahlage nach dem Sektorfeld durch das Skalieren.

Die effektive Länge der Sektorfelder kann sich um etwa  $10\text{ cm}$  ändern. Dies hat aber nach Skalieren von  $B L_{\text{eff}}$  nur eine parallele Verschiebung des Strahls am Ausgang des Sektorfelds von etwa  $0.01\text{ mm}$  zur Folge, und diese wird durch die optische Abbildung sogar wieder auf einen Punkt in der folgenden Fokalebene fokussiert. Skaliert man hingegen nur nach der Flussdichte wird der Strahl nach dem Sektorfeld im Winkel um etwa  $1\text{ mrad}$  verschoben, was zu einer Verschiebung im Ort in der folgenden Fokalebene von ungefähr  $0.2\text{ mm}$  führt.

Die Koeffizienten der Transfermatrix der Sektorfelder und der Quadrupole skalieren auch nur zum Teil mit  $BL_{\text{eff}}$  andere nur mit  $B$  oder  $L_{\text{eff}}$  [Wol87]. Da die effektive Länge der optischen Elemente sich aber nur um einige Promille ändert wird die Art der optischen Abbildung dadurch nicht wesentlich beeinflusst.

Der Hauptanteil der Änderung der magnetischen Steifigkeit kann somit aus dem Skalierungsfaktor der Dipole bestimmt werden und eine kleinere Korrektur aus der verbleibenden Verschiebung im Ort. Abb.3.5 zeigt die bei der Messung benutzte Prozedur:

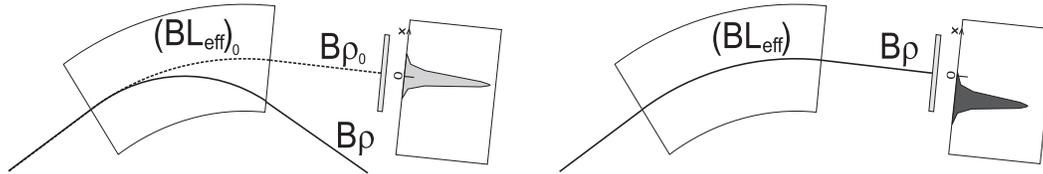


Abbildung 3.5: Schema der Energieverlustmessung. Links: Ohne Target ist der Strahl mit Steifigkeit  $B\rho_0$  zentriert, der Strahl mit der Steifigkeit  $B\rho$  nach dem Target wird zu stark abgelenkt. Rechts: Nach Skalieren ist die Steifigkeit nach dem Target ( $B\rho$ ) zentriert. Es bleibt nur eine kleine Verschiebung im Ort.

Zuerst wird eine Messung ohne Target bei bekannter magnetischer Steifigkeit gemacht, in welcher der Strahl den Detektor am Ort  $X_0$  trifft. Dann wird ein Target eingefahren und die Magnete werden skaliert. Dadurch wird der Strahl mit Target wieder ungefähr an den gleichen Ort gebracht. Die verbleibende Ortsverschiebung wurde in den Bildebenen mit gasverstärkten Vieldrahtkammern (MWPCs) [Ste91] bestimmt. Diese lassen sich ferngesteuert in den Strahl hinein- und herausfahren.

Der dabei zuerst verwendete Skalierungsfaktor kann nur so gut sein wie eine theoretische Vorhersage des Energieverlustes. Bei Abweichungen von mehreren  $mm$  muss noch ein zweites mal skaliert werden. Ansonsten kann die verschiedene Zentrierung innerhalb der Quadrupole eine zusätzliche Ortsverschiebung verursachen (Steering).

Der FRS besteht aus vier Dipolstufen, und da die Dispersion einer Stufe schon groß genug für eine gute Messung ist, bot sich eine mehrfache Messung des Energieverlustes an. So wurde in fast allen Fällen der Energieverlust im Target doppelt bestimmt. In den Gold- und Bleistahlzeiten zwischen  $F0$  und  $F1$ , sowie nachdem der Detektor an  $F1$  entfernt worden war ausgehend von der dort gemessenen Position auch noch bis  $F2$ . Analog gab es Messungen von  $F2$  nach  $F3$  und von  $F3$  nach  $F4$  in der Bismutstrahlzeit.

### Bestimmung des eingestellten Skalierungsfaktors

Die Dipol- und Quadrupolfelder des FRS wurden über eine Rampenprozedur eingestellt, um die Sollfeldstärken unabhängig von der Hysterese zu erreichen. Somit entspricht eine Stromstärke immer dem gleichen  $BL_{\text{eff}}$ . Aus diesem Grund können die Ströme auch zur Bestimmung des Skalierungsfaktors verwendet werden.

Die beste Möglichkeit genau Magnetfeldstärken zu bestimmen ist eine NMR-Sonde. Da die FRS-Magnete aber lamelliert aufgebaut sind und deshalb in einem kleinen lokalen Bereich kein hinreichend homogenes Magnetfeld erzeugen, ließ sich diese nicht einsetzen. Deshalb blieb nur eine weniger genaue Hallsonde. Diese wurde in einem externen Magneten allerdings nur durch zwei Punkte kalibriert und zeigt dazwischen experimentell auch Abweichungen von der Proportionalität zur Flussdichte. Außerdem sind die direkten Magnetfeldmessungen immer nur lokal im Magneten und nicht repräsentativ für Sättigungseffekte und das sich damit ändernde  $L_{\text{eff}}$ .

Beim Mappen der Magnete wurde jedoch das entlang der optischen Achse integrierte Feld ( $BL_{\text{eff}}$ ), welches den Ablenkwinkel der Dipolmagnete bestimmt, als Funktion des Stromes bestimmt. Als Wert der Stromstärke kann man zum einen den Sollwert der Netzgeräte oder einen Messwert verwenden. Somit gibt es drei Varianten den Skalierungsfaktor und daraus den Energieverlust zu bestimmen: Die Hallspannungen ( $U_H$ ), die Sollstromstärken und die gemessenen Stromstärken ( $I$ ). Die Änderung im Verhältnis zur ursprünglichen magnetischen Steifigkeit ( $B\rho_0$ ) erhält man dann mit Hilfe der dazugehörigen Ströme oder Spannungen folgendermaßen:

$$\frac{(B\rho)}{(B\rho)_0} = \frac{(BL_{\text{eff}})(I)}{(BL_{\text{eff}})(I_0)} \quad \text{oder} \quad \frac{(B\rho)}{(B\rho)_0} = \frac{U_H}{U_{H,0}} . \quad (3.13)$$

In der Bleistahlzeit wurde eine verbesserte Strommessung verwendet. In diesem Fall stimmen die gemessenen Ströme mit den Sollwerten so gut überein, dass der daraus resultierende relative Energieunterschied kleiner als  $1.5 \cdot 10^{-4}$  ist. Die Auswertung über die Hallspannungen weicht hiervon in allen drei Strahlzeiten etwa um  $5 \cdot 10^{-4}$  in der kinetischen Energie ab.

### Der Ort in der dispersiven Ebene

Wenn der Strahl mit Target wieder bis auf einige Millimeter an die alte Position gebracht wird, entsteht die verbleibende Ortsverschiebung ausschließlich durch den linearen Anteil der Dispersion. Die relative Abweichung von der magnetischen Steifigkeit  $(B\rho)_0$  lässt sich mit Hilfe des Dispersionskoeffizienten  $(X, \delta)$  leicht ausrechnen,

$$\frac{(B\rho) - (B\rho)_0}{(B\rho)_0} = \frac{\Delta X}{(X, \delta)} . \quad (3.14)$$

Die Dispersionen wurden mit Hilfe von Spektren eines Projektils in mehreren Ladungszuständen, wie in Abb.3.4, bestimmt. Der Unterschied im Energieverlust der Ionen, welche das Target in verschiedenen Ladungszuständen verlassen, ist nur sehr gering. Deshalb ist in diesem Fall der Unterschied in der magnetischen Steifigkeit genau bekannt und Gl.3.14 kann umgekehrt zur Bestimmung von  $(X, \delta)$  verwendet werden.

Der Ort wird mit den MWPCs aus der Differenz der Signallaufzeiten mal einem Kalibrierungsfaktor bestimmt [Ste91]. Will man die Dispersion in absoluten Ein-

heiten bestimmen, so muss auch dieser Faktor exakt bekannt sein. Allerdings ist dies für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente nicht wichtig, da es sich nur um einen konstanten Faktor und eine Verschiebung handelt. Es heißt nur, dass man in anderen Längeneinheiten rechnet. Vergleicht man die experimentell bestimmte Dispersion mit den theoretischen Werten, so stimmen beide innerhalb der Unsicherheit dieses Faktors von etwa 5% überein.

Bei der Bestimmung des Ortes für Energieverlustmessungen muss man unterscheiden zwischen wahrscheinlichstem Energieverlust und mittlerem Energieverlust. Wenn die Energieverteilung asymmetrisch ist, können die so ermittelten Energieverluste sehr unterschiedlich sein. In diesem Experiment wurde der mittlere Energieverlust bestimmt, deshalb wurde der Mittelwert der Ortsverteilung verwendet. Prinzipiell müsste man noch den nicht linearen Zusammenhang von Ort und Energie berücksichtigen. Da die relative Breite der Energieverteilung jedoch sehr klein ist, wird die Abhängigkeit innerhalb der Verteilung jedoch linear genug.

Die genaue Positionsmessung ist in diesem Experiment im Vergleich zu vielen anderen Energieverlustmessungen nicht so kritisch, da der gesamte Energieverlust mit 10% bis 30% der Anfangsenergie sehr groß ist und zum größten Teil aus dem Skalierungsfaktor bestimmt wird. In anderen Experimenten bei kleinerem relativen Energieverlust wird hingegen meist nur die Verschiebung im Ort benutzt, ohne die Magneteinstellung zu verändern. Um eine ähnliche Genauigkeit in der Stopping-Power zu erreichen, muss dann jedoch die Ortsmessung viel genauer sein und auch der Fehler der Targetdicke wird viel kritischer.

### **Erreichen der Gleichgewichtsladungsverteilung**

Die Stopping Power wurde für Ionenverteilungen im Ladungsgleichgewicht bestimmt. Der Ladungszustand der Ionen im SIS entspricht aber noch dem nach einer Stripperfolie am Ausgang des UNILAC bei nur  $11.4 \text{ MeV}/u$ . Aus diesem Grund wurde ein zusätzlicher Stripper direkt vor dem Energieverlusttarget an  $F0$  verwendet. Dieser war mit  $120 \text{ mg}/\text{cm}^2$  Eisen hinreichend dick um in eine Gleichgewichtsladungsverteilung zu gelangen. Kleine Abweichungen zur Verteilung im Gleichgewicht für das jeweils untersuchte Targetmaterial verbleiben jedoch.

In den Messungen mit Target an  $F2$ , die hauptsächlich zur Untersuchung der Energieverluststreuung gedacht waren, gab es keinen solchen Vorstripper. Hier war der einzelne Eingangsladungszustand nur derjenige, der dem Mittelwert der Gleichgewichtsverteilung am nächsten kommt. Dies führt in Targetmaterialien in denen das Gleichgewicht nur sehr langsam erreicht wird, hier vor allem Beryllium, zu einem leicht vergrößerten Fehler der bestimmten Stopping-Power. Den gleichen Effekt hat man am Austritt aus dem Target, da man danach auch nur einen Ladungszustand im magnetischen Spektrometer zentrieren konnte. In einigen Fällen wurden auch verschiedene Ausgangsladungszustände vermessen. Jedoch konnte innerhalb des Fehlers beim Skalieren kein signifikanter Unterschied im Energieverlust gesehen werden.

## Ladungsidentifikation

Auf die bisher beschriebene Art und Weise wird nur der relative Verlust in magnetischer Steifigkeit bestimmt. Zusätzlich müssen alle Ladungszustände identifiziert werden, so dass daraus die Impulsverluste folgen.

$$(B\rho)_i = p_i/q_i . \quad (3.15)$$

Als im FRS zentrierter Ladungszustand wurde immer einer möglichst nahe dem Mittelwert der Ladungsverteilung gewählt. Da die Energie vor und nach dem Target aber verschieden ist und damit auch die Ladungsverteilung, ist  $q_i$  häufig unterschiedlich in beiden Hälften des FRS.

## Berechnung des Energieverlustes

Mit Hilfe der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung sowie Gleichungen 3.13, 3.14 und 3.15 kann der Energieverlust ausgerechnet werden.

$$p_0 = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 + 2E_0 m_0 c^2} \quad (3.16)$$

$$p_i = p_0 \frac{(BL_{\text{eff}})_i}{(BL_{\text{eff}})_0} \frac{q_i}{q_0} \left(1 + \frac{\Delta X}{(X, \delta)}\right) \quad (3.17)$$

$$\Delta E_i = \sqrt{(p_0 c)^2 + (m_0 c^2)^2} - \sqrt{(p_i c)^2 + (m_0 c^2)^2} . \quad (3.18)$$

Wie man sieht braucht man dazu die Ruhemasse ( $m_0$ ) und die kinetische Energie der Ionen ohne Target ( $E_0$ ). Letztere ist aus der Energie nach der Beschleunigung mit einer relativen Genauigkeit von etwa  $3 \cdot 10^{-4}$  bekannt. Durch die Unsicherheit der Dickenmessung des Vorstrippers und des darin stattfindenden Energieverlusts vor Erreichen des Ladungsgleichgewichts steigt der Fehler auf etwa  $5 \cdot 10^{-4}$ .

Da bei einer solchen Verschiebung der Anfangsenergie die Endenergie nicht genau um den gleichen Betrag mit verschoben wird, entsteht ein zusätzlicher Fehler im Energieverlust. Dieser ist aber deutlich kleiner als die sonstigen Fehlerquellen. Für die später bestimmte Stopping-Power heißt das allerdings, dass die Energie zu der ein Stopping-Power-Wert bestimmt wurde auch einen kleinen Fehler hat. Diese Verschiebung in der Energie multipliziert mit der Steigung der Stopping-Power gegen die Energie ergibt jedoch einen Fehler der Stopping-Power viel kleiner als der aus anderen Gründen.

## Energieverlust als Funktion der Targetdicke und Energie

Der Energieverlust konnte in fast allen Fällen über zwei einzelne Dipolstufen bestimmt werden. Diese beiden Messungen sind bis auf die Ortsbestimmung an  $F1$  beziehungsweise an  $F3$  unabhängig voneinander und gleichberechtigt. Alle auf mehrere Arten ermittelten Energieverluste in einem Target wurden zuerst gemittelt. Dabei reduziert sich der Fehler der einzelnen Energieverlustmessung entsprechend der Anzahl der unabhängigen Messungen.

Da der Energieverlust immer in mehreren Targets eines Materials mit verschiedener Dicke und zusätzlich noch nach der Dicke Null (ohne Target) gemessen wurde, kann er als Funktion der Targetdicke dargestellt werden, siehe Abb.3.6.

Der Energieverlust hängt in guter Näherung linear von der Targetdicke ab. So ist es leicht möglich den Fehler der Targetdicke in einen zusätzlichen Energiefehler umzurechnen. Die dazu notwendige Stopping-Power erhält man schon aus einer ersten, groben Auswertung der Messdaten hinreichend genau. Somit braucht man im folgenden Schritt der Approximation einer Funktion an die Messdaten und in der Fehlerrechnung nur noch Fehlerbalken in einer Richtung berücksichtigen, was die Rechnung erheblich vereinfacht.

Da die Stopping-Power energieabhängig ist, muss die Funktion, welche die Energieänderung in Abhängigkeit von der Energie beschreiben soll, auch nichtlineare Terme beinhalten. Der einfachste Ansatz ist ein Polynom, wie zum Beispiel in Ref.[Sch94]. Andere Autoren [Bim78] haben versucht dies durch Terme zu verbessern, die prinzipiell die Energieabhängigkeit der Stopping-Power besser beschreiben, wie etwa einzelne Summanden proportional zur erwarteten Energie- oder Geschwindigkeitsabhängigkeit.

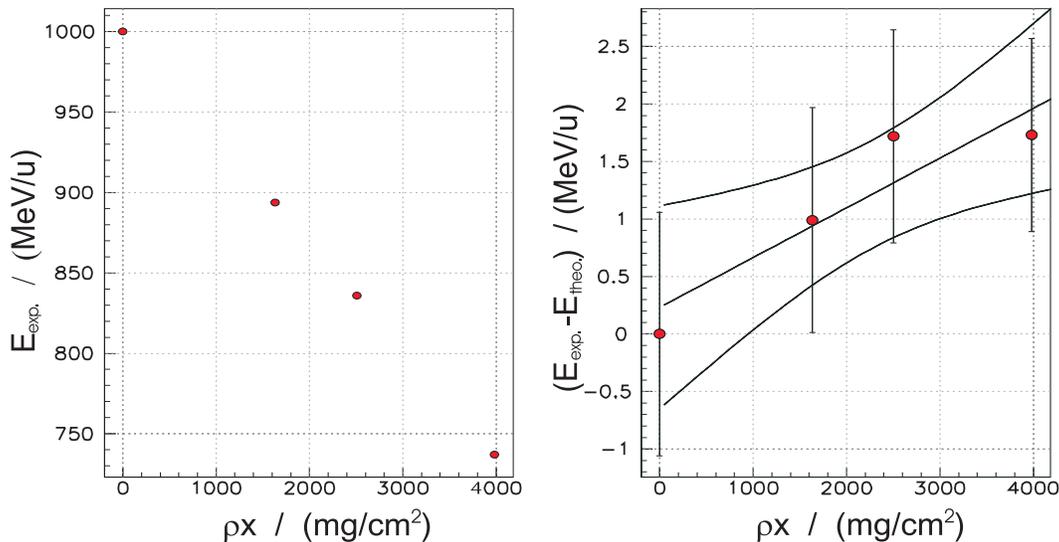


Abbildung 3.6: Links: Energie von  $^{209}\text{Bi}$ -Ionen startend bei  $1000 \text{ MeV}/u$  als Funktion der Dicke des Aluminiumtargets. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Symbolgröße. Rechts: Die selben Werte nach Abzug der theoretischen Vorhersage mit einer linearen Approximationsfunktion und dem Fehler dieser Funktion.

Da aber die Energieabhängigkeit der Stopping-Power aus der Theorie schon recht gut bekannt ist, zumindest meist viel besser als sie in die primitiven Ansätze für Approximationsfunktionen eingeht, bietet es sich an generell den Wert dieser Vorhersage als konstanten Beitrag in der verwendeten Funktion zu verwenden. Auf diese Weise erhält man die bestmögliche Beschreibung der Energieabhängigkeit, ohne zusätzliche freie Parameter einführen zu müssen. Im Fall dieser Arbeit beschreibt die Theorie, wie sie im Programm ATIMA [SGS98] enthalten ist, die

Energieverluste schon sehr gut. Deshalb ließen sich die verbleibenden Unterschiede leicht durch ein einfaches Polynom  $P(x)$  beschreiben, wie es in Abb.3.6 an einem Beispiel gezeigt ist.

Die gemessene Energie setzt sich also zusammen aus der Anfangsenergie  $E_0$ , dem theoretischen Energieverlust und  $P(x)$ . Durch Ableiten erhält man den Unterschied in der Stopping-Power.

$$E_{\text{mess}}(x) = E_0 + \int_0^x \left( \frac{dE(x')}{dx'} \right)_{\text{theo}} dx' + P(x) \quad (3.19)$$

$$\left( \frac{dE(x)}{dx} \right)_{\text{mess}} = \left( \frac{dE(x)}{dx} \right)_{\text{theo}} + \frac{dP(x)}{dx}. \quad (3.20)$$

Nach der Analyse sämtlicher Messdaten zeigte ein Chi-Quadratstest, dass sogar eine Gerade die Abweichungen im Energieverlust hinreichend gut beschreibt. In der Ableitung nach der Dicke, der Stopping-Power, bedeutet das dann nur eine parallele Verschiebung gegenüber der Theorie. Eine Parabel wäre zur Beschreibung ebenfalls möglich gewesen. Diese hätte den Vorteil in einigen Fällen auch noch Abweichungen in der Steigung sehen zu können. Da dies aber auch mit einer größeren Anzahl von freien Parametern verbunden wäre, was wiederum den Fehler vergrößert, wurde die Gerade bevorzugt.

Diese geringe Anzahl der freien Parameter ist der zweite große Vorteil der verwendeten Methode. So hätte eine Approximation mit einer einfacheren Funktion ein Polynom bis zur dritten Ordnung erfordert um die Energieabhängigkeit mit zu berücksichtigen. So aber erhält man eine verbesserte Genauigkeit, da man weniger freie Parameter als die Anzahl von Messungen mit verschiedener Targetdicken hat und somit noch mittelt.

Es mag verdächtig klingen, dass bei der Bestimmung der Stopping-Power das Ergebnis einer noch zu testenden Theorie verwendet wird. Da man aber den theoretischen Anteil im Energieverlust und der Stopping-Power gleichermaßen addiert, wird das so ermittelte Ergebnis durch die verwendete Theorie nicht verfälscht. Vielmehr würde eine weniger gut an die Energieabhängigkeit der Stopping-Power angepasste Funktion das Ergebnis viel stärker systematisch beeinflussen.

Nach dieser Auswertung erhält man die Stopping-Power als Funktion der Targetdicke. Nur an den Stellen, die einer wirklich verwendeten Targetdicke entsprechen, ist die dazugehörige Energie direkt bekannt. Da hier eine nicht analytisch invertierbare Approximationsfunktion verwendet wurde, kann die Zuordnung zur Energie über das gesamte untersuchte Targetdickenintervall nur numerisch nach Gl.3.19 erfolgen. Dies ist ein kleiner Nachteil gegenüber einer einfacheren Approximationsfunktion.

Der Fehler des Energieverlusts hat etwa in der Mitte des Intervalls ein Minimum (siehe Abb.3.6). Deshalb wird als Ergebnis später die Stopping-Power bei der zu dieser Dicke gehörigen Energie angegeben. Insgesamt ergeben sich Fehler der ermittelten Stopping-Power von 0.6 % bis 3 %. Die großen Fehler von mehreren Prozent stammen aus Messungen in denen nicht eine ganze Serie von Targets

eines Materials zu einer Anfangsenergie untersucht wurde. Ansonsten wird der Fehler vor allem durch den Skalierungsfaktor und bei dünneren Targets durch die Targetdicke bestimmt.

### 3.2.4 Energieverluststreuung

#### Aufbau am FRS

Im Hauptteil der Experimente, der Bismutstrahlzeit, wurde die Energieverteilung über die Ortsverteilung in der letzten Bildebene ( $F4$ ) bestimmt. Dabei wurde die beschriebene achromatische Einstellung des FRS verwendet.

An  $F4$  wurden zwei TPCs [HIJ98] und zwei MWPCs [Ste91] jeweils im Abstand von  $1.1\text{ m}$  als Ortsdetektoren verwendet. Die TPCs hatten eine intrinsische Auflösung besser als  $0.2\text{ mm}$  und die MWPCs  $0.5\text{ mm}$ . Auf Grund ihrer schlechteren Auflösung dienten die MWPCs hier nur zur Kontrolle.

Im Target finden immer auch Kernreaktionen statt. Mit der Ionisationskammer (MUSIC) [PGM94] an  $F4$  konnten die entstandenen Fragmente identifiziert werden, und es wurde so kontrolliert, dass sie genügend absepariert waren und die Messung nicht beeinflussten.

In einem zusätzlichen späteren Test im Mai 2000, wurde die Energiebreite von Uranionen auch noch nach einigen Targets an  $F0$  mit Hilfe der Ortsverteilung auf den MWPCs an  $F2$  gemessen. In diesem Fall ist die Optik nicht achromatisch und man misst nicht unabhängig von der Energiebreite des SIS-Strahls.

#### Ortsverteilung

Um die Ortsverteilung unabhängig von der Winkelverteilung nach dem Target zu messen, ist es wichtig die Lage der Bildebene genau zu bestimmen. Für eine breite Winkelverteilung, wie vor allem nach den Goldtargets, ist der Unterschied zwischen der Bildebene und der Ebene der Waist sehr gering, so dass in diesen Fällen zur Bestimmung der Lage der Bildebene nur der Phasenraum an  $F4$  verwendet wurde. Ort und Winkel konnten mit Hilfe der gemessenen Position auf beiden Detektoren bestimmt werden und so auch interpoliert und extrapoliert in anderen Ebenen aufgetragen werden. Die beobachtete Winkelstreuung war im Einklang mit den theoretischen Vorhersagen [ScG98]. In den Berylliumtargets war sie mit  $\sigma_A = (0.7 - 1.5)\text{ mrad}$  je nach Targetdicke und Energiebereich am geringsten und in den Goldtargets mit  $\sigma_A = (2.5 - 6.2)\text{ mrad}$  am größten.

Die verwendeten Detektoren standen in Luft hinter dem  $90\text{ mg/cm}^2$  Titan-Austrittsfenster, welches das Hochvakuum im FRS vom Atmosphärendruck trennt. Die dort stattfindende Winkelstreuung verbreitert die Ortsverteilung zusätzlich. Leider wurde dieser Effekt beim Einstellen der Fokussierung des FRS nicht genügend berücksichtigt. Da die Anfangsverteilung der Winkel selber sehr klein war, führte dies dazu, dass die Lage der Bildebene in den folgenden Messungen schließ-

lich  $1.3\text{ m}$  vor der gewünschten Position lag. Da man so den Ort von beiden Detektoren aus extrapolieren musste, und die Winkelstreuung sich bei größerem Anstand zum Austrittsfenster stärker im Ort bemerkbar machte, erreichte man nicht die optimale Auflösung.

