

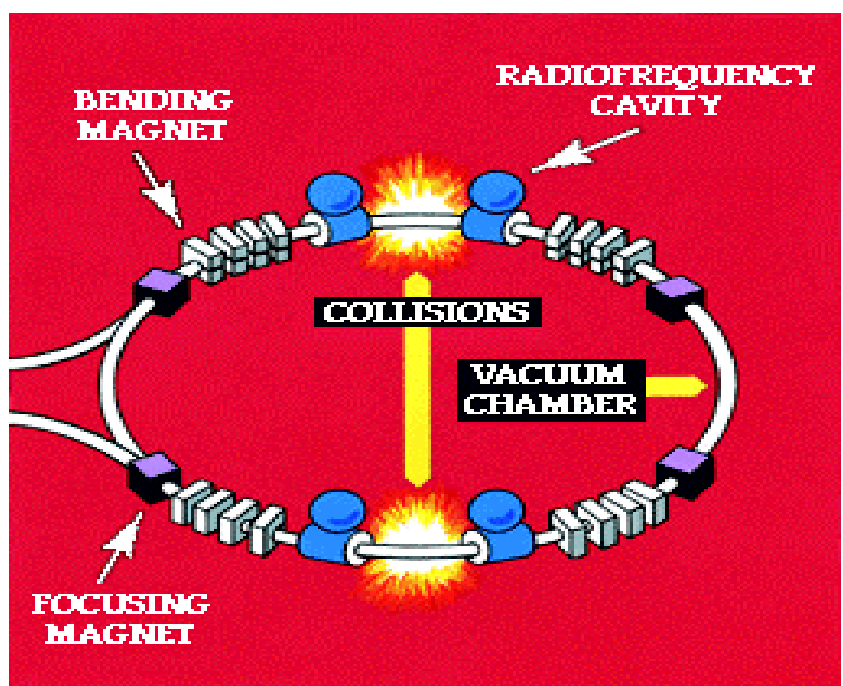
Teilchenbeschleuniger

Unverzichtbares Werkzeug in der Teilchenphysik
Kenngrößen:

- Strahlenergie bzw.. Schwerpunktsenergie
- Teilchenstrom Luminosität
- Teilchensorten (bisher nur stabile Teilchen)
- Strahlqualität

Seit den 20er Jahren werden diverse Maschinen zur Beschleunigung von Teilchenstrahlen entwickelt
Entwicklungsschritte:

- Gleichspannungsbeschleuniger
- Van de Graaff-Beschleuniger
- Linearbeschleuniger
- Zyklotron
- Betatron
- Synchrotron



Vorbemerkung: Ablenkung von Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

Zur Beschleunigung, Ablenkung und Fokussierung werden E - und B - Felder verwendet

$$\text{Lorentzkraft: } \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Da $\vec{v} \times \vec{B}$ orthogonal zu \vec{p} :

durch B - Feld keine Änderung der Energie

Bewegung eines Teilchens im konstanten B - Feld

(für \vec{v} orthogonal auf \vec{B} Kreisbahn, Radius r , Ladung q)

$$\frac{m \gamma |\vec{v}|^2}{r} = q |\vec{v}| B \mapsto r = \frac{m \gamma |\vec{v}|}{q B} = \frac{|\vec{p}|}{q B}$$

$$B r = \frac{|\vec{p}|}{q} \text{ [Tm]} \text{ nennt man magnetische Steifigkeit}$$

Numerisches Beispiel:

$$r = \frac{|\vec{p}|}{q B} \text{ für } q = e = 0.3 \text{ und } |\vec{p}| = 0.3 \text{ GeV } B = 1 \text{ T} \mapsto r = 1 \text{ m}$$

Elektrische Ablenkung:

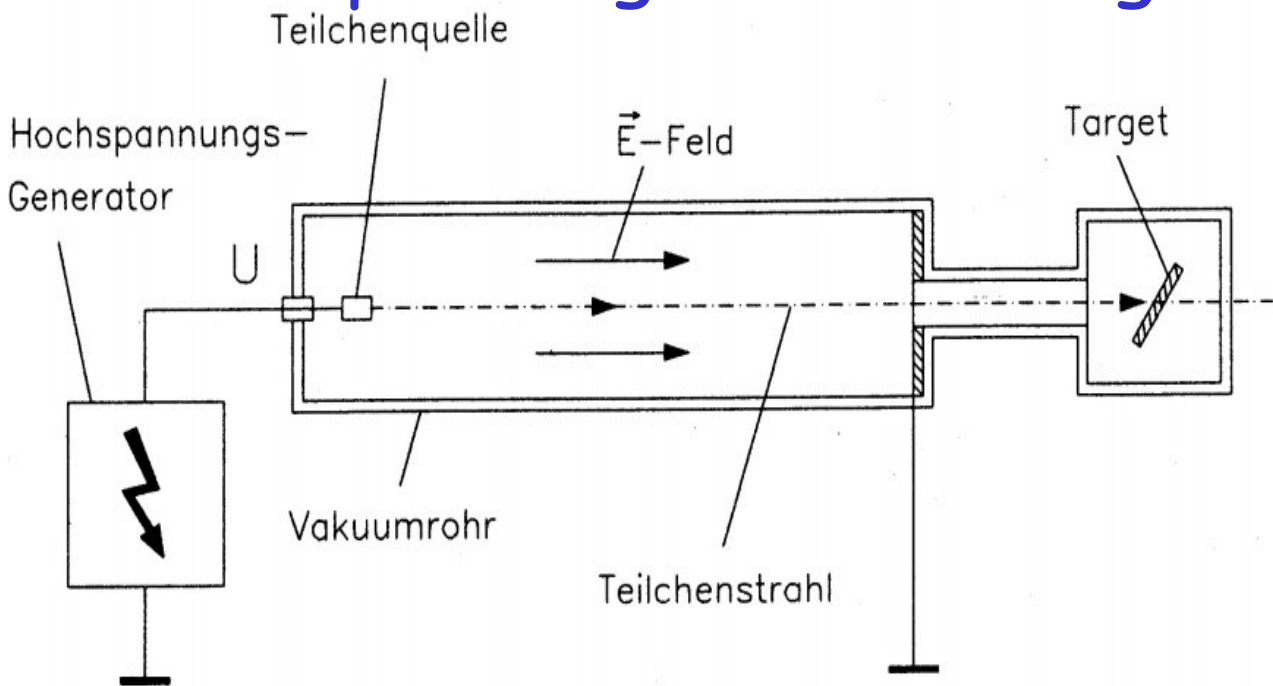
$$\frac{m \gamma |\vec{v}|^2}{r} = q E \text{ für } v = c \mapsto r = \frac{|\vec{p}| c}{q E}$$

für $|\vec{p}| = 0.3 \text{ GeV}$ und $r = 1 \text{ m} \mapsto E = 300 \text{ MV/m}$ (sehr groß)

also eignen sich magnetische Felder besser um

Teilchen abzulenken

Prinzip eines Gleichspannungsbeschleunigers



Statisches elektrisches Feld (HV)

An einer Elektrode: Teilchenquelle, z.B. Glühkathode
Beschleunigung im Vakuum

(vermeidet Stöße im Restgas)

Prinzip des Bildschirms !

Maximale Energie proportional zur Spannung

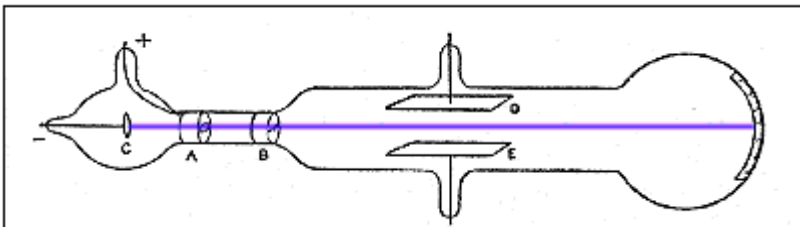
Bei hoher Spannung werden Elektronen und Ionen im Restgas stark beschleunigt, es kommt zu einer lawinenähnlichen Vermehrung von Ladungsträgern und Funkenüberschlägen (Koronabildung)