Außer durch die Energieverluststreuung ist die Ortsverteilung noch durch die Ortsbreite an  $F2$  multipliziert mit der Vergrößerung  $(X, X)$  und die Restdispersion bestimmt. Praktisch war es zeitlich nicht möglich den FRS jedesmal mit einer angepassten Optik neu achromatisch einzustellen, so dass für verschiedene Targetdicken die erwähnte kleine Restdispersion verblieb, siehe Gl.3.6.

Trotz der genannten Einschränkungen war es sehr gut möglich die Anteile der Ortsverteilung, die nicht durch die Energieverluststreuung entstehen, abzuziehen, wie man aus Abb.3.7 erkennen kann.

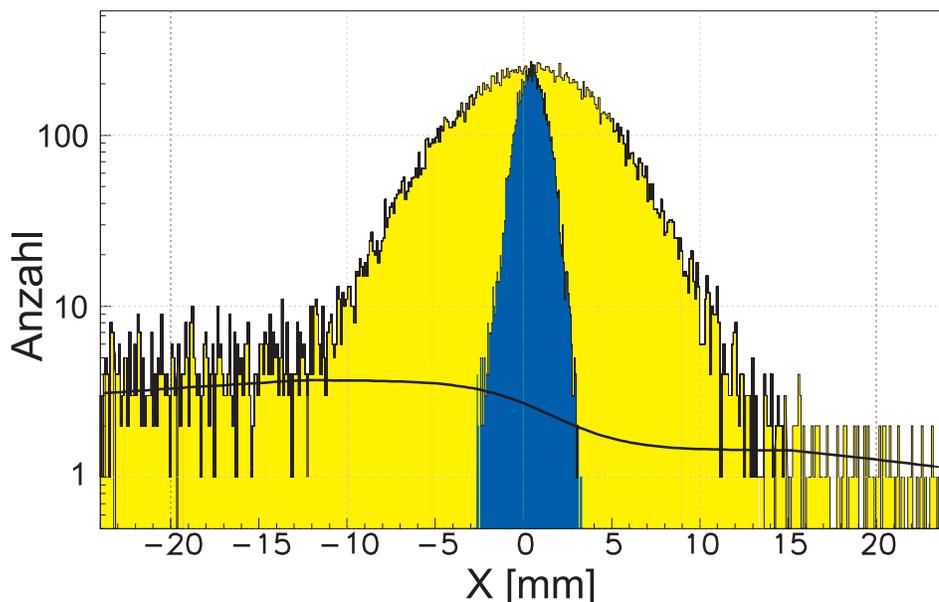


Abbildung 3.7: Ortsverteilung des  $1000\text{ MeV/u }^{209}\text{Bi}$ -Strahls ohne Target (dunkel) und mit  $4\text{ g/cm}^2$  Aluminium (hell) inklusive Untergrundkorrektur (Kurve).

Die Ortsverteilung der Ionen enthielt einen Untergrund von Ionen mit niedrigerer Energie, der durch Energieverlust in der Lochblende vor dem Energieverlusttarget entstand. Diese Titanblende mit  $0.3\text{ mm}$  Durchmesser war  $3\text{ mm}$  dick, so dass der Energieverlust groß genug war, um die Ionen mit entsprechendem Energieverlust in den folgenden Stufen auszusortieren. Da diese Blende aber eigentlich mehr ein Röhrchen war gab es immer Ionen, die nur zu einem Teil durch die freie Apertur flogen und zum anderen Teil durch die Wand des Röhrchens. Dieser Energieverlust führte zu einem konstanten Untergrund auf der niederenergetischen Seite der Energieverteilung, siehe Abb.3.7. Teilweise war ein Untergrund auch auf der anderen Seite zu erkennen, der aus dem gleichen Grund entstand und nur zu einem anderen Ladungszustand gehörte. Dies war deutlich an seiner Intensität proportional zur entsprechenden Ladungshäufigkeit zu erkennen.

Der gesamte Untergrund wurde rechts und links vom Peak jeweils als Konstante angenommen. Da der Untergrund aus dem Peak selber kam, muss die Differenz zwischen diesen beiden konstanten Werten ( $c_1, c_2$ ) proportional dem Integral über die Peakfläche sein. In simulierten Spektren erwies sich folgende vereinfachte Funktion als gut geeignet um den Untergrund abzuziehen:

$$u(X) = (c_1 - c_2) / \left(1 + \exp\left(1.81 \frac{X - X_0}{\sigma_X}\right)\right) + c_2 . \quad (3.21)$$

$\sigma_X$  ist hierbei die Standardabweichung der Verteilung im Peak vom Mittelwert  $X_0$ , die beide in einem ersten Fit mit einer Gaußfunktion ohne Untergrundkorrektur ermittelt wurden. Danach kann der Untergrund von der gesamten gemessenen Verteilung abgezogen werden und das zweite und dritte Moment der Verteilung direkt durch Auszählen bestimmt werden. Diese Korrektur ist vor allem wichtig um auch das dritte Moment quantitativ bestimmen zu können. Den Anteil der Verteilung, welcher der reinen Energieverlustverteilung entspricht  $\sigma_X(E)$ , erhält man als Differenz der Varianz mit Target und der in Messungen ohne Target bestimmten.

$$\sigma_X^2(E) = \sigma_{X,mit}^2 - \sigma_{X,ohne}^2 . \quad (3.22)$$

Dieses Vorgehen ist korrekt, da die beiden Verteilungen den gleichen Mittelwert im Ort besitzen. Unter dieser Bedingung kann man analog auch die dritten Momente subtrahieren.

Die Messungen ohne Target müssen vorher noch korrigiert werden, da sie bei einer höheren Energie stattfanden als die Messung mit. So wäre die Verteilung der Nullmessung auf Grund der dann größeren Winkelstreuung und der nicht mehr ganz erfüllten Achromasie leicht verbreitert. Dies ist nur eine kleine Korrektur die entsprechend der theoretischen Vorhersagen in der Varianz abgezogen wurde.

## Umrechnen in eine Energieverteilung

Aus dem Ort erhält man mit Hilfe der gemessenen Dispersion in der Bildebene und der Kenntnis des Ladungszustandes die relative Impulsabweichung. Auch die absolute Energie wird wie im Abschnitt über die Stopping-Power bestimmt. Die gemessene Dispersion von  $F2$  bis zur Bildebene an  $F4$  betrug  $(X, \delta) = 8.40 \text{ m}$  mit einer Steigung von  $(a, \delta) = 0.35$ . Durch diese Steigung der Dispersionsbahn erhielt man die schmalste Verteilung nicht immer in der Ebene der Waist.

Eigentlich müsste man die Impulse der einzelnen Ionen einzeln in eine Energie umrechnen und sich die dann resultierende Energieverteilung anschauen. Da die Abweichung vom Mittelwert aber sehr klein ist, wird über diesen kleinen Bereich der Zusammenhang zwischen Impuls und Energie hinreichend linear, und man kann einfach die relative Impulsbreite mit Hilfe der mittleren Geschwindigkeit und dem daraus resultierenden relativistischen Faktor  $\gamma$  in eine relative Breite der kinetischen Energie umrechnen.

$$\frac{\Delta E}{E} = (1 + 1/\gamma) \frac{\Delta p}{p} . \quad (3.23)$$

Eine einfache Abschätzung mit einem quadratischen Zusammenhang zwischen Energie und Impuls, wie im nicht relativistischen Fall, zeigt wie gut diese Näherung ist. So ist der nächste Korrekturfaktor einer Entwicklung der exakten Transformation der Standardabweichung in Gl.3.23 etwa  $(\Delta p/p)^3$  und somit unbedeutend bei Verteilungen schmaler als  $10^{-3}$ . Eine ähnliche Abschätzung kann man auch für die Skewness, definiert nach Gl.2.41, machen. Eine Verteilung, die im Impuls keine Asymmetrie besitzt, erhält dadurch eine Skewness von etwa  $\Delta p/p$ . Dies ist ebenfalls viel kleiner als die sonstigen experimentellen Fehler.

Auch die Energieverluststreuung wurde immer in Targets mit verschiedener Dicke zu jeder Anfangsenergie gemessen. Somit ist auch sie als Funktion der Targetdicke und des mittleren Energieverlustes bekannt. Deshalb kann sie auch als Funktion des Targetmaterials bei jeweils gleichem Energieverlust angegeben werden, wie dies in der Präsentation der Ergebnisse getan wird.

## 3.3 Targets

### 3.3.1 Stopping-Power

Insgesamt wurde der Energieverlust in 60 verschiedenen Targets bestimmt. Alle diese Targets wurden im Targetlabor der GSI hergestellt [Fol91]. Dazu wurde Material hoher Reinheit verwendet, mit einem Anteil der Verunreinigungen von nur etwa  $10^{-4}$ . Nur das verwendete Beryllium hatte Verunreinigungen von typischerweise 1.2 %, hauptsächlich Sauerstoff. Als Energieverlusttargets wurden nur Metalle (Be, Al, Ti, Cu, Ag, Ta, Au und Pb) verwendet, da diese sich besser bearbeiten lassen. Die Targets besaßen Zylinderform mit einem Durchmesser von 2 cm und einer Höhe zwischen 0.15 mm und 17 mm. Die Oberflächen der dickeren Targets waren poliert, manche dünneren nur gewalzt.

Die Flächenbelegung wurde auf zwei verschiedene Arten bestimmt. Zum einen wurde das Target gewogen und der Durchmesser des Zylinders an mehreren Stellen bestimmt. Zum anderen kann man aus der bekannten Dichte und der Höhe der Zylinder ebenfalls die Flächenbelegung bestimmen. Bei Targets aus weichen Materialien (Cu, Au und Pb) sind die Ränder der Targets häufig abgerundet, was zu einem zu kleinen Wert der Flächenbelegung nach der ersten Methode führt.

Außerdem ist die Oberfläche durch das Polieren und Walzen immer leicht gekrümmt, siehe Abb.3.8, 3.9. Mit Hilfe eines Tastkopfes wurde deshalb die unterschiedliche Dicke entlang zweier orthogonaler Schnitte über die Oberfläche aller Targets untersucht. Da man nur eine mittlere Dicke misst, und diese nicht der Dicke an der Position des Ionenstrahls entsprechen muss, geht neben den Fehlern der einzelnen Messverfahren und der Abweichung zwischen beiden Methoden auch noch diese Variation der Dicke mit in den Fehler der Flächenbelegung ein.

Somit erhält man einen typischen Fehler von  $\Delta(\rho x) = 6 \text{ mg/cm}^2$  für dünne leichte Targets und ansonsten  $\Delta(\rho x) = 3 \text{ mg/cm}^2$ . Bei Flächenbelegungen zwischen

106  $mg/cm^2$  und 6300  $mg/cm^2$  ist der maximale relative Fehler 3.5 % und der minimale 0.07 %.

### 3.3.2 Energieverluststreuung

Zur Untersuchung der Energieverluststreuung wurden einige der Targets benutzt, die gleichzeitig auch zur Bestimmung des Energieverlustes dienen. Nur mussten diese zusätzlich noch hohe Anforderungen an die Ebenheit ihrer Oberfläche erfüllen. Der Effekt der Krümmung des Targets wurde durch eine Lochblende mit 0.3  $mm$  Durchmesser klein gehalten [ScG90] und die Oberflächenrauigkeit genau untersucht. Dies geschah mit einem Laserinterferometer [BOS68] an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in Braunschweig. Damit konnte jeweils eine Fläche von  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  angeschaut werden. Für einige Targets war der maximale Unterschied in der Höhe größer als die Wellenlänge des Lasers und somit mit dieser Methode nicht erfassbar. In diesen Fällen wurde mit einem Profilometer, das die Targetoberfläche mit einer Nadel abtastet, entlang einiger Schnitte die Oberflächenrauigkeit bestimmt. Abb.3.8 und 3.9 zeigen zwei typische Targetoberflächen.

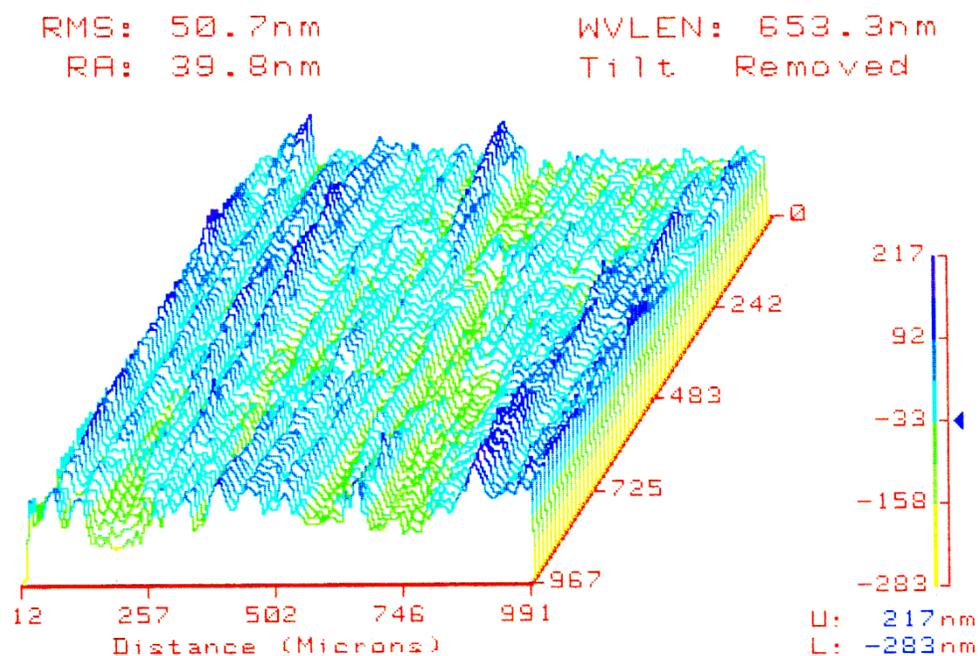


Abbildung 3.8: Oberflächenrauigkeit eines 4096  $mg/cm^2$  Goldtargets aufgenommen mit einem Laserinterferometer der PTB Braunschweig.

Der zusätzliche Beitrag in der Energieverluststreuung ( $\Delta E_Q$ ) ergibt sich aus der Standardabweichung der Targetdicke, die aus der Rauigkeit  $Q_{RMS}$  der Ober- und Unterseite des Targets ermittelt wurde und der Stopping-Power bei Eintritts- und

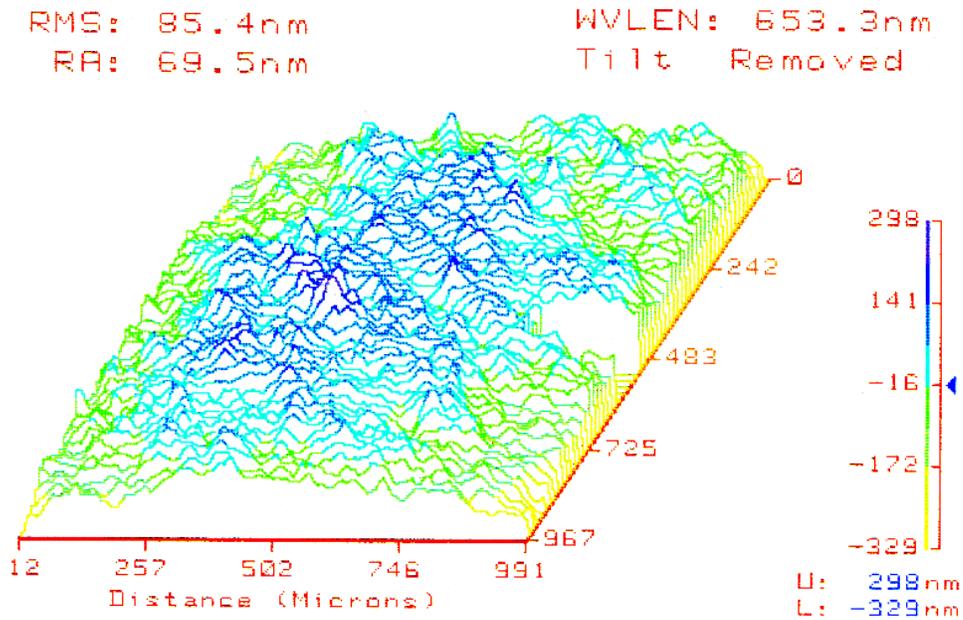


Abbildung 3.9: Oberflächenrauigkeit eines  $254 \text{ mg/cm}^2$  Aluminiumtargets. Die Wölbung des Targets ist deutlich zu erkennen. Der ausgesparte Fleck am rechten Rand war ein Bereich in dem maximale Unterschiede zu einer Referenzhöhe größer als die halbe Wellenlänge auftraten.

Ausgangsenergie .

$$(\Delta E_Q)^2 = \left( \frac{dE}{dx_1} Q_{\text{RMS},1} \right)^2 + \left( \frac{dE}{dx_2} Q_{\text{RMS},2} \right)^2 . \quad (3.24)$$

$Q_{\text{RMS}}$  betrug für alle polierten, sowie alle Aluminium- und Silbertargets etwa  $50 \text{ nm}$  bis  $100 \text{ nm}$ . Nur einige aus Beryllium und Kupfer erreichten Werte bis  $Q_{\text{RMS}} = 170 \text{ nm}$ . Diese kleinen Werte haben nur bei Materialien großer Dichte einen Einfluss auf die Genauigkeit. Im schlimmsten Fall ist die so bedingte Standardabweichung im Energieverlust immer noch kleiner als  $10^{-3}$ . Somit ergab sich außer im Falle der dünnsten Gold- und Kupfertargets praktisch keine Verbreiterung der Energieverteilung durch die Unebenheit der Targets. Selbst in diesen Fällen war dies nicht der dominierende Fehler.

Bei den Berylliumtargets muss man außerdem die Verunreinigungen besonders berücksichtigen. Da diese fast ausschließlich eine höhere Ordnungszahl als Beryllium haben, werden dadurch die atomaren Umladungsquerschnitte erhöht. Da diese in höherer Ordnung mit  $Z_2$  ansteigen, führen die etwa 1.2% Verunreinigungen zu einem Anstieg der Umladungsquerschnitte von etwa 10%.

### 3.3.3 Umladungsquerschnitte

Zur Messung von atomaren Umladungsquerschnitten wurden Folientargets verwendet. Diese freitragenden Folien mit einem Durchmesser von  $2 \text{ cm}$  wurden

durch Bedampfen hergestellt und durch Messung ihrer optischen Transmission auf Gleichmäßigkeit getestet. Durch Ausschneiden und Wiegen wurde die Flächenbelegung festgestellt. Es wurden Kohlenstoff-, Aluminium-, Kupfer-, Silber- und Goldfolien im Bereich zwischen  $12 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  und  $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  verwendet. Der relative Fehler der Dicke betrug etwa 5 %.

Die Targets für die Ladungsverteilungen waren die gleichen wie zur Messung des Energieverlustes. Zusätzlich wurde Siliziumoxid mit verschiedener Dichte, einmal als Quarzglas und zum anderen als Aerogel verwendet.



# Kapitel 4

## Ergebnisse der Energieverlustmessungen

Frühere Messungen der Energieverluste von relativistischen Schwerionen [SGM94, SGM96, GeS98] konnten durch die LS-Theorie [LiS96] gut beschrieben werden. Allerdings waren diese Messungen alle in einem Energiebereich in dem die Projektile meistens vollkommen ionisiert sind. Das Ziel der Experimente dieser Arbeit war es verlässliche Daten auch für den Fall nicht vollständig ionisierter Projektile zu gewinnen. Insbesondere für die Breite und Form der Verteilung ergeben sich durch die verschiedenen Ladungszustände neue Effekte, die in dieser Arbeit zum ersten Mal genau untersucht werden konnten.

### 4.1 Umladungsquerschnitte

Die atomaren Umladungsquerschnitte sind die Grundlage zur Berechnung der Ladungsverteilung im Target. Noch wichtiger werden sie zur Simulation des Umladungs-Stragglings.

Da insbesondere im unteren Energiebereich der Energieverlustmessungen nicht genügend experimentelle Daten vorlagen, war es deshalb nötig weitere Experimente durchzuführen. Diese neuen Messungen sind mit einem Fehler von nur etwa 5 % sehr genau. Andere Messungen besitzen typischerweise einen Fehler von 20 % bis 30 % [SSM98, StK95]. Es können sogar direkte Zweielektronenprozesse von sukzessiven getrennt werden. Zwischen NRC und REC kann auf Grund des Experiments allerdings nicht unterschieden werden. Aber nur im mittleren  $Z_2$ -Bereich sind beide von gleicher Größenordnung, siehe Abb.2.6. Ansonsten ergibt sich aus der Theorie schon eine klare Zuordnung des Querschnittes zu einem der beiden Beiträge.

Es wäre ein Vielfaches mehr an Messzeit nötig gewesen, um alle später nötigen Querschnitte mit samt ihrer Energieabhängigkeit direkt experimentell zu bestimmen. Deshalb wurden in der später folgenden Simulationen die Umladungsquer-

schnitte von GLOBAL [SSM98] als Grundlage verwendet, die deshalb auch als Theoriewerte im folgenden Vergleich aufgetragen sind. Die volle Liste der gemessenen Umladungsquerschnitte findet sich im Anhang zu dieser Arbeit.

Die Elektronenkonfiguration des einkommenden Ions entspricht sicherlich dem Grundzustand und mehrfache sukzessive Umladung passiert in den dünnen Targets nur sehr selten. Deshalb wird der Vergleich mit theoretischen Werten ohne Berücksichtigung von Ionisation aus angeregten Zuständen gemacht. Dies entspricht dann in GLOBAL den Umladungsquerschnitten in Gasen. In diesem Fall werden die in GLOBAL verwendeten Korrekturfaktoren nicht verwendet, welche die geänderten effektiven Umladungsquerschnitte in Festkörpern beschreiben sollen [AnM87].

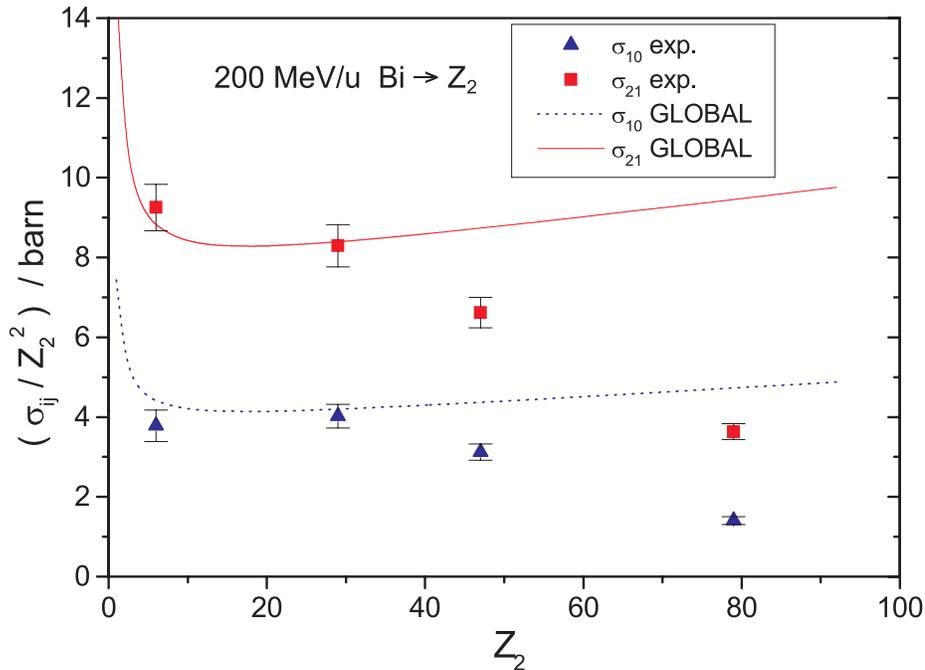


Abbildung 4.1: Gemessene Ionisationsquerschnitte von  $^{209}\text{Bi}$ -Projektilen verglichen mit theoretischen Vorhersagen.  $\sigma_{ij}$  ist hierbei der Querschnitt für einen Übergang von einem Zustand mit  $i$  zu einem mit  $j$  gebundenen Elektronen.

Die gemessenen Ionisationsquerschnitte der K-Schale stimmen für leichte Targetmaterialien sehr gut mit den Vorhersagen überein. Für hohes  $Z_2$  sieht man aber systematisch eine deutliche Überschätzung der Querschnitte. Dies könnte seine Ursache in der nicht genügend berücksichtigten Abschirmung der Kernladungen der Targetatome haben. Somit ergibt sich in der durch  $Z_2^2$  normierten Darstellung keine Konstante oder auf Grund der zusätzlichen Ionisation durch die Elektronen sogar ein leichter Anstieg (Antiscreening), wie beobachtet, sondern eine abnehmende Wahrscheinlichkeit mit steigendem  $Z_2$ . Dieser Trend zeigte sich auch schon in früheren Messungen [AnM87]. Auch dort wurde die Ionisation in leichten Materialien durch die für Wasserstoff gerechneten und skalierten Ionisationsquerschnitte gut beschrieben, wohingegen bei niedrigerer Energie und hohem

$Z_2$  Abweichungen von ähnlicher Größe beobachtet wurden.

Die Einfangquerschnitte stimmen ebenfalls für leichtes Targetmaterial sehr gut überein. Bei hohem  $Z_2$  werden die Differenzen größer. Anscheinend stimmen hier weder die Beiträge von Einfang in die K-Schale noch diejenigen in die L-Schale exakt, so dass je nach Anzahl der schon vorhandenen Elektronen die Werte zu niedrig oder zu hoch liegen. Frühere Messungen von Einfangquerschnitten sehr

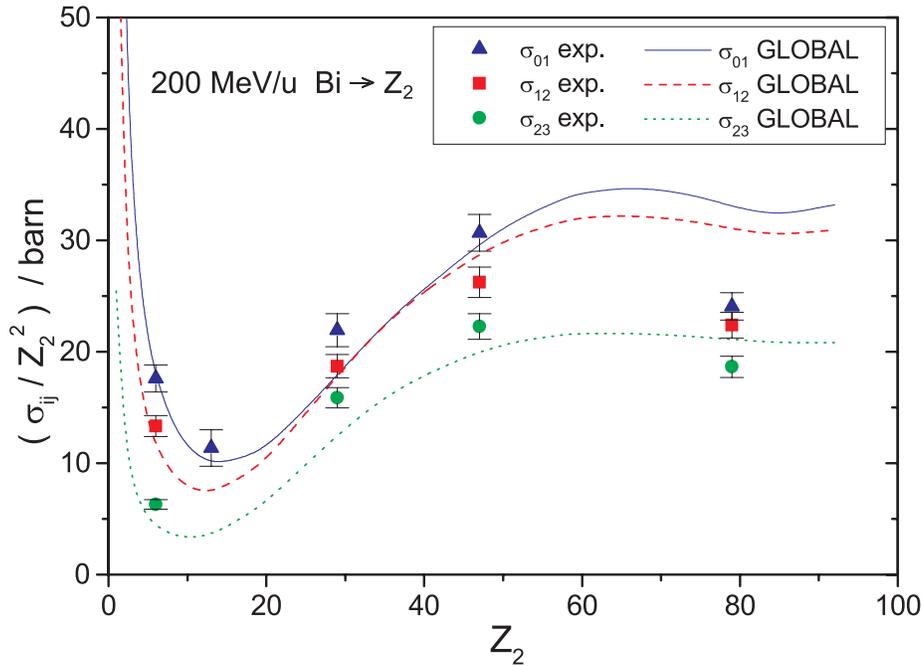


Abbildung 4.2: Gemessene Einfangquerschnitte von  $^{209}\text{Bi}$ -Projektilen verglichen mit theoretischen Vorhersagen.  $\sigma_{ij}$  ist hierbei der Querschnitt für einen Übergang von einem Zustand mit  $i$  zu einem mit  $j$  gebundenen Elektronen.

schwerer Ionen [Anh85, StK95] zeigten ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Vorhersagen von GLOBAL im Bereich (100 - 1000)  $\text{MeV}/u$  für leichte  $Z_2$ . Die Abweichungen liegen hier meist innerhalb des experimentellen Fehlers von 20% bis 30%. Der Anteil des REC lässt sich demnach gut beschreiben.

Aus der Summe der einzelnen Querschnitte  $\sigma_{ij}$  für alle möglichen Ladungswechsel eines Ions in einem definierten Ausgangszustand  $i$  erhält man die freie Weglänge bis zum nächsten Ladungswechsel  $\lambda_i$  nach Gl.2.66. Vergleicht man die freie Weglänge in verschiedenen Targetmaterialien (Abb.4.3), so stellt man zuerst fest, dass sie durchaus makroskopische Dimensionen hat. Außerdem sieht man deutlich die starke  $Z_2$ -Abhängigkeit. Für andere Anfangsladungszustände sähe das Bild ähnlich aus. Dies lässt nach Gl.2.58 deutlich unterschiedliche Beiträge des Umladungs-Stragglings erwarten. Wichtig sind somit vor allem die Materialien mit niedrigem  $Z_2$ . Deshalb verfügt man trotz der festgestellten Abweichungen mit den vorhandenen theoretischen Vorhersagen dennoch über eine gute Grundlage zur Untersuchung des Energieverluststreuung auf Grund von Ladungsfluktuationen.

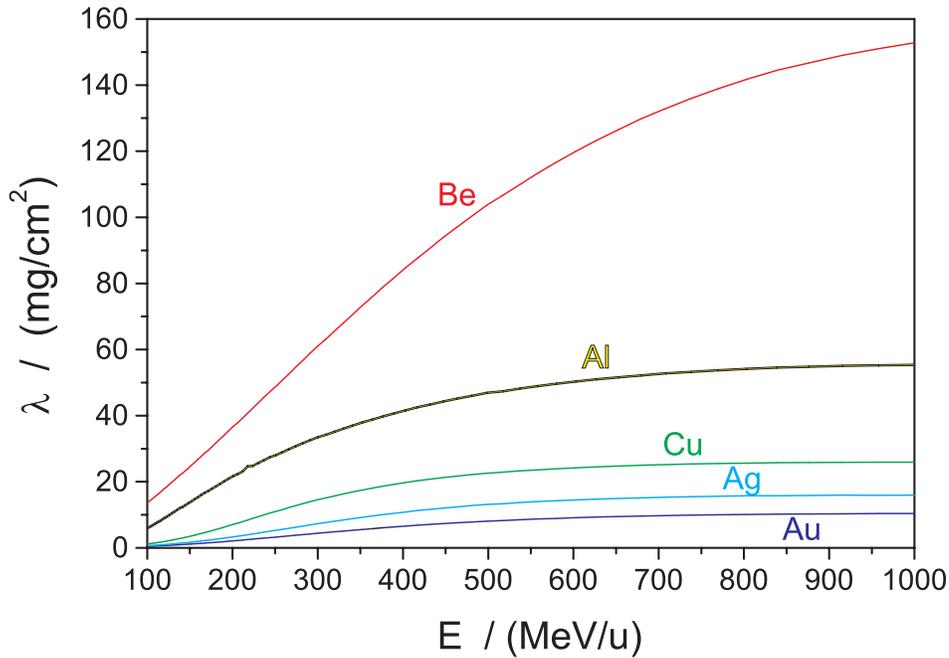


Abbildung 4.3: Mittlere freie Weglänge nach Umladungsquerschnitten aus GLOBAL für Ladungswechsel wasserstoffähnlicher  $^{209}\text{Bi}$ -Projektile.

## 4.2 Ladungsverteilungen

Die Ladungsverteilung im Target bestimmt wesentlich die Größe des Energieverlusts im Target. Deshalb wurde sie nach jedem Target bestimmt. Hier sollen nur einige Beispiele betrachtet werden, die Effekte zeigen, welche direkt für die Stopping-Power relevant sind.

### 4.2.1 Mittlerer Ladungszustand

Da die Stopping-Power im Ladungsgleichgewicht untersucht wurde, ist vor allem der mittlere Ladungszustand interessant. Abb.4.4 zeigt wie dieser von der Projektilgeschwindigkeit abhängt. Der Verlauf des Mittelwertes wird durch die Formel für die effektive Ladung ( $q_{\text{eff}}$ ) nach Pierce und Blann [PiB68] als Funktion der Geschwindigkeit des Projektils ( $\beta = v/c$ ) ungefähr wiedergegeben. Die Abhängigkeit vom Targetmaterial wird jedoch in ihr nicht berücksichtigt.

$$q_{\text{eff}} = Z_1 \left( 1 - \exp\left( -130 \frac{\beta}{Z_1^{2/3}} \right) \right). \quad (4.1)$$

Die Messung hingegen zeigt den Unterschied. So ist oberhalb  $800 \text{ MeV/u}$  in Materialien mit hohem  $Z_2$  die Ionisation am stärksten, während unterhalb etwa  $100 \text{ MeV/u}$  ein Material mit niedrigem  $Z_2$  der beste Stripper wird. In einem Zwischenbereich wird sogar Aluminium optimal.

Da die relative Ionisierung ( $\bar{q}/Z_1$ ) angegeben wird, lassen sich die Kurven der theoretischen Mittelwerte (GLOBAL) für ähnliche Projektile fast stetig aneinanderhängen. Im Fall niedriger  $Z_2$  ist die Übereinstimmung mit den Messwerten sehr gut. Nur zu  $100 \text{ MeV/u}$  hin kann man eine Differenz erkennen. Wie aus der Überschätzung der Ionisationsquerschnitte in GLOBAL zu erwarten, werden für hohe  $Z_2$  deutlich mehr Elektronen gebunden als errechnet. Der Mittelwert differiert hier bis zu einem Prozent.

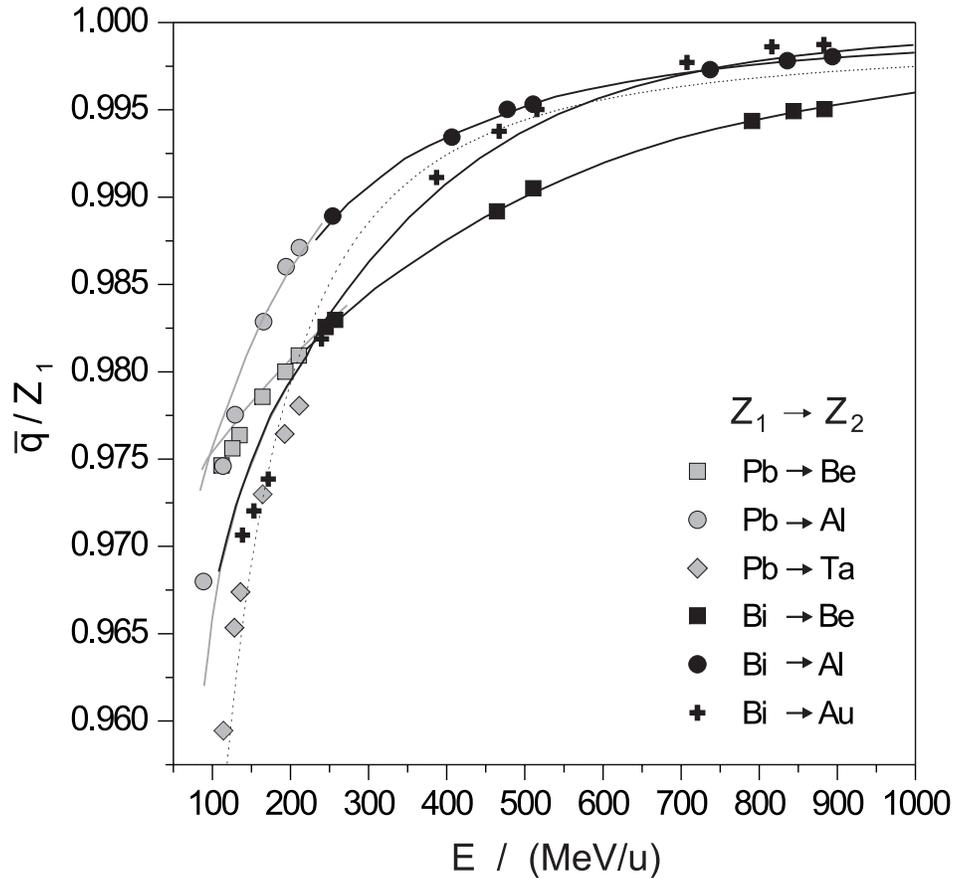


Abbildung 4.4: Gemessener mittlerer Ladungszustand ( $\bar{q}$ ) von  $^{208}\text{Pb}$ - und  $^{209}\text{Bi}$ -Projektile, verglichen mit der theoretischen Vorhersage des Programms GLOBAL (Linien) und einer einfachen semiempirischen Formel (Gl.4.1) (gestrichelt). Die experimentellen Fehler sind innerhalb der Größe der Symbole.

#### 4.2.2 Dichteeffekt

Wie groß der Einfluss der angeregten Zustände auf die Ladungsverteilung und damit auch auf die Stopping-Power ist, konnte im betrachteten Energiebereich an einem Beispiel gut untersucht werden. Siliziumoxid ( $\text{SiO}_2$ ) wurde einmal als Quarzglas verwendet und zum anderen als Aerogel mit einer 11-fach geringeren Dichte und damit einer  $\sqrt[3]{11} \approx 2.2$  mal längeren freien Weglänge und entspre-

chend längerer Zeit zum Abregen. Abb.4.5 zeigt die beobachteten Ladungsverteilungen. Im Energiebereich um  $950 \text{ MeV/u}$  sieht man keinen signifikanten Unterschied. Bei etwa  $200 \text{ MeV/u}$  ist der Unterschied schon deutlich. So sieht man, dass im Festkörper höherer Dichte das Projektil stärker ionisiert ist. Allerdings ist die Differenz sehr gering. Der daraus resultierende relative Unterschied in der Stopping-Power beträgt nur etwa  $2 \cdot 10^{-3}$ . Mit abnehmender freier Weglänge sollte dieser Unterschied zunehmen und würde somit für schwere Targetmaterialien auch im untersuchten relativistischen Energiebereich bedeutend.

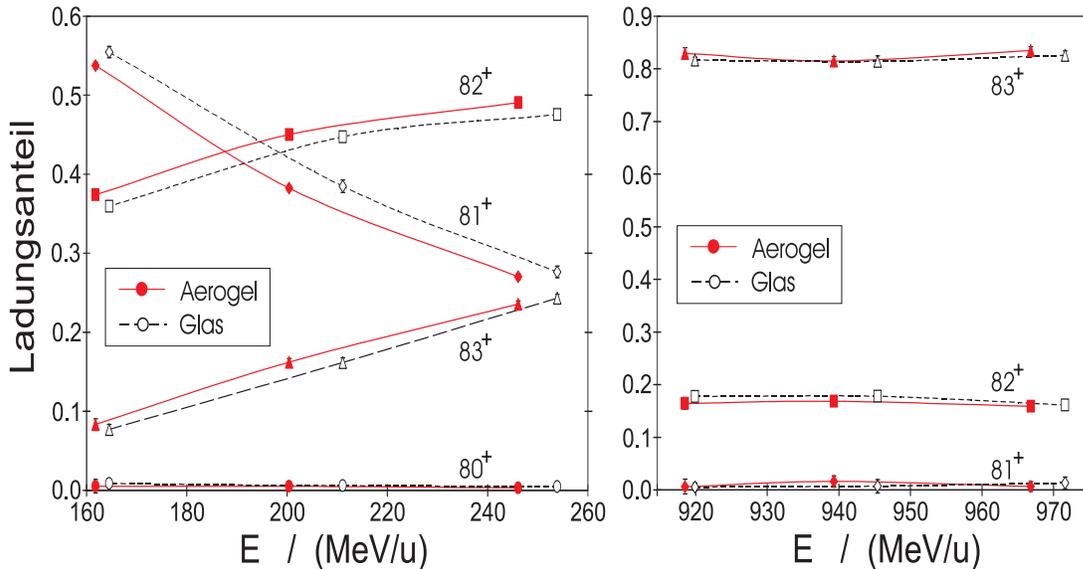


Abbildung 4.5: Gemessene Gleichgewichtsladungsverteilung von  $^{209}\text{Bi}$ -Projektilen in Siliziumoxid ( $\text{SiO}_2$ ) bei verschiedener Dichte in zwei verschiedenen Energiebereichen. Volle Symbole entsprechen Quarzglas ( $\rho = 2.19 \text{ g/cm}^3$ ) und nicht ausgefüllte Symbole dem Aerogel ( $\rho = 0.198 \text{ g/cm}^3$ ).

## 4.3 Stopping-Power

Wie erwähnt liefert die LS-Theorie mit den Experimenten übereinstimmende Ergebnisse für nackte Projektile. Deshalb bildet sie zusammen mit dem Barkas-Effekt, dem Fermi-Dichteeffekt und Schalenkorrekturen die Grundlage aller Vergleiche der folgenden Messungen mit gerechneten Werten.

### 4.3.1 Ladungsabhängigkeit

Abb.4.6 zeigt den Einfluss der unvollständigen Ionisation im betrachteten Energiebereich. Die Abnahme der Stopping-Power zeigt dabei den gleichen Verlauf wie die Abnahme der mittleren Ladung in Abb.4.4. Maximal ergibt sich eine Abweichung von 9 % zur Annahme nackter Projektile.

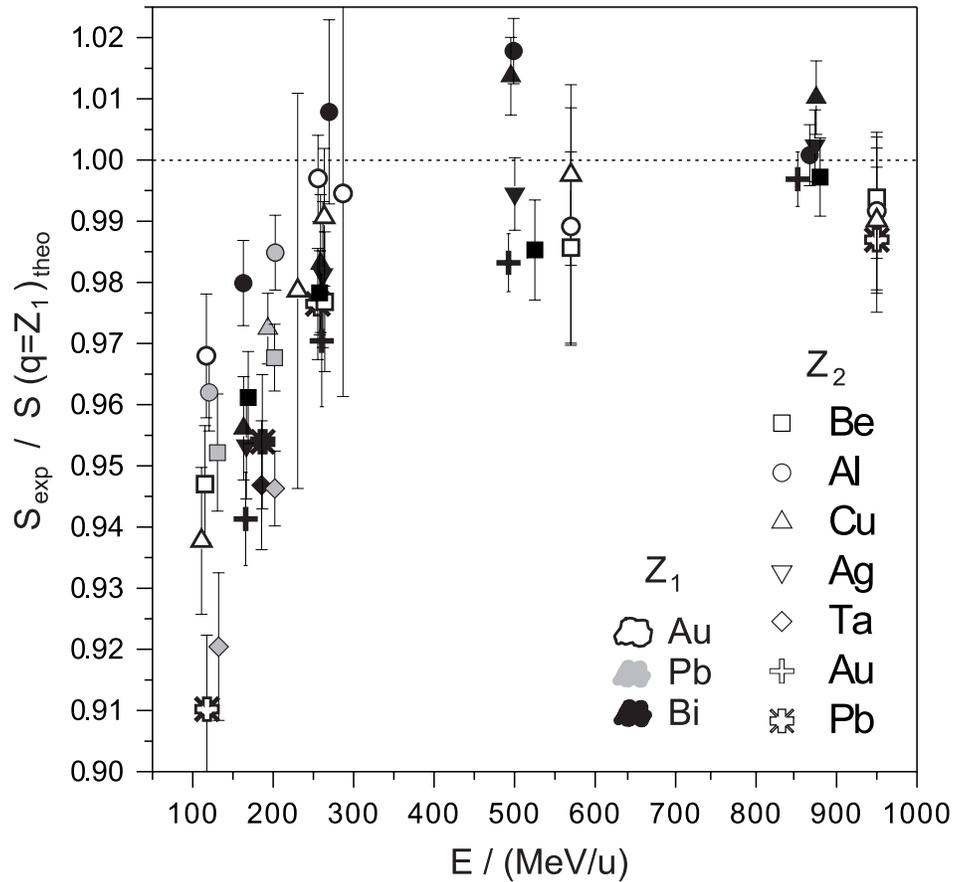


Abbildung 4.6: Experimentelle Stopping-Power für  $^{197}\text{Au}$ -,  $^{208}\text{Pb}$ - und  $^{209}\text{Bi}$ -Projektile in verschiedenen Targetmaterialien normiert durch die entsprechenden Werte der LS-Theorie. Die theoretische Rechnung wurde für nackte Projektile gemacht.

Natürlich muss hier die wirkliche Ladung berücksichtigt werden. Ein Schritt zur Verbesserung der Rechnung ist die Verwendung einer effektiven Ladung. Im Falle der Stopping-Power nach Lindhard und Sørensen bedeutet das nicht nur eine einfache Skalierung proportional dem Quadrat der Ladung, sondern auch die Bremszahl wird leicht geändert.

Benutzt man die effektive Ladung aus Gl.4.1 [PiB68] so verringert sich die Abweichung der Messwerte zur Rechnung. In Abb.4.7 sieht man, dass dann für Targetmaterialien mit sehr hoher Ordnungszahl  $Z_2$  (Ta, Au, Pb) die gerechnete Stopping-Power sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt. Wie man aber aus Abb.4.4 erkennt, weicht die mittlere Ladung in Aluminium im unteren Energiebereich der Messung deutlich von der für sehr hohe  $Z_2$  und dem angenommenen Effektivwert ab. Dies stellt man nun auch im Verhältnis der Stopping-Powers fest. Somit liegen die theoretischen Ergebnisse für Aluminiumtargets bis zu 5% zu niedrig. Wie man sieht, reicht eine einfache effektive Ladung nicht aus die Stopping-Power hinreichend gut vorherzusagen.

Der beste Vorhersage ergibt sich schließlich aus den gemessenen Ladungsvertei-

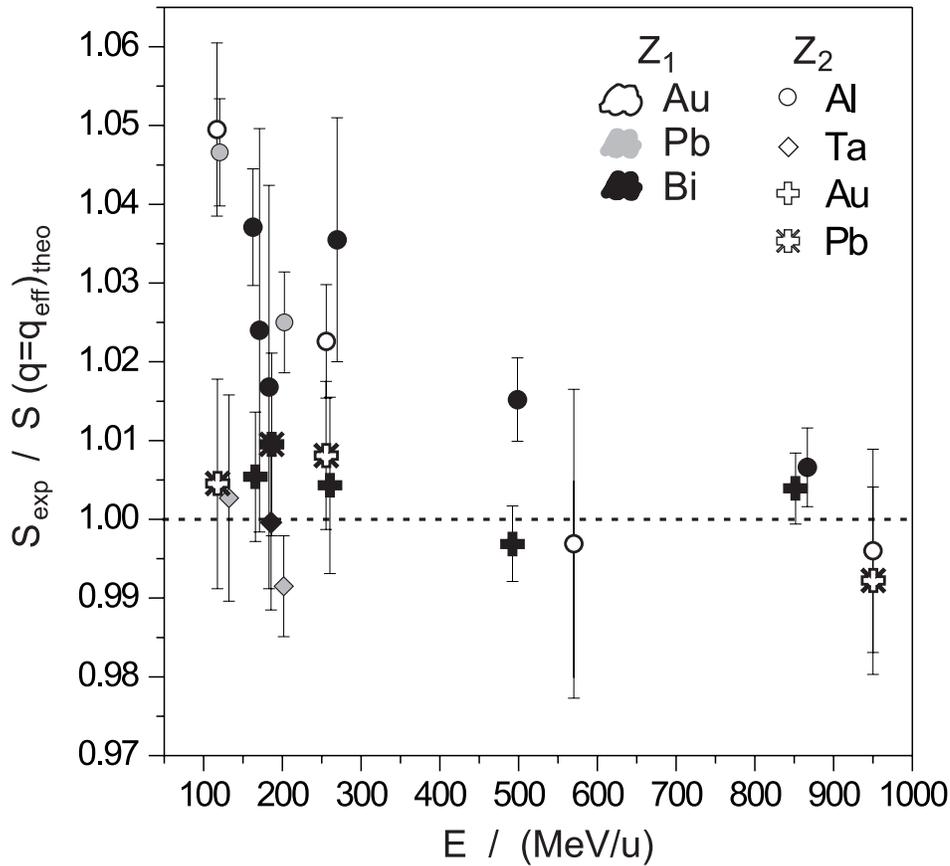


Abbildung 4.7: Experimentelle Stopping-Power für  $^{197}\text{Au}$ -,  $^{208}\text{Pb}$ - und  $^{209}\text{Bi}$ -Projekteile in verschiedenen Targetmaterialien normiert durch die entsprechenden Werte der LS-Theorie mit Korrekturen. In der Rechnung wurde die Kernladung des Projektilions ( $Z_1$ ) durch eine effektive Ladung nach Gl.4.1 [PiB68] ersetzt.

lungen. Dazu wurden die partielle Stopping-Power für Ionen in einem Ladungszustand ( $S(q_i)$ ) einzeln nach der LS-Theorie mit Korrekturtermen ausgerechnet und anschließend entsprechend der Häufigkeit ( $f_i$ ) der Zustände gemittelt. In der Rechnung wurde jeweils die Ionenladung verwendet.

$$S = \sum_i f_i S(q_i) . \quad (4.2)$$

Abb.4.8 zeigt sämtliche gemessenen Werte der Stopping-Power. Ein Trend mit steigender Anzahl der Elektronen ist nicht mehr feststellbar. Über den gesamten Geschwindigkeitsbereich, auch in den Fällen mit vielen Ladungszuständen, ergibt sich keine signifikante Abweichung.

Der nach Fehler gewichtete Mittelwert aller experimentellen Punkte liegt so nur 0.8 % über der errechneten Stopping-Power. Dies ist aber nicht signifikant außerhalb des experimentellen Fehlers von im Mittel etwa 1%. Die Standardabweichung aller Messwerte von den errechneten beträgt 1.0 %. Eine einfache Mittelung aller Messwerte um den Fehler zu verkleinern wäre hier unzulässig, da die Fehlerbalken auch systematische Fehler beinhalten, die nicht unabhängig voneinander für

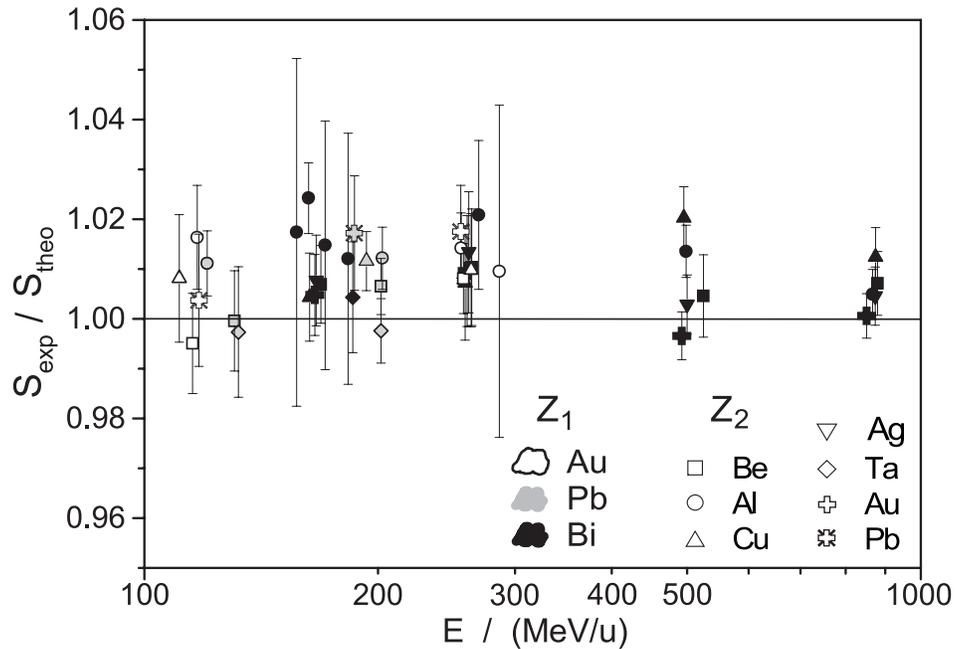


Abbildung 4.8: Experimentelle Stopping-Power für  $^{197}\text{Au}$ -,  $^{208}\text{Pb}$ - und  $^{209}\text{Bi}$ -Projektile in verschiedenen Targetmaterialien normiert durch die entsprechenden gerechneten Werte. Diese sind die gewichtete Summe der partiellen Stopping-Powers der Ionen verschiedener Ladungszustände nach LS mit Korrekturen.

jeden Messpunkt gelten. Somit sind Experiment und Rechnung im Einklang. Dieses Ergebnis gilt für alle untersuchten Targetmaterialien, die fast den gesamten Bereich von  $Z_2$  abdecken.

Der Einfluss von nahen Stößen, für die keine vollständig durch die Anzahl der Elektronen abgeschirmte Kernladung angenommen werden kann, wurde in dieser Betrachtung noch vernachlässigt, da ihr Wert für relativistische Ionen nicht genau bekannt ist. Die leicht höhere Stopping-Power im Experiment gegenüber der Annahme vollständig abgeschirmter Kerne lässt jedoch noch Spielraum für eine solche Korrektur.

### 4.3.2 Barkas-, Schalen- und Fermi-Dichteeffekt

Betrachtet man Abb.2.4, so erkennt man wie die einzelnen Korrekturterme zur Stopping-Power beitragen. Für Gold- oder Bismutionen sieht das Bild ähnlich aus. Im Experiment wurden Goldionen auf ein Bleitarget geschossen und die Stopping-Power bei  $118 \text{ MeV/u}$  bestimmt. Bei dieser Energie ist ohne den Barkas-Effekt die Stopping-Power in Blei  $4.4\%$  geringer und ohne die Schalenkorrektur  $1.8\%$  höher.

Der Vergleich in Abb.4.8 zeigt, dass beide Effekte zumindest grob richtig berücksichtigt zu sein scheinen. Da sie sich allerdings zum Teil gegenseitig aufheben, sind sie experimentell nicht voneinander zu trennen. Wenn der Barkas-Effekt

aber ohne den von Lindhard [Lin76] abgeschätzten Beitrag in Kollisionen mit großem Energieübertrag nur halb so groß wäre, führte dies zu einer schlechteren Übereinstimmung. Da in diesem Bereich allerdings nicht genügend Messpunkte vorhanden sind, kann dies nur als Indiz gewertet werden.

Über die Größe des eingerechneten Fermi-Dichteeffekts, maximal  $-1.5\%$  im Fall von Bismutationen bei  $1000 \text{ MeV/u}$  auf Berylliumtargets, lässt sich auf Grund des kleinen Beitrags nur aussagen, dass dies ansonsten ebenfalls zu einer größeren Abweichung zu den gemessenen Werten führen würde, die aber nicht signifikant wäre.

## 4.4 Energieverluststreuung

### 4.4.1 Verbesserung gegenüber früheren Experimenten

Die Energieverluststreuung nackter Projektilionen bei relativistischen Geschwindigkeiten wurde mit Hilfe des FRS als Spektrometer schon in früheren Arbeiten untersucht [SGM96, ScG98]. Die dabei gemessene Energieverlustverteilung lässt sich durch die LS-Theorie [LiS96] gut erklären, siehe Abb.2.3. Somit stellt diese einen sicheren Bezugspunkt dar.

Neu in dieser Arbeit ist vor allem die genaue Untersuchung des Umladungs-Stragglings. Zwar wird seit langem angenommen, dass die Energieverluststreuung von Schwerionen zum großen Teil durch Umladungs-Stragglings bestimmt wird, genaue quantitative Messungen standen jedoch bisher aus. Mit Hilfe der Formeln nach Vollmer [Vol74], Winterbon [Win77] und Sigmund [Sig92] oder mit Monte-Carlo-Programmen [Vol74, ZGM81] ließ sich zwar in Fällen in denen die Umladungsquerschnitte bekannt waren ein Beitrag des Umladungs-Stragglings ausrechnen, da für diese Fälle wiederum jedoch keine Energieverteilungsmessungen vorlagen oder nicht genau genug durchgeführt werden konnten, gelang es nicht die Anteile in der Verteilung zu trennen und so wirklich die Größe des Umladungs-Stragglings zu bestimmen [EHH75, Sch78, YOW91].

Nur in zwei Fällen gab es bisher je einen einzigen Messpunkt für den beide Informationen vorhanden waren. Im Experiment unter Channelingbedingungen von Andersen et al. [ABD94] scheinen Experiment und Simulation beide einen Anstieg der Varianz der Energieverteilung um einen Faktor 1.7 gegenüber dem reinen Kollisions-Stragglings zu zeigen, der grob durch das Umladungsstragglings erklärt werden kann. Im anderen Fall von Sofield et al. [SCF80] überschätzt der errechnete Wert die gemessene Energieverluststreuung deutlich. Dies liegt zum Teil wohl auch daran, dass bei der Berechnung der partiellen Stopping-Power nur eine einfache Skalierung proportional dem Ladungsquadrat verwendet wurde. Dies ist aber für die verwendeten Sauerstoffionen auf Grund der unvollständigen Abschirmung der Kernladung sicherlich nicht angemessen, siehe Abb.2.5. Für Heliumionen kamen Besenbacher et al. [BAF80] zu dem Ergebnis, dass der Anteil des Umladungs-Stragglings hinreichend klein ist und vernachlässigt werden kann.

Ein Hauptproblem aller vorherigen Messungen war die Inhomogenität der Schichtdicken der verwendeten Targets. Da die meisten Messungen bei Energien von einigen  $MeV/u$  durchgeführt wurden, verlangten sie Foliendicken im Bereich von nur wenigen  $100 \mu g/cm^2$ . Bei diesen dünnen Targets ergibt sich allein aus der Oberflächenrauigkeit schon eine so große Streuung des Energieverlusts, dass diese nicht von einem möglichen Umladungs-Stragglings zu trennen ist. Zuverlässige Messungen konnten nur in Gastargets gemacht werden [Gei85]. Außerdem ist bei niedrigeren Energien mit leichteren Ionen die Winkelstreuung größer und somit wird es schwieriger alle Ionen bei der Messung zu erfassen.

Hier bieten die Experimente bei relativistischen Energien mit dicken Targets den großen Vorteil, dass bei entsprechender Targetpräparation selbst für Materialien sehr hoher Dichte die Oberflächeninhomogenität praktisch keine Rolle mehr spielt. Somit war es zum ersten Mal möglich das Umladungs-Stragglings gezielt als Funktion des Targetmaterials zu untersuchen. Mit dem FRS als Spektrometer konnte außerdem 100 % Transmission gewährleistet werden.

#### 4.4.2 Simulation

Wie schon oben erwähnt, ist zur Interpretation der Energieverlustverteilung ein Vergleich mit Theoriewerten nötig. Der Anteil des reinen Kollisions-Stragglings kann mit der LS-Theorie ausgerechnet werden [LiS96, SGS98]. Die Fluktuation der Ladungszustände wurde mit einem Monte-Carlo-Programm simuliert. Dieses baut auf dem Programm MOCADI [IGM97] auf und benutzt dessen Routinen für den Energieverlust der Ionen entsprechend [SGS98] sowie dessen Ein- und Ausgaberroutinen. Hinzu kommen die Umladungsquerschnitte nach GLOBAL [SSM98] aus denen die freie Weglänge zwischen zwei Ladungswechseln und die einzelnen Übergangswahrscheinlichkeiten nach dieser Strecke bestimmt werden (siehe Gl.2.66 bis 2.68). Die partielle Stopping-Power wurde in den gezeigten Simulationen als die von punktförmigen Projektilen mit der ionischen Ladung  $q_i$  berechnet. Da die interessantesten Fälle diejenigen mit großer freier Weglänge sind, ist die Rechenzeit kein limitierender Faktor.

Eine analytische Lösung des Problems [Sig92, NSi94] ist mit Hilfe von Gl.2.56 und Gl.2.58 möglich, diese muss aber zum exakten Vergleich mit dem Experiment noch um die Energieabhängigkeit der Wirkungsquerschnitte erweitert werden. Aus diesem Grund wurde nur der stationäre Grenzfall für dicke Targets bei konstanten Querschnitten mit bis zu maximal drei Ladungszuständen zum Vergleich und zum Test des Monte-Carlo-Programms benutzt [Sig92](Gl.84). Es zeigte sich, dass beide gut übereinstimmen.

Im Experiment untersucht man außerdem nicht alle Ionen, welche das Target verlassen, wie es in der theoretischen Beschreibung angenommen wird. Das magnetische Spektrometer kann nur einen Ausgangsladungszustand gleichzeitig analysieren. Auch der Eingangsladungszustand war nur ein einzelner. Somit hat die Ladungsverteilung der beobachteten Ionen eine geringere Breite am Eingang und

Ausgang des Targets. Das führt zu einer Verringerung des Umladungs-Straggling gegenüber einer Gleichgewichtsverteilung der Ladungen im gesamten Target. Dies muss kein Nachteil der verwendeten Messmethode sein. In einer Anwendung ist es vielmehr häufig genauso. Im Fall der in Abb.4.9 gezeigten simulierten Energieverluststreuung von  $^{209}\text{Bi}$  in Beryllium bei  $200\text{ MeV/u}$  Anfangsenergie würde das zweite Moment aber ansonsten noch 15 % größer sein.

Im Monte-Carlo-Programm ist dies einfach zu berücksichtigen. Somit wurden die folgenden Vergleichswerte zu den experimentellen Daten also immer unter den gleichen Bedingungen wie im Experiment berechnet.

### 4.4.3 Breite der Energieverlustverteilung

Abb.4.9 zeigt die gemessene Breite der Energieverlustverteilungen für verschiedene Anfangsenergien. Da das Umladungs-Straggling vom Eingangs- und Ausgangsladungszustand abhängt und nicht nur proportional zur Targetdicke zunimmt (Gl.2.64), kann man es nicht so einfach als differentielle Größe wie die Stopping-Power angeben. Deshalb wird der Vergleich für alle vier verwendeten Anfangsenergien jeweils bei gleichem relativen Energieverlust durchgeführt.

Bei den beiden höchsten Anfangsenergien ist für großes  $Z_2$  keine Abweichung vom reinen Kollisions-Straggling festzustellen. Zu leichteren Targetmaterialien hin ist dagegen ein deutlicher Anstieg der Breite zu erkennen. Bei niedrigerer Energie mit mehr Ladungszuständen wird dieser Effekt noch deutlicher und ist quantitativ in Übereinstimmung mit der Simulation. Im Fall von Beryllium bei  $200\text{ MeV/u}$  steigt das Straggling sogar drastisch um einen Faktor 7. Auch für mittlere  $Z_2$  wie Kupfer wird der Anstieg schon deutlich, während bei  $1000\text{ MeV/u}$  in Kupfer 93 % der Ionen noch voll ionisiert sind und schon deshalb kein Beitrag des Umladungs-Straggling erwartet wird.

Es fällt auf, dass bei  $1000\text{ MeV/u}$  und  $600\text{ MeV/u}$  die Energiestreuung in Beryllium und Aluminium durch die Simulation deutlich überschätzt wird. Gerade in diesen Fällen trägt das Projektil nur sehr wenige Elektronen und die Beschreibung müsste am einfachsten sein. Aus diesem Grund kann man aber auch die Ungenauigkeit der verwendeten Umladungsquerschnitte als Ursache ausschließen.

Man müsste die Einfang- oder Ionisationsquerschnitte um eine Faktor 2 bis 3 hochsetzen, um in der Simulation auf die experimentell ermittelten Wert zu gelangen. Wenn man dies nicht für Einfang und Ionisation gleichzeitig tut, ändert sich auch die Ladungsverteilung drastisch, was völlig inkonsistent mit den gemessenen Ladungsverteilungen wäre, die in der Simulation sehr gut reproduziert werden. Der Anteil der Unsicherheit des Umladungs-Straggling bedingt durch die Ungewissheit der Umladungsquerschnitte beträgt in den leichten Targetmaterialien nur etwa 15 %.

So bleibt als Erklärung noch die geringere Abschirmung der Kernladung. In diesem Punkt sind die Messungen des zweiten Moments der Ladungsverteilung viel sensitiver als die des mittleren Energieverlustes, da hier direkt die Differenzen

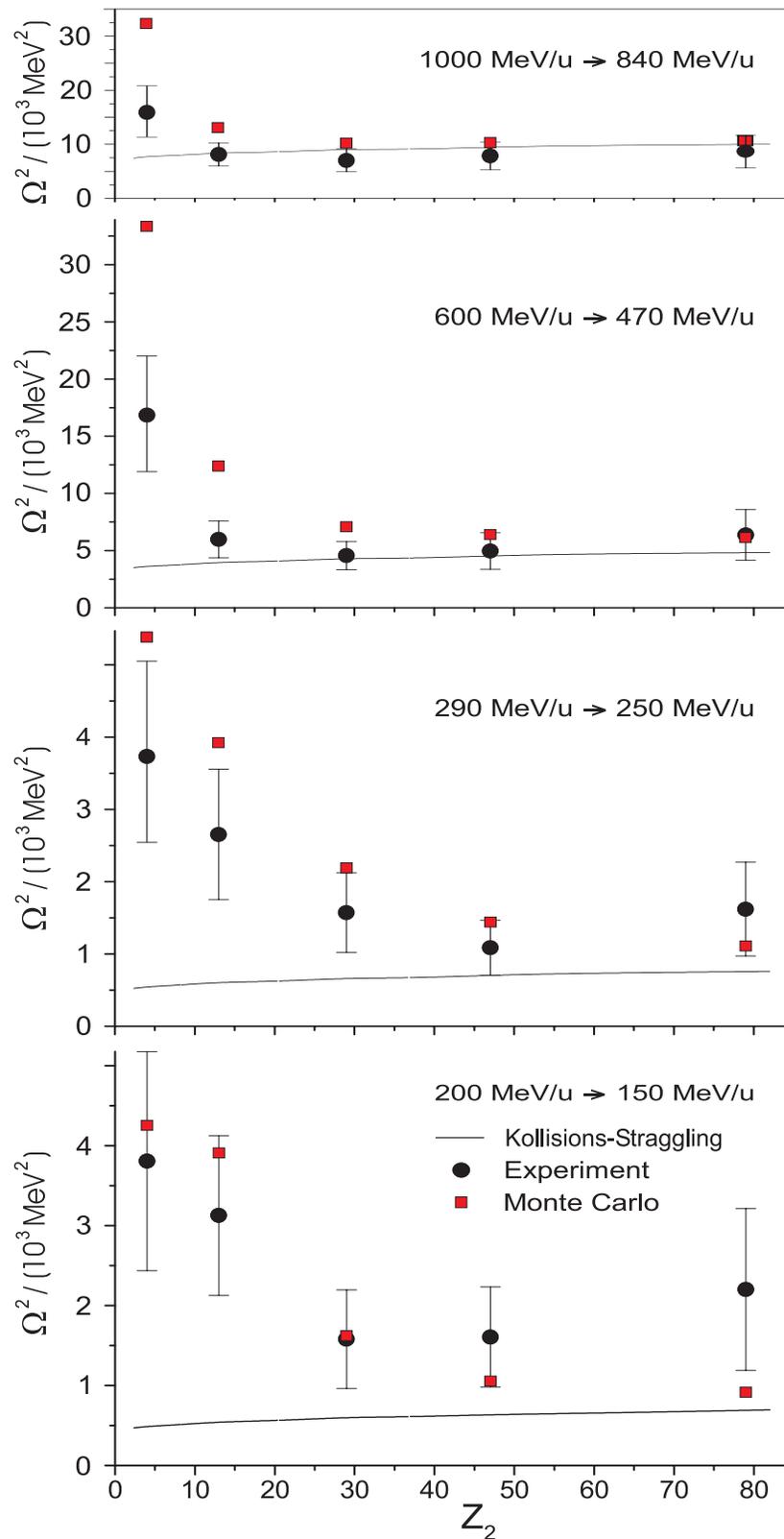


Abbildung 4.9: Zweites Moment der Energieverlustverteilung als Funktion der Ordnungszahl des Targetmaterials ( $Z_2$ ), experimentell, simuliert und der Anteil des reinen Kollisions-Straggling. Die Eingangs- und die Ausgangsenergie der Ionen ist in der Abbildung angegeben.

der partiellen Stopping-Power eingehen. Dies bedeutet, dass ein großer Anteil des Energieverlusts durch Stöße passiert in denen ein Targetelektron das Projektil nicht als Punktladung sieht.

Um ganz sicher zu sein, wurde später noch eine weitere Messung mit Uranionen durchgeführt. Dazu wurde nur jeweils ein Target pro Material verwendet. Wie Abb.4.10 zeigt, erhält man für Uranionen im Prinzip das gleiche Ergebnis wie für Bismutionen. In leichten Targetmaterialien führt das Umladungs-Straggling wieder zu einem deutlichen Anstieg gegenüber dem reinen Kollisions-Straggling. Dieser wird aber durch die Simulation in der nur Punktladungen verwendet wurden überschätzt.

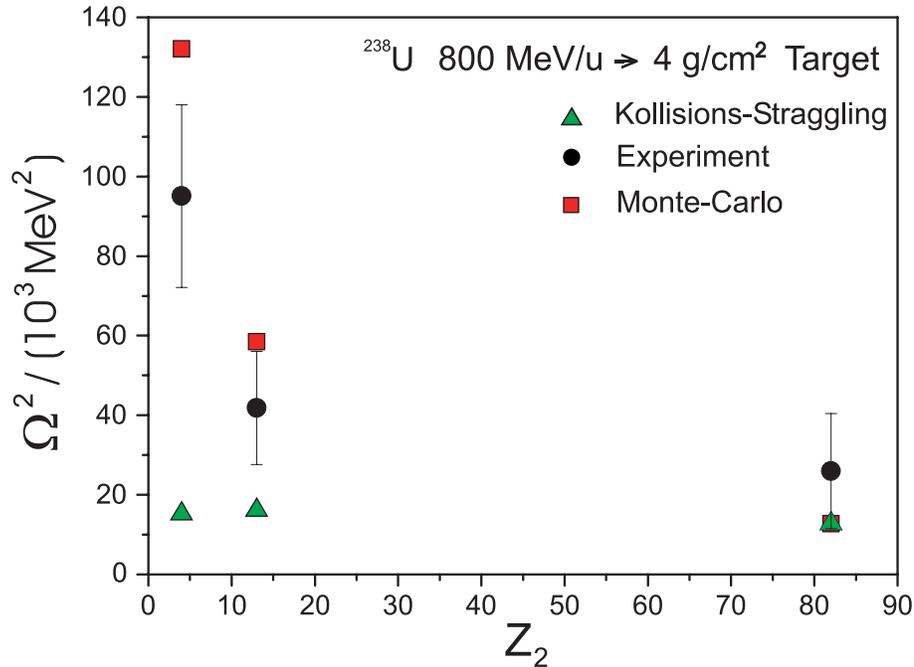


Abbildung 4.10: Zweites Moment der Energieverlustverteilung von Uranionen mit Anfangsenergie  $800 \text{ MeV/u}$  als Funktion von  $Z_2$ , experimentell, simuliert und der Anteil des reinen Kollisions-Straggling. Das Target hatte in allen Fällen eine Dicke von  $4 \text{ g/cm}^2$ .

Im Fall von sehr schweren Targetmaterialien werden die benutzten Umladungsquerschnitte ungenau. Einfang und Ionisation sind bei  $200 \text{ MeV/u}$  in Wirklichkeit seltener als in der Simulation angenommen, vergl. Abb.4.1 und 4.2. Speziell die Ionisation wird überschätzt, so dass die wirkliche Ladungsverteilung breiter ist als in der Simulation. Beide Effekte zusammen führen dazu, dass der in Abb.4.9 gezeigte Anteil des Umladungs-Straggling in Gold bei  $200 \text{ MeV/u}$  eigentlich etwa 3 mal so groß sein müsste. Allerdings wäre dies in diesem Fall dann immer noch nicht der Hauptbeitrag.

Abgesehen von der erwähnten noch näher zu betrachtenden Diskrepanz kann die Simulation sehr wohl die Zunahme der Energiebreite quantitativ richtig beschreiben. Somit ist die Ursache der beobachteten Verbreiterung der Energieverteilung

auf jeden Fall die Fluktuation der atomaren Ladungszustände. Dies wird durch die systematische Abhängigkeit von der Ordnungszahl des Targetmaterials deutlich und spiegelt die drastisch verschiedenen freien Weglängen für Ladungswechsel aus Abb.4.3 wieder. Eine solche Messung war bisher nicht möglich und stellt das herausragende Ergebnis dieser Arbeit dar.

#### 4.4.4 Auswirkung der geringeren Abschirmung

Auf Grund der mehrfach festgestellten Diskrepanz kann man sicher sein, dass eine Rechnung nur mit Punktladungen zur Beschreibung des Umladungs-Straggling unzureichend ist. Da aber eine ausgereifte Beschreibung der Abschirmung für den Energieverlust relativistischer schwerer Ionen noch nicht existiert, kann man auch umgekehrt das gemessene Umladungs-Straggling benutzen, um daraus eine effektive Ladung für die partielle Stopping-Power zu bestimmen. Dieser Wert ist ansonsten mit keiner anderen Methode zugänglich, da man nur mit dem Umladungs-Straggling direkt diese kleinen Differenzen sichtbar machen kann. Die großen freien Weglängen dienen dabei als Lupe.

Mit der Konstanten  $c^*$ , welche die geringere Abschirmung beschreibt, kann eine effektive Ladung ( $q_{\text{eff}}$ ) bestimmt werden, in der nicht die volle Anzahl der Elektronen ( $n_e$ ) als Abschirmung wirkt,

$$q_{\text{eff}} = Z_1 - c^* n_e, \quad 0 \leq c^* \leq 1. \quad (4.3)$$

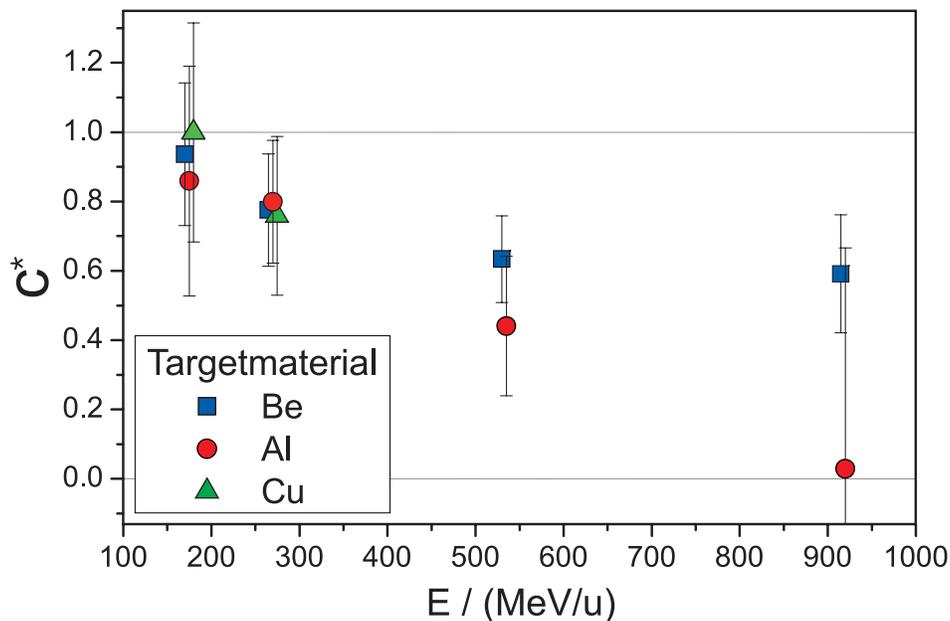


Abbildung 4.11: Geringe Abschirmung beim Energieverlust ermittelt aus der Differenz zwischen simuliertem und gemessenem Umladungs-Straggling als Funktion der Energie.

Durch Variation von  $c^*$  erhält man einen Wert für den die Simulation genau das experimentelle Ergebnis reproduziert. Aus dem experimentellen Fehler von

$\Omega^2$  und dem der Umladungsquerschnitte ergeben sich auch Fehlergrenzen für  $c^*$ . Für die K- und L-Schale müsste die Rechnung getrennt ausgeführt werden mit verschiedenem  $c^*$ . Da aber in den relevanten Fällen mit großem Beitrag des Umladungs-Straggling mindestens 80% der Ionen nur Elektronen in der K-Schale besitzen, wurde hier vereinfacht mit nur einem  $c^*$  gerechnet. Nur wenn das Umladungs-Straggling der bei weitem dominierende Beitrag ist, kann man so sicher auf  $c^*$  schließen, in den anderen Fällen wird der Fehler sonst zu groß. Aus diesem Grund wurden in Abb.4.11 nur die Beryllium-, Aluminium- und einige Kupfertargets berücksichtigt.

Trotz der großen Fehler ist ein Anstieg mit steigender Geschwindigkeit zu erkennen. Vergleicht man die so erhaltenen Werte mit den theoretischen Werten in Abb.2.5, so sieht man dort die gleiche Tendenz. Auch der absolute Wert liegt bei niedriger Energie innerhalb der Fehlergrenzen des experimentell bestimmten  $c^*$ . Allerdings kann eine Rechnung nur nach Bornscher Näherung noch nicht den kleinen Wert von  $c^*$  bei stärker relativistischen Geschwindigkeiten erklären. Dies ist genau der Bereich in dem die Mott-Korrektur für Stöße mit großem Energieübertrag wichtig wird. Da diese in Abb.2.1 gezeigte Korrektur vor allem nahe Stöße betrifft, ist zu erwarten, dass sie den Anteil der Abschirmung beim Energieverlust deutlich beeinflusst und zu einer weiteren Verkleinerung von  $c^*$  führt.

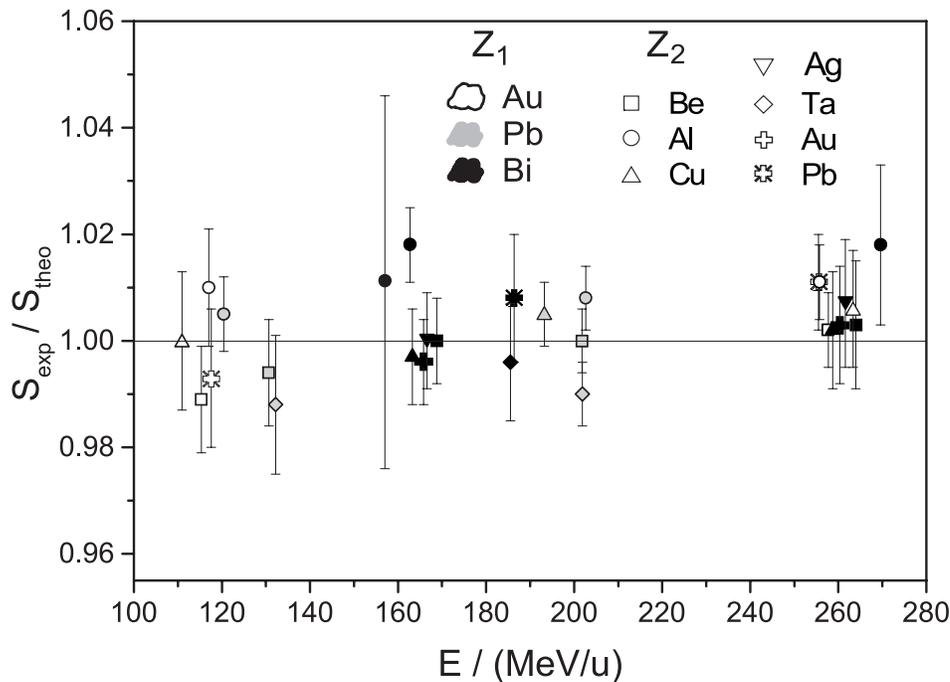


Abbildung 4.12: Experimentelle Stopping-Power für  $^{197}\text{Au}$ -,  $^{208}\text{Pb}$ - und  $^{209}\text{Bi}$ -Projektile in verschiedenen Materialien normiert durch theoretische Werte. Diese sind die gewichtete Summe der partiellen Stopping-Powers der Ionen verschiedener Ladungszustände nach LS mit Korrekturen unter Verwendung einer effektiven Ladung für jeden einzelnen Ladungszustand, die durch eine Approximationsfunktion an die Werte aus Abb.4.11 ermittelt wurde.

Die erhaltene geringere Abschirmung der Kernladung muss aber weiterhin konsistent mit den Messungen des mittleren Energieverlusts bleiben. Jedoch ist diese Größe nicht sehr sensitiv auf diese kleinen Änderungen und die Korrektur durch  $c^*$  wird bei niedrigerer Geschwindigkeit, wenn die mittlere Ladung stärker von  $Z_1$  abweicht, ebenfalls geringer. Aus diesem Grund führt die gleiche Rechnung wie in Abb.4.8 nur mit  $q_{i,\text{eff}}$  anstatt  $q_i$  nicht zu einer schlechteren Übereinstimmung, sie wird im Gegenteil sogar besser. Dies wird in Abb.4.12 für den interessanten Bereich mit großer Abweichung von  $\bar{q}$  zu  $Z_1$  gezeigt.

Die Abschirmung des Projektilkerns beeinflusst auch den Anteil des Kollisions-Straggling. Da dieses aber vor allem durch nahe Stöße mit großem Energieübertrag verursacht wird, wurden zur Berechnung des Kollisions-Straggling nur die nackten Kernladungen verwendet. Die relative Änderung muss auf jeden Fall deutlich geringer sein als für die mittlere Stopping-Power und damit ein sehr kleiner Fehler verglichen mit der Messgenauigkeit der Energieverluststreuung.

#### 4.4.5 Asymmetrie der Energieverlustverteilung

Betrachtet man die Energieverlustverteilungen genauer, so fällt auf, dass einige deutlich nicht symmetrisch sind. Bisher war aus der Literatur nur eine Asymmetrie in dünnen Targets bekannt [Lan44, Vav57] oder der einfache Effekt, dass bei einer sehr breiten Energieverteilung die Stopping-Power innerhalb der Verteilung schon so unterschiedlich wird, dass daraus eine Asymmetrie entstehen kann.

Wie man aber aus Abb.4.13 sieht, ist die relative Breite nur einige Promille. Außerdem liegt der Energiebereich der Messung schon weit oberhalb des Braggpeaks, so dass die Stopping-Power nicht mehr so stark energieabhängig ist. Somit ist der Unterschied im mittleren Energieverlust über diese Energiebreite nur etwa  $10^{-4}$  und die daraus resultierende Asymmetrie vollkommen unbedeutend.

Die Landau- oder Vavilovverteilung kann diesen Effekt ebenfalls nicht erklären, da nach Bohrs Kriterium [Boh48](Gl.2.41) das Target schon dick genug ist um eine gaußförmige Verteilung zu erwarten. Die Breite der Verteilung ist nach vielen Stößen am Ausgang des Targets etwa  $100 \text{ MeV}$  während der maximale Energieübertrag in einem Stoß selbst bei der höchsten verwendeten Energie nur  $T_{max} = 2m_e v^2 \gamma^2 \approx 3 \text{ MeV}$  sein kann.

Schließlich muss man noch Messfehler, wie vor allem Bildfehler der ionenoptischen Abbildung als Ursache ausschließen. Dazu kann wieder der Vergleich in verschiedenen Targetmaterialien dienen. In Fall von Silber, wo die Winkelstreuung viel größer ist als in Beryllium, sieht man so eine Normalverteilung. Somit liegt die Vermutung nahe, dass auch die Asymmetrie durch das Umladungs-Straggling entsteht. Der Vergleich mit der Monte-Carlo-Simulation bestätigt dies. Sogar die unterschiedliche Neigung der Verteilung in unterschiedlichen Energiebereichen kann reproduziert werden.

Ein tieferes Verständnis ergibt sich aus der Betrachtung des einfachsten analytisch zu behandelnden Falls mit nur zwei Ladungszuständen nach Gl.2.65 [NSi94]. Der

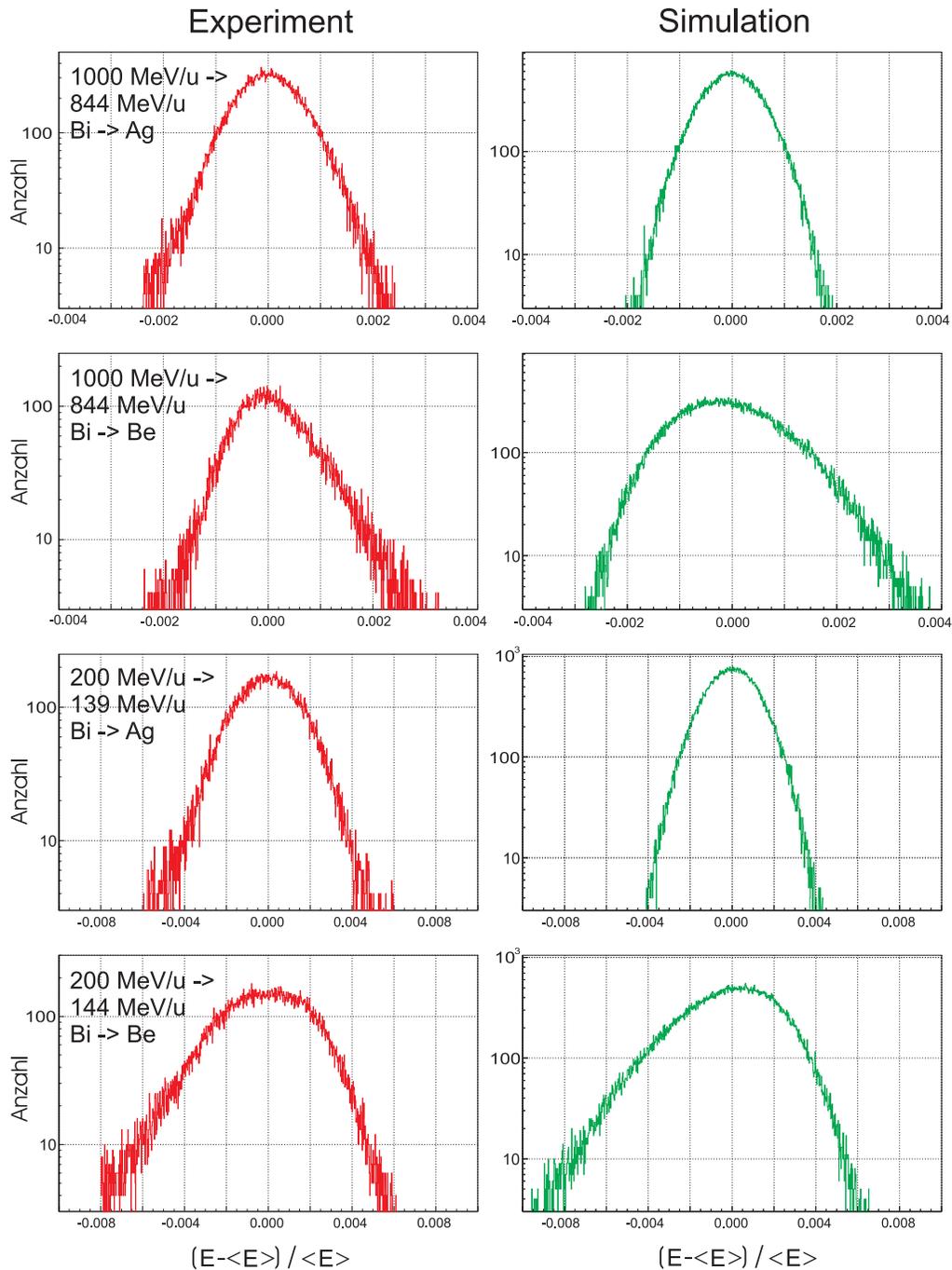


Abbildung 4.13: Vergleich der gemessenen Energiespektren mit denen aus einer Monte-Carlo-Simulation mit punktförmigen Projektilen. In Targetmaterialien mit kleinen Umladungsquerschnitten erzeugt das Umladungs-Stragglung eine Asymmetrie der Energieverteilung, die je nach Energiebereich und der damit verbundenen Form der Ladungsverteilung ihre Richtung wechselt.

dominierende Anteil ist der allein durch das Umladungs-Stragglings bestimmte. Für dicke Targets kann auch der konstante Beitrag nicht proportional zur Targetdicke vernachlässigt werden.

$$\langle(\Delta E - \langle\Delta E\rangle)^3\rangle = -\frac{6x}{N^2(\sigma_{10} + \sigma_{01})^2} f_0 f_1 (f_0 - f_1) (S_0 - S_1)^3. \quad (4.4)$$

Wie beim zweiten Moment ist auch beim dritten Moment der Energieverlustverteilung die Größe der Umladungsquerschnitte maßgebend. Deshalb sieht man die Asymmetrie auch nur im Fall der Berylliumtargets. Das Vorzeichen wird durch die Form der Ladungsverteilung im Gleichgewicht ( $f_0 - f_1$ ) bestimmt. Diese Aussage lässt sich mit Hilfe des Monte-Carlo-Programms auch für den Fall von mehr als zwei Ladungszuständen bestätigen.

Die Ursache für die verschiedenen Formen der Ladungsverteilung ist genau nachvollziehbar. Bei hoher Geschwindigkeit sind die meisten Ionen noch vollkommen ionisiert. Die wenigen mit Elektronen erzeugen einen Schwanz der Ladungsverteilung zu niedrigeren Ladungszuständen. Nimmt die Geschwindigkeit ab, wird die K-Schale des Projektils zunehmend gefüllt, in der L-Schale bleiben jedoch wegen der geringen Bindungsenergie nur sehr wenig Elektronen haften. Somit erhält man eine Asymmetrie zur entgegengesetzten Seite. Bei noch geringerer Geschwindigkeit des Projektils wird schließlich auch diese gefüllt und die Asymmetrie ändert wieder ihr Vorzeichen. In den höheren Schalen sind die Unterschiede in der Bindungsenergie dann nicht mehr so groß. Mit der Zunahme der ähnlichen Ladungszustände nähert sich schließlich die Verteilung wieder einer Normalverteilung, wie sie dann auch beobachtet wird [SSM98].

Diese Geschwindigkeitsabhängigkeit ist in Abb.4.14 durch das dimensionslose dritte statistische Moment der Ladungs- und der Energieverlustverteilung dargestellt. Der Vergleich mit demjenigen der Ladungsverteilung zeigt die auffällige Übereinstimmung im Vorzeichen und der Lage der Nulldurchgänge. Experiment und Simulation zeigen ähnliche Ergebnisse. In den Silbertargets ist keine Asymmetrie zu beobachten, während in Beryllium Werte von ähnlicher Größe wie in der Simulation gemessen wurden.

Wie schon bei der Beschreibung des zweiten Moment erwähnt, hat man im Experiment keine Gleichgewichtsladungsverteilung am Eingang und Ausgang des Targets. Man könnte vermuten, dass somit die Auswahl des Eingangsladungszustandes größer oder kleiner als der Mittelwert im Gleichgewicht die Form bestimmt. Deshalb zeigt Abb.4.14 auch einen Vergleich zwischen einer Rechnung unter den Bedingungen wie im Experiment und unter Annahme eines Ladungsgleichgewichts am Ein- und Austritt des Targets. Für diesen Fall lässt sich das dritte Moment der Verteilung auch als eine stetige Funktion in Abhängigkeit von der Energie darstellen. Wie man sieht, ist dieser Unterschied in den verwendeten dicken Targets nur sehr gering.

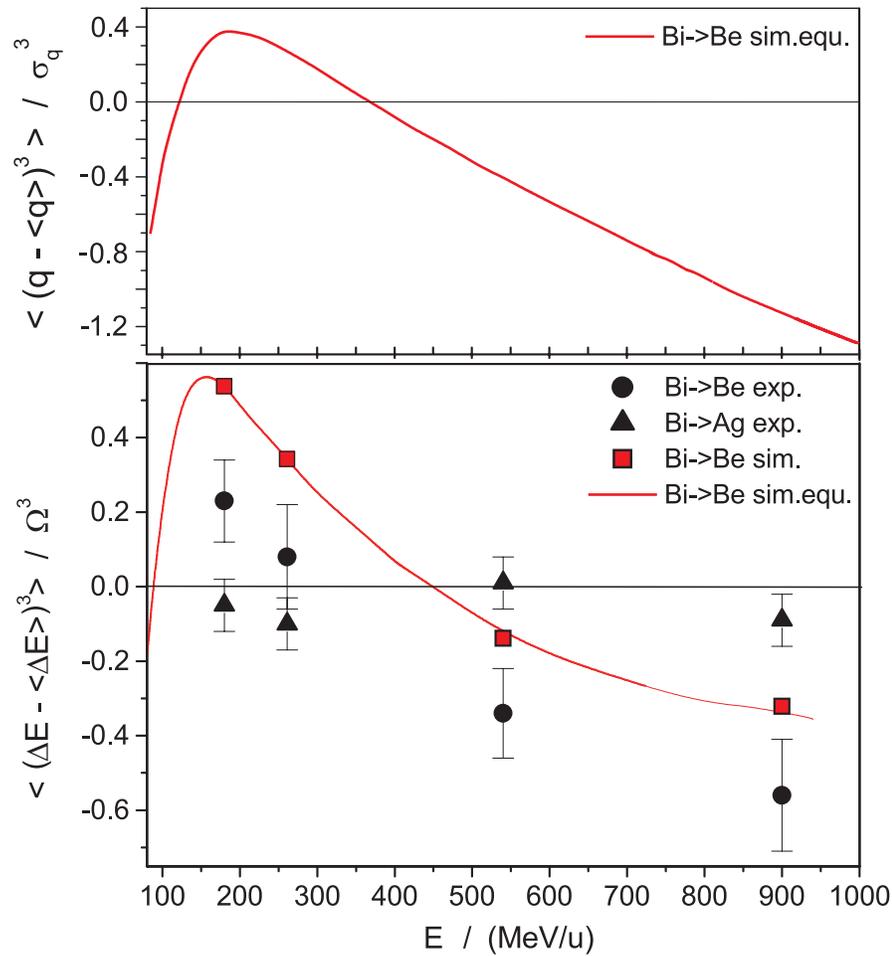


Abbildung 4.14: oben: Dimensionsloses drittes Moment der Ladungsverteilung  $\langle (q - \langle q \rangle)^3 \rangle$  normiert durch die Standardabweichung  $\sigma_q$  als Funktion der Energie. unten: Entsprechendes drittes Moment der Energieverlustverteilung  $\langle (\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^3 \rangle$  normiert durch die Standardabweichung  $\Omega$  als Funktion der Eingangsenergie für jeweils 20 % Energieverlust. Verglichen werden die experimentellen Werte mit der Simulation unter Verwendung von Punktladungen. Die durchgezogene Linie ergibt sich, wenn man eine volle Gleichgewichtsladungsverteilung am Eingang des Targets hätte und alle diese Ladungszustände auch nach dem Austritt analysieren könnte.

# Kapitel 5

## Anwendungen

### 5.1 Energieverlust bei nuklearer Umladung

#### 5.1.1 Energieverluststreuung durch unterschiedliche Reaktionsorte

In den vorhergehenden Kapiteln wurde das Umladungsstraggling nur bei atomaren Umladungen betrachtet. Genauso können Kernreaktionen ebenfalls die Ladung des Projektils und auch dessen Masse deutlich verändern. Während bei Ionisation und Elektroneneinfang der Energieverlust bei der Reaktion selber vernachlässigt werden konnte, ist dieser bei Kernreaktionen ein Hauptanteil.

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Energien weit oberhalb der Coulombbarriere finden vor allem drei Prozesse statt: Projektilfragmentation, elektromagnetische Dissoziation und Projektilspaltung [Gei97]. Der Energieverlust bei Projektilfragmentation kann nach Kaufmann [Kau80] berechnet werden mit einer Impulsverteilung nach Goldhaber oder Morrissey [Gol74, Mor89]. Diese Beschreibung wird zum Beispiel im Computerprogramm MOCADI [IGM97] zur Simulation der Impulsverteilung nach Projektilfragmentation verwendet. Besonders breite Impulsverteilungen erhält man nach der Spaltung von schweren Kernen, da die freigesetzte Energie und damit der Rückstoß größer als bei der Projektilfragmentation ist. Die totale kinetische Energie der Spaltfragmente im Schwerpunktsystem wurde z.B. von Brosa [Bro89] parametrisiert. Diese muss man dann noch auf die einzelnen Fragmente aufteilen und die Impulsverteilung in das Laborsystem transformieren.

Da das primäre Projektil und das Fragment sich in Ladung und Masse unterscheiden ist auch die Stopping-Power für beide verschieden. Das heißt ein Fragment, welches gleich nach dem Eintritt in das Target produziert wird, erfährt einen anderen Energieverlust als eines, das den größten Teil des Weges im Target als Projektil zurückgelegt hat. Diese Abhängigkeit der Energie vom Reaktionsort wird manchmal als „Location-Straggling“ bezeichnet. Es ist aber im Prinzip nichts anderes als Umladungs-Straggling.

Die erwähnten Kernreaktionen führen alle zu einer Verringerung der Anzahl der Nukleonen. Außerdem sind die Querschnitte für nukleare Reaktionen viel kleiner als für atomare Umladungen, so dass keine Gleichgewichtsverteilung existiert. Als solche könnte man nur eine totale Fragmentation in einzelne Nukleonen bezeichnen. Bei einer Anfangsenergie von  $GeV/u$  wird dieser Fall aber bei weitem noch nicht erreicht. In den normalerweise zur Produktion exotischer Kerne im Flug verwendeten Targets findet im Mittel nur etwa eine einzelne Reaktion pro Primärion statt.

Im Fall der Spaltung sind Projektil und Fragment in Masse und Ladung sehr unterschiedlich. Damit wird auch die zusätzliche Streuung der Energie am Ausgang des Targets auf Grund des unterschiedlichen Energieverlusts ein wichtiger Beitrag. Wie man in Abb.5.1 sehen kann, verbreitert dieser Effekt die ohnehin sehr breite Impulsverteilung nach dem Target nochmals deutlich.

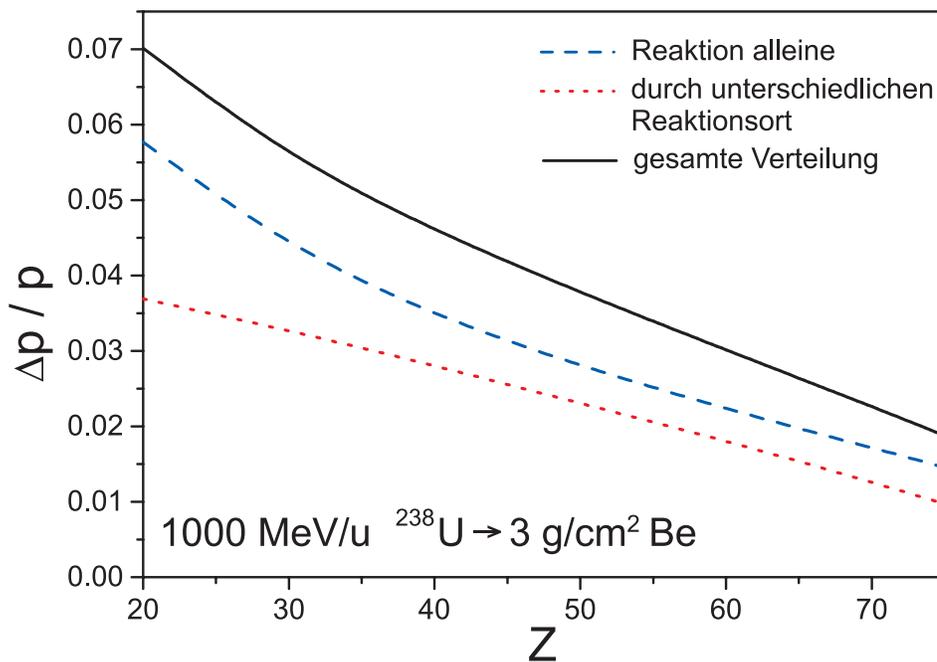


Abbildung 5.1: Standardabweichung der relativen Impulsdifferenz der durch Spaltung von  $^{238}\text{U}$  mit einer Anfangsenergie von  $1000\text{ MeV}/u$  in einem  $3\text{ g}/\text{cm}^2$  Be-Target erzeugten Fragmente als Funktion ihrer Kernladung  $Z$ . Das Verhältnis Masse zu Ladung der betrachteten Fragmente ist in dieser Rechnung immer  $m/Z \approx 2.58$ . Die Anteile, der nur durch die Kinematik der Spaltung erzeugten Impulsbreite [Bro89] und derjenige, der durch unterschiedlichen Energieverlust entsteht, sind getrennt dargestellt.

### 5.1.2 Mehrfachreaktionen

Will man die Anzahl der produzierten Fragmente maximieren und legt weniger Wert auf die Qualität des Sekundärstrahls, so können noch dickere Targets benutzt werden. Eine obere Grenze ergibt sich dann nur aus den Sekundärreak-

tionen im Target in denen das gewünschte Fragment schon wieder zerstört wird. In diesen Targets müssen dann auch indirekte Reaktionswege mit berücksichtigt werden. So kann das gewünschte Fragment  $X_f$  auch über mehrere Zwischenschritte produziert werden.

Da die Anzahl der Protonen  $Z$  und Neutronen  $N$  bei der Fragmentation nur abnimmt, müssen alle möglichen Zwischenschritte in einem Rechteck liegen, dessen Ränder durch die jeweilige Anzahl der Protonen oder Neutronen des Projektils ( $X_p$ ) und Fragments ( $X_f$ ) festgelegt sind,  $Z_f \leq Z \leq Z_p$  und  $N_f \leq N \leq N_p$ . Als ein zusätzlicher Zustand können alle leichteren Kerne zusammengefasst werden, die nicht mehr das gewünschte Fragment werden können. Die Häufigkeit der Zustände kann man als Vektor schreiben und die Übergangswahrscheinlichkeiten in einer Matrix zusammenfassen. Dann kann die Verteilung der Fragmente genau wie die atomare Ladungsverteilung mit Gl.3.8 berechnet werden.

Die Querschnitte zur Produktion der einzelnen Fragmente wurden in den folgenden Beispielen mit Hilfe der EPAX-Formel [SuB00] und der totale nukleare Wirkungsquerschnitt nach Kox [Kox85] bestimmt.

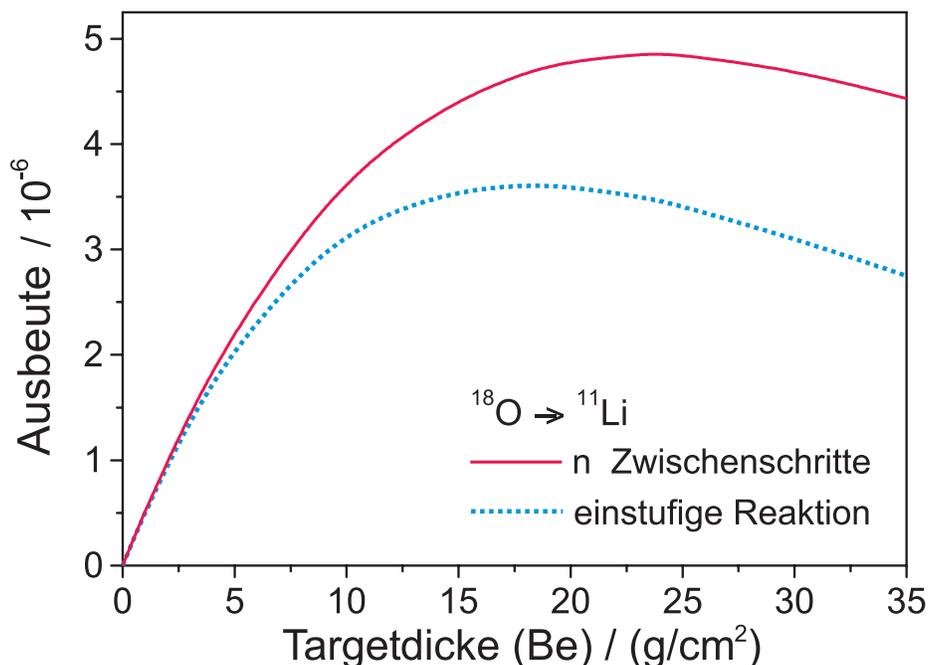


Abbildung 5.2: Produktionsrate von  $^{11}\text{Li}$  pro  $^{18}\text{O}$ -Projektil direkt hinter dem Target in Abhängigkeit von der Dicke des Berylliumtargets. Rechnung mit allen Zwischenschritten und nur mit einer einstufigen Reaktion.

Abb.5.2 und Abb.5.3 zeigen Beispiele für die erhöhte Produktionsrate durch mehrstufige Fragmentation. In dünnen Targets ist noch kaum ein Unterschied zu einer Rechnung nur mit einstufigen Reaktionen festzustellen. Wenn das Projektil weiter entfernt vom gewünschten Fragment liegt, dann ist die mögliche Anzahl der Zwischenschritte groß und es zeigt sich eine deutliche Erhöhung der vorhergesagten Produktionsrate. Eine Grenze der Targetdicke auf Grund von Verlusten in

weiteren Reaktionen von  $X_f$  ergibt sich erst bei Targets, viel dicker als diejenigen die bisher zur Produktion solcher Nuklide verwendet werden. Wie man sieht überwiegt in Abb.5.3 der Anteil indirekter Produktion. Die meisten Reaktionen laufen über einen Zwischenschritt ab, einige auch über mehrere.

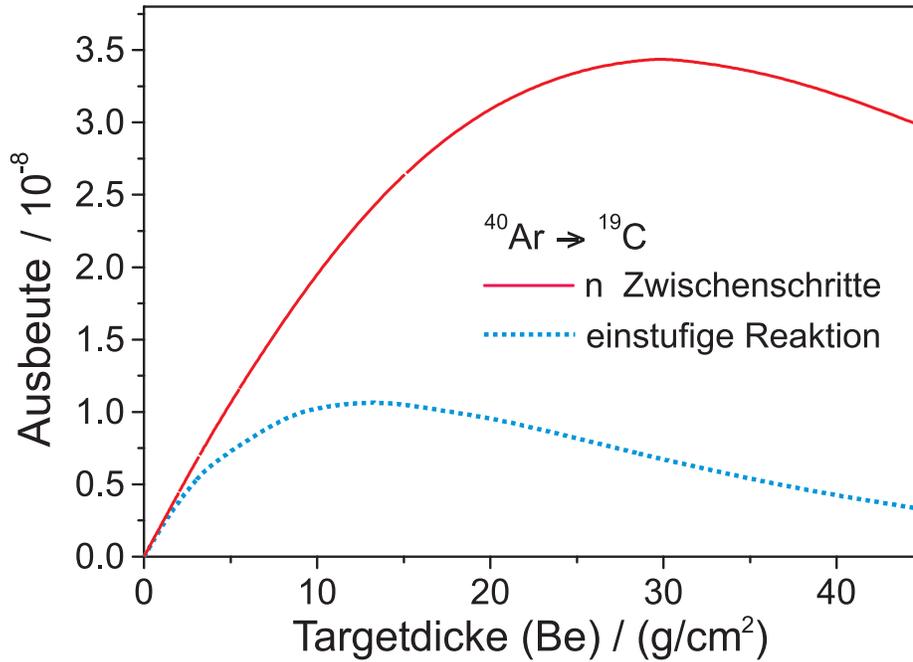


Abbildung 5.3: Produktionsrate von  $^{19}\text{C}$  pro  $^{40}\text{Ar}$  Projektil direkt hinter dem Target in Abhängigkeit von der Dicke des Berylliumtargets. Rechnung mit allen Zwischenschritten und nur mit einer einstufigen Reaktion.

In Targets mit einer optimalen Produktionsrate ist die freie Weglänge zwischen den Reaktionen so groß, dass die Energieverteilung hauptsächlich durch die verschiedenen Reaktionsorte bestimmt wird. Da aber die Produktionsrate des erwünschten Fragments sehr klein gegenüber der der anderen Fragmente ist, kann man das Umladungs-Straggling nicht durch ein allgemeines Monte-Carlo-Verfahren wie für das atomare Umladungs-Straggling behandeln. Die Rechenzeit wäre im Fall des gezeigten  $^{19}\text{C}$  etwa  $10^7$  mal so lang. Weil aber nur sehr wenige Reaktionen stattfinden ist es noch möglich sämtliche Reaktionspfade einzeln zu bestimmen, und man muss dann nur diejenigen berechnen, die zum gewünschten Ziel führen. Dabei wird auch die abnehmende Intensität des Primärstrahls und der Zwischenfragmente durch andere Reaktionen berücksichtigt.

Man könnte vermuten, dass bei mehreren Reaktionen die Impulsverteilung nach dem Target noch breiter wird als bei nur einer. Dem ist aber nicht so, denn in den einzelnen Reaktionen wird weniger Energie freigesetzt und der entscheidende Anteil des Umladungs-Straggling muss sogar kleiner werden, da die Differenzen in der Stopping-Power zum Zwischenprodukt kleiner sind als direkt zwischen  $X_p$  und  $X_f$ . Das heißt das Abbremsen geschieht kontinuierlicher und die Varianz wird somit geringer.

Der Unterschied ist in Abb.5.4 an einem Beispiel dargestellt. Wie man sieht, wird die Impulsbreite nach dem Target vor allem durch die Abhängigkeit vom Reaktionsort bestimmt. Vergleicht man die Fragmente welche direkt erzeugt wurden mit denen, die über genau einen Zwischenschritt entstanden sind, so erkennt man den Unterschied in der Impulsverteilung. Allerdings ist der Unterschied nicht sehr drastisch, da die meisten Reaktionswege über Zwischenprodukte sehr nahe zu  $X_p$  oder  $X_f$  verlaufen, und somit die auftretenden Differenzen in der Stopping-Power kaum geringer sind als bei einstufiger Reaktion.

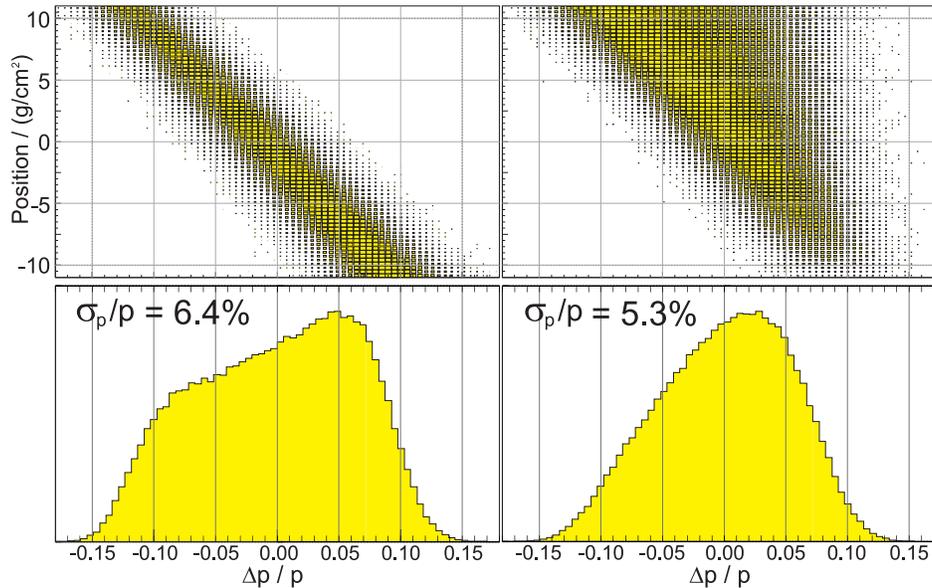


Abbildung 5.4: Impulsverteilung in Abhängigkeit vom Reaktionsort in einem  $22 \text{ g/cm}^2$  Be-Target. Links nur für einstufige Fragmentation von  $^{40}\text{Ar}$  nach  $^{19}\text{C}$  und rechts alle Reaktionswege mit genau einem Zwischenfragment. Bei mehrfacher Reaktion wird der Ort der zweiten Fragmentation gezeigt. In diesem Fall ist die Standardabweichung der relativen Impulsbreite  $\Delta p/p$  kleiner.

## 5.2 Separation von Kernfragmenten

### 5.2.1 Ionenoptische Beschreibung

Ein magnetischer Separator aufgebaut nur aus Magneten selektiert nur nach der magnetischen Steifigkeit. Um aber ein spezielles Fragment charakterisiert durch die zwei Größen Masse und Ladung, von allen anderen trennen zu können, bedarf es eines zweiten, verschiedenen Selektionskriteriums. Dies kann der unterschiedliche Energieverlust in einer Materieschicht sein. Mehrere Fragmentenseparatoren weltweit arbeiten nach diesem Prinzip [MuS93, GMR95, GMW00].

Mit Hilfe einer Beschreibung des unterschiedlichen Energieverlustes durch Transfermatrizen kann man die Auflösung in Masse und Ladung berechnen. Schreibt

man die Geschwindigkeitsabhängigkeit mit Hilfe der neuen Koordinate  $\eta = \beta \gamma$ , so lässt sich die Ablenkung durch die magnetische Steifigkeit leicht in einen Anteil nach der Geschwindigkeit, Ruhemasse ( $m$ ) und Ladung ( $q$ ) aufteilen. Als ionenoptische Koordinaten kann man dann zusätzlich zu  $X, a, Y, b$ , die relative Abweichung in  $\eta$ , Ruhemasse und Ladung verwenden ( $\delta_\eta = \eta/\eta_{\text{ref}} - 1$ ,  $\delta_m = m/m_{\text{ref}} - 1$ ,  $\delta_q = q/q_{\text{ref}} - 1$ ). Zusammen ergeben diese die relative Abweichung in magnetischer Steifigkeit  $\delta$ .

$$B\rho = \frac{p}{q} = c \eta \frac{m}{q} \implies \delta = \delta_\eta + \delta_m - \delta_q . \quad (5.1)$$

Die Matrix für eine dispersive Stufe des Separators mit einer Punkt-zu-Punkt-Abbildung und Dispersion nur in der X-Ebene hat die Form

$$M_1 = \begin{pmatrix} (X, X)_1 & 0 & 0 & 0 & (X, \delta)_1 & (X, \delta)_1 & -(X, \delta)_1 \\ (a, X)_1 & (a, a)_1 & 0 & 0 & (a, \delta)_1 & (a, \delta)_1 & -(a, \delta)_1 \\ 0 & 0 & (Y, Y)_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (b, Y)_1 & (b, b)_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (5.2)$$

Eine weitere Stufe wird durch eine Matrix der gleichen Form mit Index 2 dargestellt.

Die Änderung von  $\eta$  im Degrader hängt von der Masse, der Ladung und von  $\eta$  selbst ab. Zusätzlich kann die Dicke entlang der X-Achse variieren. Dies wird durch den Koeffizienten  $(\delta_\eta, X)_D$  ausgedrückt. Die Matrix des Degraders ist

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (\delta_\eta, X)_D & 0 & 0 & 0 & (\delta_\eta, \delta_\eta)_D & (\delta_\eta, \delta_m)_D & (\delta_\eta, \delta_q)_D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (5.3)$$

Durch Multiplikation erhält man die Matrix eines gesamten Systems bestehend aus erster Stufe, Degrader und einer zweiten Stufe ( $M_{ges} = M_2 \cdot M_D \cdot M_1$ ), wie es in Abb.5.5 skizziert ist. Aus der gesamten Matrix folgt die Breite der Ortsverteilung, angegeben als Standardabweichung ( $\sigma_X$ ), von Ionen einer Masse und Ladung in der Fokalebene am Ende des Systems [GeS89],

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= [(X, X)_1 (X, X)_2 + (X, \delta)_2 (\delta_\eta, X)_D (X, X)_1]^2 \sigma_{X,0}^2 \\ &+ [(X, X)_2 (X, \delta)_1 + (X, \delta)_2 ((X, \delta)_1 (\delta_\eta, X)_D + (\delta_\eta, \delta_\eta)_D)]^2 \sigma_{\eta,0}^2 \\ &+ (X, \delta)_2^2 \sigma_{\eta,\text{str}}^2 . \end{aligned} \quad (5.4)$$

Zusätzlich zur Anfangsbreite  $\sigma_{X,0}$  und der Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{\eta,0}$  nach dem Target führt die Energieverluststreuung  $\sigma_{\eta,\text{str}}$  im Degrader zu einer weiteren Verbreiterung.

Durch geeignete Wahl des Winkels eines keilförmigen Degraders kann  $(\delta_\eta, X)_D$  so angepasst werden, dass die gesamte Abbildung achromatisch also unabhängig von  $\delta_\eta$  wird. Betrachtet man außerdem eine optische Einstellung, in der ohne Energieverlust das System schon achromatisch ist, d.h.  $(X, \delta)_{\text{ges}} = 0$  und  $(a, \delta)_{\text{ges}} = 0$ , dann reduziert sich die Formel für die Strahlbreite auf

$$\sigma_X = \sqrt{[(X, X)_1 (X, X)_2 (\delta_\eta, \delta_\eta)_D \sigma_{\eta,0}]^2 + [(X, \delta)_2 \sigma_{\eta,\text{str}}]^2}. \quad (5.5)$$

Wie man sieht, wird allein schon durch den geformten Degrader die Bildbreite um den Faktor  $(\delta_\eta, \delta_\eta)_D$  vergrößert, hinzu kommt der Anteil durch die Energieverluststreuung.

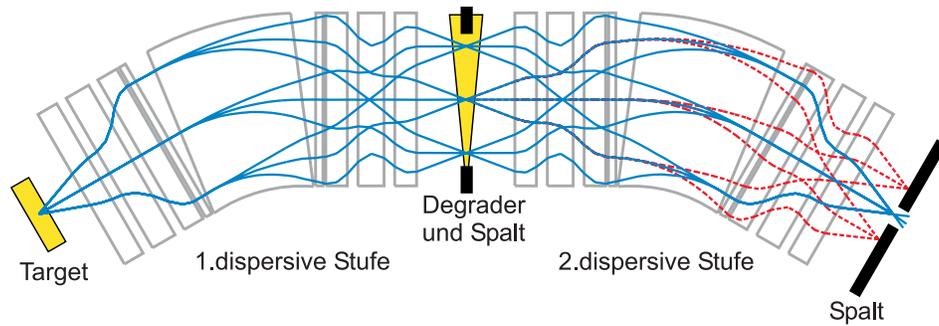


Abbildung 5.5: Achromatischer Separator mit keilförmigem Degrader. In der ersten Fokalebene findet eine  $B\rho$ -Selektion statt. Nach der zweiten werden Ionen mit verschiedenem  $\eta$  auf die gleiche Stelle abgebildet. Ionen verschiedener Masse und Ladung werden durch die Dispersion getrennt.

Die Dispersion in Masse und Ladung ist unter der Bedingung einer mit und ohne Degrader achromatischen optischen Einstellung

$$(X, \delta_m)_{\text{ges}} = (X, \delta)_2 [(\delta_\eta, \delta_m)_D - (\delta_\eta, \delta_\eta)_D + 1] \quad (5.6)$$

$$(X, \delta_q)_{\text{ges}} = (X, \delta)_2 [(\delta_\eta, \delta_q)_D + (\delta_\eta, \delta_\eta)_D - 1]. \quad (5.7)$$

Da man die verschiedenen Fragmente am ersten Spalt nach ihrer Steifigkeit nach dem Target und dann am Ende des Separators auf Grund der je nach Masse und Ladung im Degrader veränderten magnetischen Steifigkeit trennt, wird diese Art der Separation  $B\rho$ - $\Delta E$ - $B\rho$ -Methode genannt.

## 5.2.2 Begrenzung der Auflösung durch Energieverluststreuung

Zusammen mit der Bildbreite ergibt sich das Auflösungsvermögen des Separators

$$R_m = \frac{|(X, \delta_m)_{\text{ges}}|}{2 \sigma_X}, \quad R_q = \frac{|(X, \delta_q)_{\text{ges}}|}{2 \sigma_X}. \quad (5.8)$$

Die Dispersion in Masse und Ladung ist geringer als die volle Dispersion, da sie nur durch die Unterschiede im Energieverlust entsteht. Wie man mit Gl.5.5 und 5.6 sieht, ist die Auflösung proportional dem Verhältnis von Dispersion  $(X, \delta)_1$  und Vergrößerung  $(X, X)_1$  in einer Hälfte des Separators. Allerdings ist diese Auflösung nicht direkt proportional zur reinen ionenoptischen Auflösung ohne Degrader, da  $\sigma_X$  vor allem durch die Streuung des Energieverlusts im Degrader bestimmt wird und nicht nur durch die Vergrößerung des Objekts am Anfang des Separators.

Dies wird in Abb.5.6 deutlich. Ohne die Streuung im Degrader könnte das Auflösungsvermögen etwa drei mal so groß sein. In dem Beispiel wurde schon eine hohe Energie gewählt, um möglichst wenige atomare Ladungszustände zu erzeugen und so das Umladungs-Straggling zu vermeiden. Für Fragmente mit hoher Ordnungszahl führt es aber dennoch zu einem Anstieg der Peakbreite. Durch Materialien mit kleinerer freier Weglänge für atomare Umladung lässt sich dieser Anteil weiter unterdrücken. Die mittlere Dicke des Degraders ( $d$ ) ist mit der Hälfte der totalen Reichweite ( $r$ ) der Ionen in diesem Material meistens eine gute Wahl, um eine effektive Separation zu erreichen, denn mit steigender Degraderdicke wächst auch die Dispersion  $(X, \delta_m)_{\text{ges}}$  und  $(X, \delta_q)_{\text{ges}}$ .

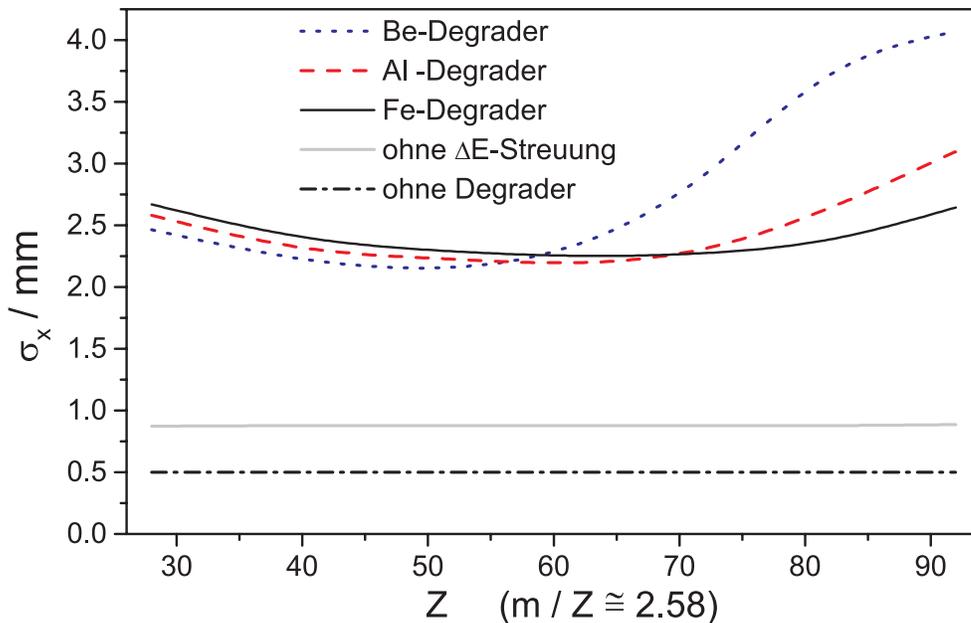


Abbildung 5.6: Peakbreite in der achromatischen Fokalebene am Ende eines Separators in Abhängigkeit von der Ordnungszahl der Fragmente. Es wurde eine ideal fokussierende Optik mit Vergrößerung  $(X, X) = 1$  und Dispersion  $(X, \delta) = 3.0 m$  in beiden Hälften angenommen. Die Breite der Phasenraumellipse am Target war  $\Delta X = \pm 1.0 mm$ . Die Fragmente nach dem Target hatten alle eine mittlere Energie von 800 MeV/u und der Degrader eine Dicke von  $d/r = 0.5$ .

Die Reichweite kann durch eine Formel der Form  $r \propto m/Z_1^2 \eta^\mu$  approximiert werden [Leo87].  $\mu$  ist dann nur noch schwach von  $\eta$ ,  $Z_1$  und  $Z_2$  abhängig und

liegt für  $E = (100 - 1000) \text{ MeV/u}$  im Bereich  $2 \leq \mu \leq 3$ . In einer groben Rechnung kann  $\mu$  als Konstante betrachtet werden, so dass die Matrixelemente des Degraders einfach als Funktion von  $d$ ,  $r$  und  $\mu$  zu schreiben sind.

$$(\delta_\eta, \delta_\eta)_D = \frac{r}{r-d} \quad (5.9)$$

$$(\delta_\eta, \delta_m)_D = \frac{d}{\mu(r-d)} \quad (5.10)$$

$$(\delta_\eta, \delta_q)_D = \frac{-2d}{\mu(r-d)} . \quad (5.11)$$

Mit dieser Näherung ist das Auflösungsvermögen

$$R_m = \frac{(1 - 1/\mu) (X, \delta)_2}{2 \sqrt{[(X, X)_1 (X, X)_2 \frac{r}{d} \sigma_{X,0}]^2 + [(X, \delta)_2 \frac{r-d}{r} \sigma_{\eta, str}]^2}} \quad (5.12)$$

$$R_q = \frac{(2/\mu - 1) (X, \delta)_2}{2 \sqrt{[(X, X)_1 (X, X)_2 \frac{r}{d} \sigma_{X,0}]^2 + [(X, \delta)_2 \frac{r-d}{r} \sigma_{\eta, str}]^2}} . \quad (5.13)$$

Bei konstanter Degraderdicke ergibt sich mit steigender Dispersion ein Grenzwert der Auflösung, da dann nur noch die Energieverluststreuung die Peakbreite bestimmt. Dieser Fall ist im Beispiel in Abb.5.6 schon weitgehend erreicht.

$$R_m \rightarrow \frac{d}{r-d} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \frac{1}{2 \sigma_{\eta, str}} \quad (5.14)$$

$$R_q \rightarrow \frac{d}{r-d} \left(\frac{2}{\mu} - 1\right) \frac{1}{2 \sigma_{\eta, str}} \quad (5.15)$$

Um die Abhängigkeit der Auflösung von der Degraderdicke zu kennen, muss die Energieverluststreuung bekannt sein. Im Falle einer nicht zu großen Energieänderung ist  $\sigma_{\eta, str}$  ungefähr proportional zu  $(\delta_\eta, \delta_\eta)_D$ . Dann gilt

$$R_m, R_q \propto \frac{d}{r} . \quad (5.16)$$

Für sehr dicke Degrader nimmt die relative Energiebreite stärker zu, so dass das Auflösungsvermögen langsamer ansteigt. Auf Grund der Divergenz des Ionenstrahls ergibt sich dann eine zusätzliche Energiestreuung, da Ionen mit unterschiedlichem Winkel verschiedene Weglängen im Degrader haben. Außerdem passieren in sehr dicken Degrader viele Sekundärreaktionen in denen ein Großteil der Sollfragmente wieder verloren geht.

## 5.3 Schnelles Abbremsen energetischer Ionen

### 5.3.1 Motivation

Im Bereich von  $(100-1000) \text{ MeV/u}$  lassen sich exotische Nuklide effektiv erzeugen. Die Targetdicke kann auf die optimale Produktionsrate optimiert werden, siehe

Abb.5.3. Auch die Separation ist mit der  $B\rho$ - $\Delta E$ - $B\rho$ -Methode gut möglich. Dabei hilft die geringere relative Impulsbreite und der kleine Phasenraum der Fragmente bei den relativistischen Energien.

Allerdings betreffen viele interessante Fragen nicht das Verhalten der erzeugten Nuklide bei diesen hohen Energien, sondern bei deutlich geringeren. Astrophysikalische Prozesse in Sternen laufen bei viel niedrigerer Energie ab. Coulomb-Anregung von Kernen zur Untersuchung der Kernstruktur mit Hilfe von Gamaspektroskopie kann effektiv bei einigen MeV/u durchgeführt werden. Hier kann man die bisher gemachten Untersuchungen an stabilen Kernen nun auf die gesamte Nuklidkarte ausdehnen. Die Fusion von Fragmenten mit Targetkernen funktioniert am besten bei Energien nur leicht oberhalb der Coulomb-Barriere

Schließlich eröffnet sich mit thermalisierten und zusätzlich gekühlten Ionen die Möglichkeit Präzisionsmessungen in Ionenfallen und Atomfallen durchzuführen. So kann zum Beispiel beim Betazerfall nach Abweichungen vom Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung bei verschiedenen Isotopen gesucht werden [SpO97], und Massenmessungen von Kernen sind mit großer Genauigkeit möglich [Bec97].

Eine Variante die bei hoher Energie erzeugten Kerne auf niedrigere zu bringen ist mit Hilfe eines inversen Beschleunigers [EaH99]. Wenn beim Abbremsen der Anstieg der Emittanz auf Grund des geringeren Vorwärtsimpulses durch eine Strahlkühlung kompensiert wird, ist dies eine sehr gute Möglichkeit. Der Vorgang ist für die kurzlebigen Fragmente aber oft zu langsam. Die schnellste Art des Abbremsens ist der Energieverlust beim Durchdringen von Materie. Aus diesem Grund wird in den Planungen vieler Anlagen weltweit ein Abstoppen in Degradern als beste Lösung angesehen.

Bei der bisher häufig genutzten ISOL-Methode [Rav92, MuS93] werden in einem Festkörpertarget durch Umwandlung der Targetkerne neue Nuklide erzeugt. Man kann dieses Festkörpertarget durch eine Produktion und grobe Separation im Flug ersetzen und implantiert dann die erzeugten Fragmente in einem Gasvolumen aus dem die Ionen mit Hilfe des Gasflusses und elektrischer Felder in eine longitudinale Ionenfalle überführt werden können worin durch Kollisionen mit einem Puffergas eine Kühlung stattfindet [HDK00]. So erhält man eine wohldefinierte Quelle exotischer Kerne. Da dieser Prozess im Flug oder zumindest über eine Driftbewegung der Ionen im Gas abläuft ist er viel schneller als die Extraktion von Atomen der gleichen Fragmente aus einem Festkörper. Dies ermöglicht vor allem für kurzlebige Nuklide eine um mehrere Größenordnungen höhere Rate [GNS99].

Diese neue Methode ist deshalb ein Kernstück der in den USA geplanten neuen Anlage zur Produktion und Untersuchung seltener Kerne RIA („Rare Isotope Acceleration“) [GNS99]. Hier soll ein auf die Gaszelle folgender Linear-Beschleuniger schließlich hochbrillianten Strahlen von Nukliden einer Sorte liefern. Eine saubere Separation der Strahlen ist auf Grund der kleinen Emittanz der erhaltenen Sekundärstrahlen mit einem hochauflösenden Magnetspektrometer als Isobarense-

parator möglich [CRW97].

In diesem Zusammenhang macht auch die am Anfang des Kapitels durchgeführte Betrachtung der Prozesse in einem sehr dicken Target Sinn. Man erhält dann zwar sehr breite Impulsverteilungen, die eine direkte saubere Separation im Flug für schwere Fragmente unmöglich machen, aber hier wird nur eine grobe Selektion verlangt und ansonsten vor allem Wert auf eine optimale Transmission des gewünschten Fragments gelegt.

Planungen zum Einfangen („Trappen“) von energetischen Ionen gibt es bei RIKEN in Japan und bei der GSI als Anhang zum FRS oder zu einem neuen FRS und am KVI in Groningen [WHH99]. Bei etwas niedrigeren Energien ist dies im SHIP-TRAP-Projekt [SHI96] schon fast verwirklicht.

Abb.5.7 zeigt schematisch den möglichen Aufbau hinter dem Fragmentseparator. Hier ist am Ende ein Flugzeitmassenspektrometer zur Messung der Masse von kurzlebigen Kernen eingezeichnet.

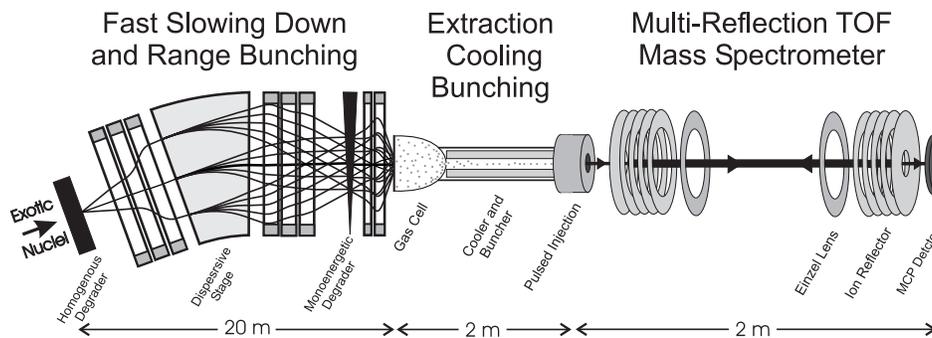


Abbildung 5.7: Mögliche Anordnung hinter dem Fragmentseparator. Eine Stufe zum Abbremsen mit Reichweitefokussierung, Implantation im Gas, Extraktion und Kühlung in einem RF-Quadrupol. Als Experimentaufbau ist hier ein mehrfach reflektierendes Flugzeitmassenspektrometer zur Massenmessung eingezeichnet [SBB99].

### 5.3.2 Reichweitefokussierung

Bei diesen Überlegungen ist eine Hauptfrage der Anstieg der Winkel und der relativen Impulsbreite des Strahles, was beim Implantieren dann zu einer Verteilung über ein sehr großes Volumen führt. Da ein Ion im Mittel in Bewegungsrichtung abgebremst wird, bleibt beim Abbremsen die Richtung der Ionen gleich bis auf die Winkelstreuung. Somit vergrößert sich der transversale Phasenraum nicht so stark, wie beim Abbremsen in einem Beschleuniger.

Wie sich in Rechnungen zeigt, ist aber das Hauptproblem die unterschiedliche longitudinale Reichweite der Ionen auf Grund ihrer verschiedenen Energie. Diese wird für Fragmente vor allem bei der Produktion im Target erzeugt. Nur wenn es gelingt diese Energiebreite zusammenzustauchen kann das Abbremsen von Ener-

gien von mehreren 100 MeV/u zu einer effektiven Methode werden.

Wie dies funktionieren kann zeigt die Beschreibung mit Transfermatrizen. Betrachtet man ein System nur aus erster Stufe und Degrader ( $M_1 \cdot M_D$ ) so erhält man die relative Geschwindigkeitsbreite  $\sigma_\eta$  nach dem Degrader als

$$\begin{aligned} \sigma_\eta^2 &= [(\delta_\eta, X)_D (X, \delta)_1 + (\delta_\eta, \delta_\eta)_D]^2 \sigma_{\eta,0}^2 \\ &+ [(X, X)_1 (\delta_\eta, X)_D]^2 \sigma_{X,0}^2 . \end{aligned} \quad (5.17)$$

Wieder kann man durch Wahl des Degraderwinkels erreichen, dass die Geschwindigkeitsbreite unabhängig von derjenigen am Anfang des Systems wird. Der Strahl wird somit monochromatisch. Es verbleibt nur der zweite Summand in Gl.5.17, der den meist viel kleineren Anteil der Geschwindigkeitsbreite beschreibt, welcher durch die Größe des Strahlflecks auf dem unterschiedlich dicken Degrader neu erzeugt wird. Dieser Anteil ist dennoch sehr wichtig, da er die Grenze festlegt, wie gut denn ein Strahl monochromatisch gemacht werden kann.

Unter der Bedingung eines monochromatischen Degraders vergrößert sich der abzubildende Strahlfleck und damit der transversale Phasenraum in X-Richtung. Der Ort am Degrader ist dann nicht mehr mit der Energie korreliert und stellt somit die Breite des Objekts ( $\sigma_{X,D}$ ) in einer folgenden Abbildung dar,

$$\sigma_{X,D} = \sqrt{[(X, \delta)_1 \sigma_{\eta,0}]^2 + [(X, X)_1 \sigma_{X,0}]^2} . \quad (5.18)$$

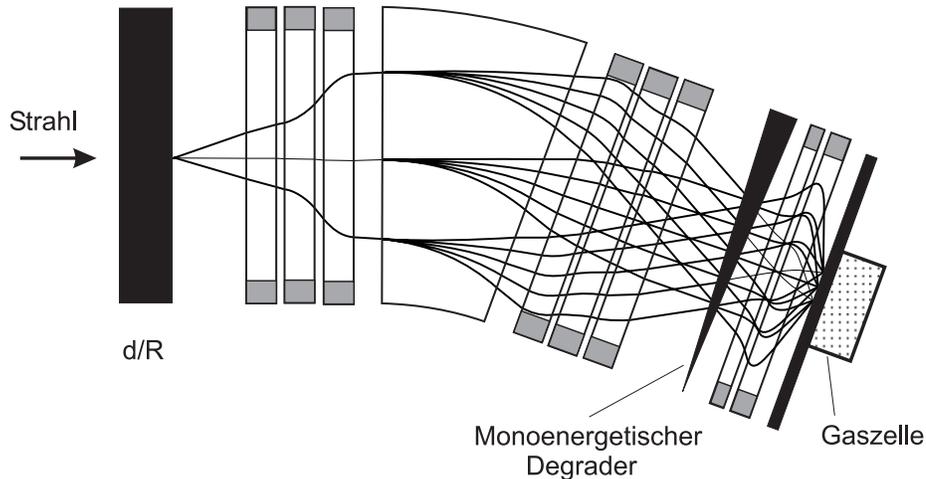


Abbildung 5.8: System zur Reichweitefokussierung bestehend aus einem ersten dicken Degrader, einer Dipolstufe, dem keilförmigen zweiten Degrader und einem Quadrupolduplett um einen schmalen Strahldurchmesser im Implantationsvolumen zu erhalten.

Die Reichweiteverteilung der Ionen einer Sorte wird durch ihre Energieverteilung bestimmt. Macht man den Strahl monochromatisch so fokussiert man die Reichweite. Deshalb haben wir diese Methode **Reichweitefokussierung** genannt. Wie ein System zur Reichweitefokussierung aussieht zeigt Abb.5.8. Der einkommende Strahl wird zuerst noch weiter abgebremst, dann trennt eine dispersive Stufe

die Ionen nach ihrer Energie und der Degradier erzeugt einen monochromatischen Strahl. Da der Strahl nach dem Degradier sehr breit ist, hilft es durch eine weitere Fokussierung eine schmale Waist im Implantationsvolumen zu erzeugen.

Mit einer solchen Anordnung ist es prinzipiell sogar möglich ein Reichweiteverteilung schmäler als für einen schon anfangs monochromatischen Strahl zu erhalten. Dessen Reichweiteverteilung wird nur durch die Energieverluststreuung in den Degradern verursacht. Verliert man einen großen Teil der Energie schon im ersten Degradier so kann der zweite die im ersten entstandene Energiebreite schon wieder fokussieren. An einem Beispiel ist das in Abb.5.9 dargestellt. Wie schmal die Reichweiteverteilung werden kann, hängt vom Anteil der Dicke des ersten Degradiers ( $d$ ) an der gesamten Reichweite ( $r$ ) ab.

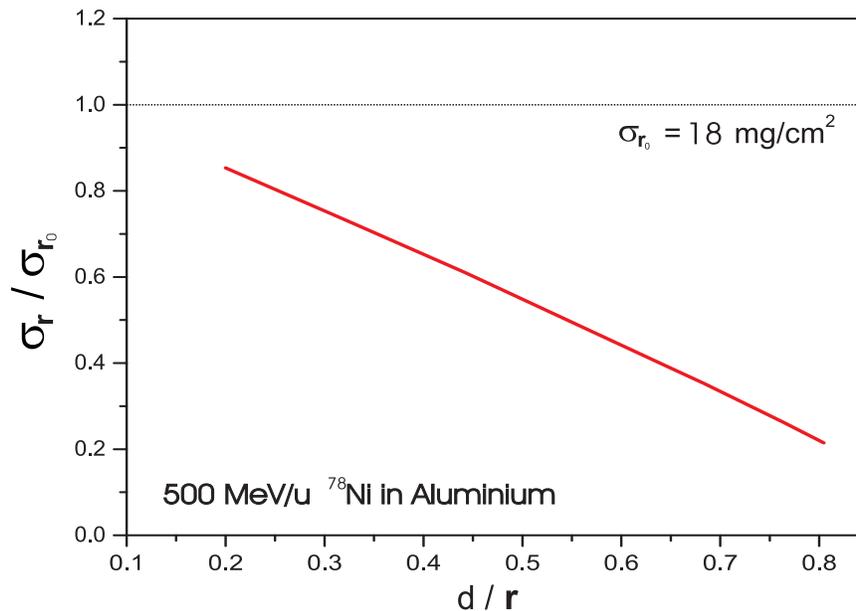


Abbildung 5.9: Mögliche Verkleinerung der Reichweiteverteilung eines monochromatischen  $^{78}\text{Ni}$ -Strahls. Die Standardabweichung der Reichweite  $\sigma_r$  wird mit der eines monochromatischen Strahls, abgebremst nur in einem homogenen Degradier, als Funktion der Dicke des ersten Degradiers ( $d$ ) im Verhältnis zur gesamten Reichweite ( $r$ ), verglichen.

Die Verbesserung wird noch drastischer, wenn man die breiten Energieverteilungen der Fragmente aus Kernreaktionen anschaut. Allerdings muss in diesem Fall auch die Breite der Ortsverteilung am Ende eines Separators mit berücksichtigt werden, siehe Abb.5.6. Nach Gl.5.17 verhindert diese eine noch bessere Reichweitefokussierung. Somit kann man sagen, dass auch die Auflösung der Reichweite durch Energieverluststreuung begrenzt ist. Was wiederum zeigt, dass diese eine wichtige Größe bei der Planung von zukünftigen Anlagen zur Produktion und Untersuchung von exotischen Kernen ist.

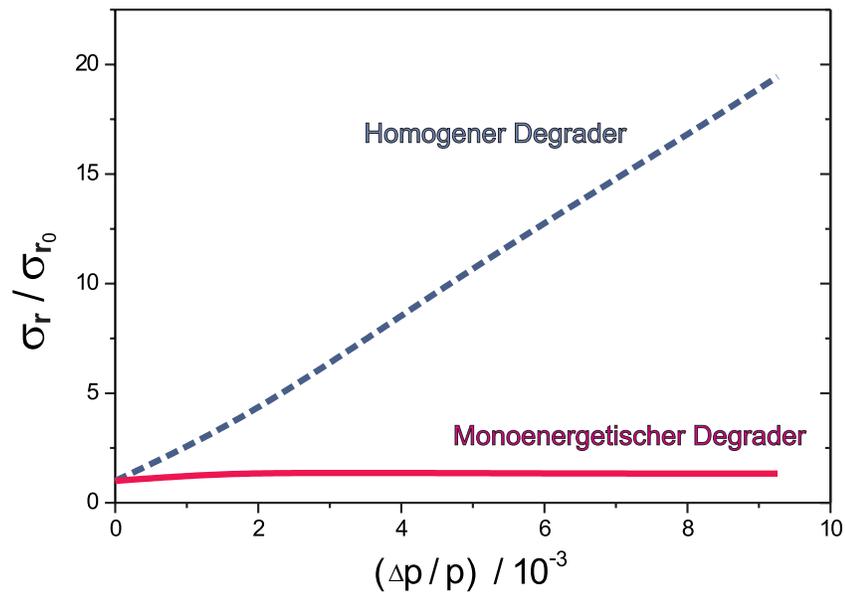


Abbildung 5.10: Verbesserung für Fragmente mit einer großen Impulsbreite  $\Delta p/p$ . Vergleich von  $^{78}\text{Ni}$  mit einer mittleren Energie von  $500 \text{ MeV}/u$  nur in einem homogenen Degradier abgebremst und mit Reichweitefokussierung durch einen monochromatischen Degradier. Die Breite des Bildes vor dem Fokussieren der Energie war  $\pm 2.8 \text{ mm}$ .

# Anhang A

## Verwendete Variablennamen

Diese Liste enthält alle Variablenbezeichnungen, die mehrfach im Text verwendet werden. Beim ersten Erscheinen wird ihre jeweilige Bedeutung noch einmal definiert.

|                  |  |
|------------------|--|
| $Z_1$            | Ordnungszahl des Projektilions                                 |
| $Z_2$            | Ordnungszahl des Targetatoms                                   |
| $m_1$            | Ruhemasse des Projektils                                       |
| $m_2$            | Ruhemasse des gestoßenen Teilchens                             |
| $q_1, q$         | Ladung des Projektils  |
| $q_2$            | Ladung des gestoßenen Teilchens                                |
| $q_{\text{eff}}$ | effektive Ladung des Projektils                                |
| $n_e$            | Anzahl der gebundenen Elektronen                               |
| $c^*$            | Parameter für unvollständige Abschirmung von $Z_1$ durch $n_e$ |
| $E$              | kinetische Energie des Projektils                              |
| $\Delta E$       | Energieverlust des Projektils                                  |
| $p$              | Impuls des Projektils  |
| $v$              | Geschwindigkeit des Projektils                                 |
| $c$              | Lichtgeschwindigkeit im Vakuum                                 |
| $\beta$          | $= v/c$  |
| $\gamma$         | $= 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$                                       |
| $\eta$           | $= \beta \gamma$   |
| $m_e$            | Ruhemasse des Elektrons  |
| $a_0$            | Bohrscher Radius   |
| $v_0$            | Bohrsche Geschwindigkeit $= \alpha c$                          |
| $\alpha$         | Feinstrukturkonstante  |
| $\kappa$         | Bohrs Kappa $= 2 Z_1 \alpha/\beta$                             |
| $\nu$            | Sommerfeld-Parameter $= Z_1 \alpha/\beta$                      |
| $\hbar$          | Plancksches Wirkungsquantum                                    |
| $\lambda$        | de Broglie Wellenlänge   |
| $n$              | Hauptquantenzahl   |
| $l$              | Quantenzahl des Bahndrehimpulses                               |
| $j$              | Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses                             |

|                  |  |
|------------------|--|
| $t$              | Zeit   |
| $x$              | Targetdicke  |
| $\rho$           | Dichte des Targets   |
| $N$              | Anzahl der Streuzentren pro Volumen  |
| $N_{at}$         | Anzahl der Atome pro Volumen   |
| $f_i$            | relative Häufigkeit eines Ladungszustandes                                   |
| $\Lambda_{ij}$   | Übergangsrate zwischen Zustand $i$ und $j$                                   |
| $\sigma_{ij}$    | Wirkungsquerschnitt für Wechsel von $i$ nach $j$                             |
| $\lambda$        | mittlere freie Weglänge  |
| $\vartheta$      | Streuwinkel im Schwerpunktsystem   |
| $b$              | Stoßparameter  |
| $b^*$            | minimaler Abstand bei der Kollision sich abstoßender Teilchen                |
| $\vec{q}$        | Impulsänderung eines Teilchens beim Stoß                                     |
| $\delta_l$       | Phasenverschiebung der Partialwellen   |
| $T$              | Energieübertrag im Stoß  |
| $Q$              | Impulsänderung des Projektils in äquivalenter Energie freier Elektronen      |
| $E_n$            | Anregungsenergie der Elektronen  |
| $S$              | Stopping-Power   |
| $L$              | Bremszahl  |
| $I$              | mittleres Ionisationspotential   |
| $V$              | Elektrostatistisches Potential   |
| $\Omega^2$       | Varianz der Energieverluststreuung   |
| $\gamma^2\chi$   | Quotient von $\Omega^2$ nach LS-Theorie und nach Bethe-Theorie               |
| $F(\Delta E, x)$ | Wahrscheinlichkeitsdichte von Energieverlust $\Delta E$ nach Targetdicke $x$ |
| $\epsilon$       | kinetische Energie der freigesetzten Projektilelektronen                     |
| $r$              | mittlere Reichweite des Projektils   |
| $\mu$            | Exponent zur Beschreibung der Abhängigkeit von $r$ von $\eta$                |
| $X$              | horizontaler Ort in ionenoptischen Koordinaten                               |
| $Y$              | vertikaler Ort in ionenoptischen Koordinaten                                 |
| $a$              | Tangens des horizontalen Winkels der Ionenflugrichtung                       |
| $b$              | Tangens des vertikalen Winkels der Ionenflugrichtung                         |
| $z$              | Position entlang der Sollbahn  |
| $\delta$         | relative Abweichung der magnetischer Steifigkeit                             |
| $\delta_m$       | relative Abweichung der Masse  |
| $\delta_q$       | relative Abweichung der Ladung   |
| $\delta_\eta$    | relative Abweichung von $\eta$   |
| $M$              | ionenoptische Abbildungsmatrix   |
| $R$              | Auflösungsvermögen eines Spektrometers                                       |
| $B$              | magnetische Flussdichte  |
| $B\rho$          | magnetische Steifigkeit  |
| $L$              | geometrische Länge eines ionenoptischen Elements                             |
| $L_{\text{eff}}$ | effektive Länge eines ionenoptischen Elements                                |
| $F_i$            | Name der Fokalebene des FRS  |

# Anhang B

## Gemessene Stopping-Power-Werte

Diese Tabelle enthält alle in den Graphen eingezeichneten Punkte der Stopping-Power (S). Die Werte sind in Festkörpern bei Normalbedingungen und im Ladungsgleichgewicht gemessen.

Projektil  $^{197}\text{Au}$

| Target-material | Energie<br>[MeV/u] | S<br>[MeV/(mg/cm <sup>2</sup> )] |
|-----------------|--------------------|----------------------------------|
| Be              | 257.7              | 19.54 ± 0.14                     |
| Be              | 115.3              | 30.34 ± 0.31                     |
| Al              | 286.7              | 18.36 ± 0.61                     |
| Al              | 255.7              | 19.49 ± 0.14                     |
| Al              | 117.0              | 29.56 ± 0.31                     |
| Cu              | 263.4              | 16.62 ± 0.19                     |
| Cu              | 110.9              | 25.56 ± 0.33                     |
| Pb              | 255.5              | 12.75 ± 0.12                     |
| Pb              | 117.6              | 18.11 ± 0.24                     |

Projektil  $^{208}\text{Pb}$

| Target-material | Energie<br>[MeV/u] | S<br>[MeV/(mg/cm <sup>2</sup> )] |
|-----------------|--------------------|----------------------------------|
| Be              | 201.8              | 23.79 ± 0.13                     |
| Be              | 130.7              | 30.35 ± 0.31                     |
| Al              | 202.6              | 23.45 ± 0.15                     |
| Al              | 120.4              | 31.02 ± 0.20                     |
| Cu              | 193.3              | 20.64 ± 0.12                     |
| Ta              | 201.8              | 15.56 ± 0.10                     |
| Ta              | 132.2              | 19.12 ± 0.25                     |

Projekttil  $^{209}\text{Bi}$ 

| Target-<br>material | Energie<br>[MeV/u] | S<br>[MeV/(mg/cm <sup>2</sup> )] |
|---------------------|--------------------|----------------------------------|
| Be                  | 879.6              | 13.73 ± 0.09                     |
| Be                  | 525.1              | 15.81 ± 0.13                     |
| Be                  | 264.0              | 21.27 ± 0.25                     |
| Be                  | 168.8              | 26.84 ± 0.21                     |
| Al                  | 866.7              | 13.78 ± 0.07                     |
| Al                  | 498.6              | 16.42 ± 0.09                     |
| Al                  | 269.6              | 21.18 ± 0.32                     |
| Al                  | 183.0              | 25.01 ± 0.63                     |
| Al                  | 171.0              | 26.04 ± 0.65                     |
| Al                  | 162.8              | 27.03 ± 0.19                     |
| Al                  | 157.0              | 27.4 ± 1.0                       |
| Cu                  | 874.7              | 12.17 ± 0.07                     |
| Cu                  | 495.2              | 14.36 ± 0.09                     |
| Cu                  | 258.8              | 18.38 ± 0.21                     |
| Cu                  | 163.3              | 22.82 ± 0.20                     |
| Ta                  | 185.6              | 16.67 ± 0.19                     |
| Ag                  | 873.4              | 11.11 ± 0.06                     |
| Ag                  | 500.1              | 12.81 ± 0.07                     |
| Ag                  | 261.6              | 16.58 ± 0.20                     |
| Ag                  | 166.5              | 20.39 ± 0.19                     |
| Au                  | 851.6              | 9.661 ± 0.043                    |
| Au                  | 492.3              | 11.031 ± 0.053                   |
| Au                  | 260.4              | 14.12 ± 0.16                     |
| Au                  | 165.8              | 17.25 ± 0.14                     |
| Pb                  | 186.4              | 16.12 ± 0.19                     |

# Anhang C

## Gemessene Umladungsquerschnitte

Alle gemessenen Umladungsquerschnitte ( $\sigma_{ij}$ ) von Bismutationen bei  $200 \text{ MeV}/u$  beim Übergang von einem Zustand mit  $i$  gebundenen Elektronen zu einem mit  $j$  Elektronen (Werte in barn).

| Target | $i$ | $j = i - 2$    | $j = i - 1$       | $j = i + 1$       | $j = i + 2$      |
|--------|-----|----------------|-------------------|-------------------|------------------|
| C      | 0   | –              | –                 | $636 \pm 43$      | $< 4$            |
| C      | 1   | –              | $137 \pm 14$      | $483 \pm 34$      | $< 3$            |
| C      | 2   | $< 3$          | $333 \pm 21$      | $229 \pm 15$      | $< 3$            |
| C      | 3   | $< 3$          | $1771 \pm 92$     | $189 \pm 13$      | $< 3$            |
| Al     | 0   | –              | –                 | $1920 \pm 280$    | $< 100$          |
| Cu     | 0   | –              | –                 | $18600 \pm 1200$  | $230 \pm 180$    |
| Cu     | 1   | –              | $3410 \pm 250$    | $15880 \pm 880$   | $< 100$          |
| Cu     | 2   | $230 \pm 120$  | $7040 \pm 450$    | $13570 \pm 770$   | $120 \pm 60$     |
| Cu     | 3   | $690 \pm 100$  | $37700 \pm 1900$  | $11900 \pm 660$   | $110 \pm 60$     |
| Ag     | 0   | –              | –                 | $69200 \pm 3700$  | $3490 \pm 500$   |
| Ag     | 1   | –              | $7020 \pm 450$    | $59100 \pm 3000$  | $2450 \pm 290$   |
| Ag     | 2   | $650 \pm 140$  | $14870 \pm 840$   | $50700 \pm 2600$  | $1710 \pm 250$   |
| Ag     | 3   | $2690 \pm 310$ | $83100 \pm 4200$  | $40600 \pm 2100$  | $1310 \pm 250$   |
| Au     | 0   | –              | –                 | $157100 \pm 7700$ | $29700 \pm 1600$ |
| Au     | 1   | –              | $9170 \pm 620$    | $145000 \pm 7200$ | $17000 \pm 1000$ |
| Au     | 2   | $450 \pm 110$  | $23600 \pm 1200$  | $123100 \pm 5900$ | $8350 \pm 570$   |
| Au     | 3   | $3370 \pm 310$ | $190900 \pm 9100$ | $86000 \pm 4300$  | $5180 \pm 610$   |

Bei den Werten, für die nur eine obere Schranke angegeben ist, war der entsprechende Ladungszustand nach dem Target nicht signifikant vorhanden. Die Messungen wurden mit Folientargets der Dicken  $99 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  C,  $12 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  Al,  $49 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  Cu,  $49 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  Ag und  $81 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  Au durchgeführt <sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Diese Werte sind hier angegeben, da es Grund zur Annahme gibt, dass die Wahrscheinlichkeit der Umladung nicht nur proportional zur Targetdicke ist, sondern auch von Effekten am Eintritt des Targets abhängt (private Mitteilung von P. Mokler).



# Literaturverzeichnis

- [ABD94] J.U. Andersen *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B90** (1994) 104.
- [Ahl80] S.P. Ahlen, Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 121.
- [AnB87] R. Anholt, U. Becker, Phys. Rev. **A36** (1987) 4628.
- [Anh79] R. Anholt, Phys. Rev. **A19** (1979) 1004.
- [Anh85] R. Anholt, Phys. Rev. **A31** (1985) 3579.
- [AnM85] R. Anholt, W.E. Meyerhof *et al.*, Phys. Rev. **A32** (1985) 3302.
- [AnM87] R. Anholt, W.E. Meyerhof *et al.*, Phys. Rev. **A36** (1987) 1586.
- [ARB72] J.C. Ashley, R.H. Ritchie and W. Brandt, Phys. Rev. **B5** (1972) 2393.
- [AGS00] G. dze M. Azevedo, P.L. Grande, G. Schiwietz, Nucl. Instr. and Meth. **B164/165** (2000) 203.
- [BaB64] W.H. Barkas, M.J. Berger, NASA Report SP-3013 (1964).
- [BaD63] W.H. Barkas, N.J. Dyer, H.H. Heckman, Phys. Rev. Lett. **11** (1964) 26.
- [BAF80] F. Besenbacher, J.U. Andersen, E. Bonderup, Nucl. Instr. and Meth. **168** (1980) 1.
- [BBFP85] K. Blasche, D. Böhne, B. Franzke, and H. Prange, IEEE Trans. on Nucl. Sci., Ns-32(5) (1985) 2657
- [Bec97] D. Beck *et al.*, Nucl. Phys. A626 (1997) 343c.
- [BeK78] O. Benka, A. Kropf, Atom. Data and Nucl. Data Tables. **22** (1978) 219.
- [BeS57] H.A. Bethe, E.E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One- and Two Electron Atoms*, Springer Verlag, Berlin (1957).
- [Bet30] H. Bethe, Ann. Phys. **5** (1930) 325.
- [Bet32] H. Bethe, Z. Phys. **76** (1932) 293.
- [Bim78] R. Bimbot, Nucl. Instr. and Meth. **153** (1978) 161.
- [Blo33] F. Bloch, Ann. Phys. **16** (1933) 285.
- [BLP86] W.B. Berestetzki, E.M. Lifschitz, L.P. Pitajewski, *Lehrbuch der theoretischen Physik, Quantenelektrodynamik*, S.130+131, 4. Auflage, Akademie-Verlag Berlin (1986).

- [Boh13] N. Bohr, Phil. Mag. **(6),25** (1913) 10.
- [Boh15] N. Bohr, Phil. Mag. **(6),30** (1915) 581.
- [Boh48] N. Bohr, Dan. Mat. Fys. Medd. **18 No.8** (1948).
- [Bra82] W. Brandt, Nucl. Instr. and Meth. **194** (1982) 13.
- [BrK82] W. Brandt, M. Kitagawa, Phys. Rev. **B25** (1982) 5631.
- [Bro89] U. Brosa, S. Grossmann, A. Müller, E. Becker, Nucl. Phys. **A502** (1989) 423C.
- [BOS68] R. Bünnagel, R. Oehring, H.A. Steiner, K. Fizeau, Appl. Opt. **7** (1968) 331.
- [CoR84] N.E.B. Cowern, P.M. Read, C.J. Sofield, and L.B. Bridell, Phys. Rev. **A30** (1984) 1682.
- [CrF70] A. Crispin, G.N. Fowler, Rev. Mod. Phys. **42** (1970) 290.
- [CRW97] G. Ciavola, D. Rifugiatto, H. Weick, M. Winkler, H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth. **B126** (1997) 17.
- [DaM85] S. Datz and C.D. Moak, *Treatise on Heavy-Ion Science*, Vol.6 edited by D.A. Bromley, Plenum, New York (1985).
- [Dat96] S. Datz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 113.
- [DIS75] J.L. Dehmer, M. Inokuti, R.P. Saxon, Phys. Rev. **A12** (1975) 102.  
und  
M. Inokuti, T. Baer, J.L. Dehmer, Phys. Rev. **A17** (1978) 1229.
- [EaH99] J. Eades, F.J. Hartmann, Rev. Mod. Phys. **71** (1999) 373.
- [Eic85] J. Eichler, Phys. Rev. **A32** (1985) 112.
- [EiM95] J. Eichler, W.E. Meyerhof, *Relativistic Atomic Collisions*, Academic Press (1995).
- [EIS95] J. Eichler, A. Ichihara, T. Shirai, Phys. Rev. **A51** (1995) 3027.
- [EHH75] B. Efken, D. Hahn, D. Hilscher, and G. Wüstefeld, Nucl. Instr. and Meth. **129** (1975) 219.
- [Fan63] U. Fano, Ann. Rev. Nucl. Sci. **13** (1963) 1.
- [Fer40] E. Fermi, Phys. Rev. **57** (1940) 485.
- [FlS16] L. Flamm, R. Schumann, Ann. Phys. (Leipzig) **50** (1916) 655.
- [Fol91] H. Folger *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A303** (1991) 24.
- [FrD95] C.M. Frey, G. Dollinger, A. Bergmaier, T. Faestermann, P. Maier-Komor, Nucl. Instr. and Meth. **B99** (1995) 205.
- [FrD96] C.M. Frey, G. Dollinger, A. Bergmaier, T. Faestermann, P. Maier-Komor, Nucl. Instr. and Meth. **B107** (1996) 31.

- [GAB92] H. Geissel, P. Armbruster, K.H. Behr, A. Brünle, K. Burkhard, *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B70** (1992) 286.
- [Gei85] H. Geissel, in *Semiclassical Descriptions of Atomic and Nuclear Collisions*, S.431-462, eds: J. Bang, J. de Boer, North-Holland (1985).
- [Gei97] H. Geissel, Habilitation, *Relativistische exotische Kerne als Projekttilstrahlen*, Fachbereich Physik, Justus-Liebig-Universität Gießen (1997), GSI-Report 97-03, März (1997).
- [GeS89] H. Geissel, Th. Schwab *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A282** (1989) 247.
- [GeS98] H. Geissel, C. Scheidenberger, Nucl. Instr. and Meth. **B136** (1998) 114.
- [GMR95] H. Geissel, G. Münzenberg, K. Riisager, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **45** (1995) 163.
- [GMW00] H. Geissel, G. Münzenberg, H. Weick, accepted for publication in Nucl. Phys. **A** (2000).
- [GNS99] H. Grunder, J. Nolen, B.M. Sherrill, *et al.*, Report of the ISOL Task Force to NSAC (1999), <http://srfsrv.jlab.org/isol>
- [GSA89] H. Geissel, Th. Schwab, P. Armbruster, J.P. Dufour, E. Hanelt, K.-H. Schmidt, B. Sherrill, and G. Münzenberg, Nucl. Instr. and Meth. **A282** (1989) 247.
- [Gol74] A.S. Goldhaber, Phys. Lett. **B53** (1974) 306.
- [HBG90] F. Hubert, R. Bimbot, H. Gauvin, Atom. Data and Nucl. Data Tables. **46** (1990) 1.
- [HDK00] F. Herfurth, J. Dilling, A. Kellerbauer, *et al.*, accepted for publication in Nucl. Instr. and Meth. **A** (2000).  
oder  
CERN-Report, CEP/2000-062.
- [HIJ98] V. Hlinka, M. Ivanov, R. Janik, B. Sitar, P. Strmen, I. Szarka, T. Baumann, H. Geissel, and W. Schwab, Nucl. Instr. and Meth. **A419** (1998) 503.
- [HiM74] K.W. Hill, E. Merzbacher, Phys. Rev. **A9** (1974) 156.
- [IcE00] A. Ichihara and J. Eichler, Atom. Data and Nucl. Data Tables. **74** (2000) 1.
- [ICR94] International Commission on Radiation Units and Measurements, *Stopping Powers and Ranges for Protons and Alpha Particles*, ICRU-Report No.49, Bethesda, Maryland (1994).
- [IGM97] N. Iwasa, H. Geissel, G. Münzenberg, C. Scheidenberger, Th. Schwab, H. Wollnik, Nucl. Instr. and Meth. **B126** (1997) 284.

- [ISE94] A. Ichihara, T. Shirai, J. Eichler, Phys. Rev. **A49** (1994) 1875.
- [Jac83] J.D. Jackson, *klassische Elektrodynamik*, S.905ff, 2. Auflage, De Gruyter Berlin (1983).
- [JaM72] J.D. Jackson, R.L. McCarthy, Phys. Rev. **B6** (1972) 4131.
- [KAB88] G. Kraft *et al.*, Proc. of the EULIMA Workshop, Nice (1988).
- [Kau80] S.B. Kaufmann *et al.*, Phys. Rev. **C22** (1980) 1897.
- [KCM69] G.W. Khandelwal, B.H. Choi, E. Merzbacher, Atom. Data and Nucl. Data Tables **1** (1969) 103.
- [KeK74] O. Keski-Rahkonen and M. Krause, Atom. Data and Nucl. Data Tables **14** (1974) 139.
- [Kox85] J.D. Kox *et al.*, Phys. Lett. **B159** (1985) 15.
- [LaL74] L. Landau, E.M. Lifschitz, *Lehrbuch der theoretischen Physik, Elektrodynamik der Kontinua*, Kap.XII, 3. Auflage, Akademie-Verlag Berlin (1974).
- [Lan44] L. Landau, J. Phys. USSR **8** (1944) 201.
- [Lei97] M. Leino, Nucl. Instr. and Meth. **B126** (1997) 320.
- [Leo87] W.R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag Heidelberg (1987).
- [Lin76] J. Lindhard, Nucl. Instr. and Meth. **132** (1976) 1.
- [LiS96] J. Lindhard, A.H. Sørensen, Phys. Rev. **A53** (1996) 2443.
- [MAE85] W.E. Meyerhof, R. Anholt, J. Eichler, *et al.*, Phys. Rev. **A32** (1985) 3291.
- [McL91] D.J. McLaughlin, Y. Hahn, Phys. Rev. **A43** (1991) 1313.
- [MeM91] R. Medenwaldt *et al.*, Phys. Lett. **A155** (1991) 155.  
und  
R. Medenwaldt *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B58** (1991) 1.
- [MGS90] K. Momberger, N. Grün, W. Scheid, U. Becker, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys **23** (1990) 2293.
- [MiF92] H.H. Mikkelsen, H. Flyvbjerg, Phys. Rev. **A45** (1992) 3025.
- [MiS89] H.H. Mikkelsen, P. Sigmund, Phys. Rev. **A90** (1989) 101.
- [MoE73] S.H. Morgan and P.B. Eby, Nucl. Instr. and Meth. **106** (1973) 429.
- [Mor89] D.J. Morrissey, Phys. Rev. **C39** (1989) 460.
- [Mot32] N.F. Mott, Proc. Roy. Soc. London **A135** (1932) 429.
- [MuS93] A.C. Müller and B.M. Sherrill, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **43** (1993) 529.
- [Nor60] L.C. Northcliffe, Phys. Rev. **120** (1960) 1744.

- [NSi94] A. Nürmann, P. Sigmund, Phys. Rev. **A49** (1994) 4709.
- [OZL98] R. Orecchia et al., European Journal of Cancer **34** (1998) 459.
- [PFT90] W.H. Press, B.F. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
- [PGM94] M. Pfützner *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B86** (1994) 213.
- [PiB68] T.E. Pierce, M. Blann, Phys. Rev. **173** (1968) 390.
- [PSS00] H. Paul, A. Schinner, P. Sigmund, Nucl. Instr. and Meth. **B164-165** (2000) 212.
- [Rav92] H.L. Ravn *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B70** (1992) 107.
- [RBM77] R. Rice, G. Basbas, F.D. McDaniel, Atom. Data and Nucl. Data Tables **20** (1977) 503.
- [RSV96] J.P. Rozet, C. Stèphan, D. Vernhet, Nucl. Instr. and Meth. **B107** (1996) 67.
- [SBB99] C. Scheidenberger *et al.*, AIP Conference Proceedings; ed. H.-O. Meyer, P. Schwandt, **512** (1999) 275-292 .  
oder  
CERN-Report, EP/99-165.
- [SBS84] R.M. Sternheimer, M.S. Berger, S.M. Seltzer, Atom. Data and Nucl. Data Tables **30,2** (1984) 262.
- [SCF80] C.J. Sofield, N.E.B. Covern and J.M. Freeman, Nucl. Instr. and Meth. **170** (1980) 221.
- [ScG90] Th. Schwab, H. Geissel *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B48** (1990) 69.
- [ScG98] C. Scheidenberger, H. Geissel, Nucl. Instr. and Meth. **B135** (1998) 25.
- [Sch78] H. Schmidt-Böcking, H. Hornung, Z. Physik **A 286** (1978) 253.
- [Sch94] C. Scheidenberger, Dissertation, *Abbremsung relativistischer Schwereionen im Energiebereich (100-1000) MeV/u*, II. Physikalisches Institut, Justus-Liebig-Universität Gießen (1994).
- [SGM94] C. Scheidenberger, H. Geissel, H.H. Mikkelsen, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 50.
- [SGM96] C. Scheidenberger, H. Geissel, H.H. Mikkelsen, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 3987.
- [SGS98] C. Scheidenberger, H. Geissel, Th. Schwab, A.H. Sørensen, J. Kundendorf, P. Malzacher, <http://www.gsi.de/~scheid/ATIMA1.html>
- [SHI96] The SHIPTRAP collaboration, *Proposal for SHIPTRAP* (1998), <http://www-aix.gsi.de/~shiptrap/Proposal.htm>
- [ShS80] E. Shiles, T. Sasaki, M. Inokuti, D.Y. Smith, Phys. Rev. **B22** (1980) 1612.

- [Sig90] P. Sigmund, Lecture Notes: *Statistics of Charged-Particle Penetration*, S.5+6, NATO Advanced Study Institute, Alicante 1990.  
oder  
P. Sigmund, in: *Interaction of Charged Particles with Solids and Surfaces*, S.71, eds. A. Gras-Marti, *et al.*, NATO ASI Series vol. 271, (Plenum, New York, 1991) .
- [Sig92] P. Sigmund, Nucl. Instr. and Meth. **B69** (1992) 113.
- [Sig94] P. Sigmund, Phys. Rev. **A50** (1994) 3197.
- [Sig97] P. Sigmund, Phys. Rev. **A56** (1997) 3781.
- [SpO97] G.D. Sprouse and L.A. Orozco, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **47** (1997) 429.
- [SSM98] C. Scheidenberger, Th. Stöhlker, W.E. Meyerhof, H. Geissel, P.H. Mokler, B. Blank, Nucl. Instr. and Meth. **B142** (1998) 441.
- [Ste91] H. Stelzer, Nucl. Instr. and Meth. **A310** (1991) 103.  
und  
M. Steiner, Diplomarbeit, Institut für Kernphysik, Technische Universität Darmstadt (1991).
- [StK95] Th. Stöhlker *et al.*, Phys. Rev. **A51** (1995) 2098.
- [Sto30] M. Stobbe, Ann. Phys. **7** (1930) 661.
- [StP71] R.M. Sternheimer, R.F. Peierls, Phys. Rev. **B3** (1971) 3681.
- [SuB00] K. Sümmerer, B. Blank, Phys. Rev. **C61** (2000) 034607.
- [TaS78] G. Tarlé, M. Solarz, Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 483.
- [TSW81] J.A. Tanis, A.M. Shafroth, J.E. Willis, J.R. Mowat, Phys. Rev. **A23** (1981) 366.
- [Vav57] P.V. Vavilov, Sov. Phys. JETP **5** (1957) 749.
- [Vol74] O. Vollmer, Nucl. Instr. and Meth. **121** (1974) 373.
- [VRW96] D. Vernhet, J.P. Rozet, K. Wohrer, *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B107** (1996) 71.
- [Wal52] M.C. Walske, Phys. Rev. **88** (1952) 1283.
- [Wal56] M.C. Walske, Phys. Rev. **101** (1956) 940.
- [WGS00] H. Weick, H. Geissel, C. Scheidenberger, *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **B164/165** (2000) 168.
- [WGS00b] H. Weick, H. Geissel, C. Scheidenberger, *et al.*, accepted for publication in Phys. Rev. Lett. (2000).
- [WHH99] H.W. Wilschut, M.N. Harakeh, R. Hoekstra, R. Morgestern, *Trapped Radioactive Isotopes: Micro-laboratories for fundamental physics*, Proposal for TRI $\mu$ P, KVI Groningen (1999).  
<http://www.kvi.nl/~wilschut/trap.htm>

- [WHB88] H. Wollnik, B. Hartmann and M. Berz, AIP Conference Proceedings; ed. C.R. Eminhizer, **177** (1988) 74-85 .  
und  
<http://www.gsi.de/~weick/gico>
- [Win77] K.B. Winterbon, Nucl. Instr. and Meth. **144** (1977) 311.
- [Wol87] H. Wollnik, *Optics of Charged Particles*, Academic Press, Orlando, Florida (1987)
- [YOW91] Q. Yang, D.J. O'Connor, Zhonglie Wang, Nucl. Instr. and Meth. **B61** (1991) 149.
- [ZBL85] J.F. Ziegler, J.B. Biersack, U. Littmark, *The Stopping and Range of Ions in Solids*, Vol.1, Pergamon Press (1985).
- [ZGM81] J. Zienert, K. Güttner, G. Münzenberg, Nucl. Instr. and Meth. **187** (1981) 615.



# Danksagung

Zuerst möchte ich Herrn Professor Dr. Hermann Wollnik für die Betreuung der Arbeit als Doktorvater und für das, was ich am II. Physikalischen Institut in Gießen gelernt habe, danken.

Großer Dank gebührt auch Herrn Priv. Doz. Dr. Hans Geissel für die Betreuung während der Arbeit an der GSI, sowie Herrn Professor Dr. Gottfried Münzenberg für seine organisatorische Unterstützung.

Diese Arbeit ist in vielen Diskussionen mit Herrn Dr. Geissel und Dr. Christoph Scheidenberger entstanden, für deren Unterstützung bei der Planung und Durchführung der Experimente ich sehr dankbar bin, genauso wie allen Mitarbeitern am FRS ohne die die Experimente nicht möglich gewesen wären: Dr. Faouzi Attallah, Dr. Thomas Baumann, Dr. Dolores Cortina, Dr. Marc Hausmann, Nikolay Nankov, Dr. Frank Nickel, Dr. Torsten Radon, Dr. Hendrik Schatz, Dr. Karsten Schmidt, Jens Stadlmann, Dr. Klaus Sümmerer, Dr. Martin Winkler und allen anderen Mitarbeitern am FRS.

Die Vorbereitungen und Umbauten des FRS für die Experimente verdanke ich der hervorragenden technischen Unterstützung von Karl-Heinz Behr, Adolph Brünle und Karlheinz Burkard.

Für die ausgezeichnete Präparation der Targets danke ich dem Targetlabor der GSI unter der Leitung von Frau Dr. Bettina Lommel. Dank der Hilfe von Dr. Rolf Krüger-Sehm und Lutz Jusko von der PTB-Braunschweig konnten auch die Targetoberflächen genau untersucht werden. Die Aerogeltargets stammten von Herrn Dr. Jan Ruzicka.

Die neuen TPC-Detektoren wurden hergestellt und zum Laufen gebracht von der Gruppe von Prof. Dr. Branislav Sitař, Peter Strmeň, Dr. Rudolf Janík und Dr. Marian Ivanov aus Bratislava. Vielen Dank.

Außerdem möchte ich Professor Dr. Peter Sigmund für seine theoretischen Grundlagen und seine Gastfreundschaft bei meinem Besuch in Odense danken. Sehr erfreut hat mich das Interesse an dieser Arbeit von Professor Dr. Allan Sørensen. Der rege Kontakt zu ihm lässt auf eine weitere Verbesserung der theoretischen Beschreibung hoffen.