Spannungen von MV lassen sich technisch realisieren

Die Entdeckung des Elektrons

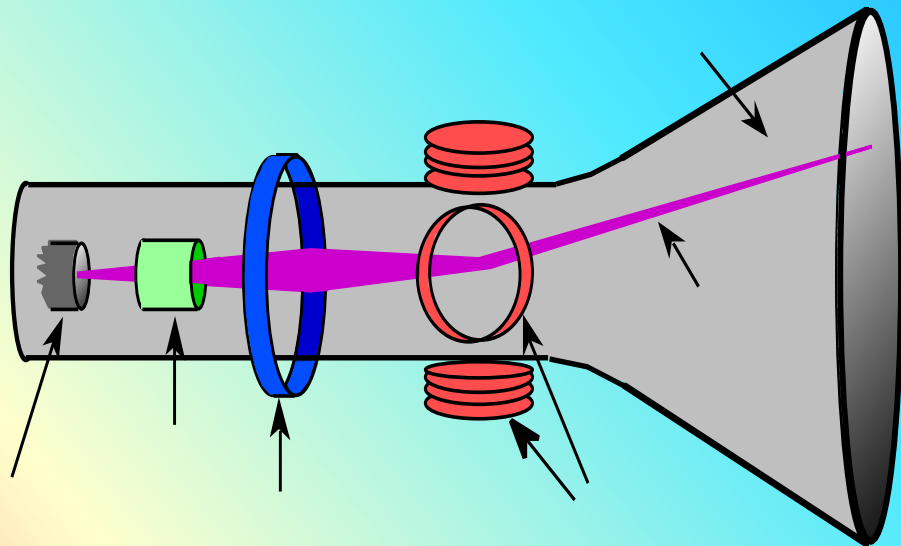
Thompson bei der e/m Messung:

Thompson entdeckte, 1897 daß Strahlen in E- und B-Felder abgelenkt werden (sein Vorteil damals Vakuumtechnik!) -> negativ geladene Teilchen 2000 Mal leichter als H-Atom (Nobelpreis 1906)



Ein Teilchenbeschleuniger im Alltag

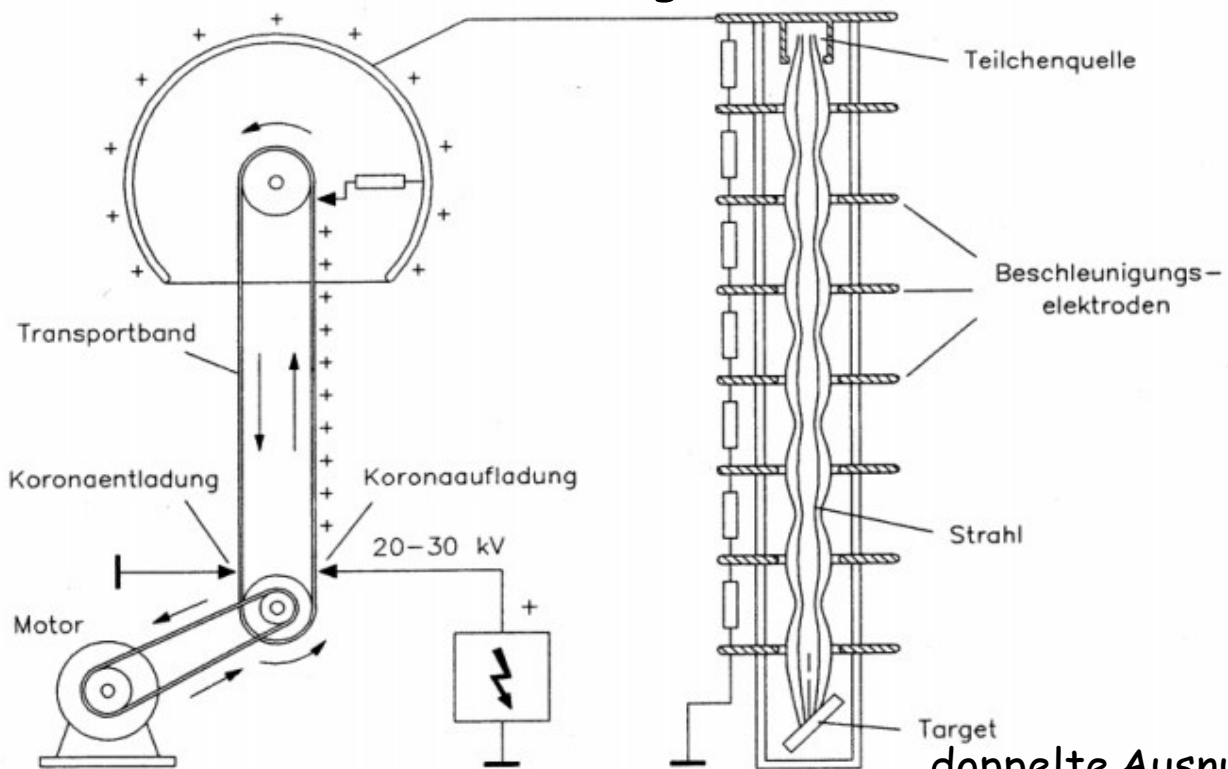
A Particle Accelerator



- the voltage in a T.V. is typically 20kV
- i.e. the energy of each electron is 20keV
- LEP electrons are 50 billion eV (50 GeV)
- 50 Gigavolts --> circular machine

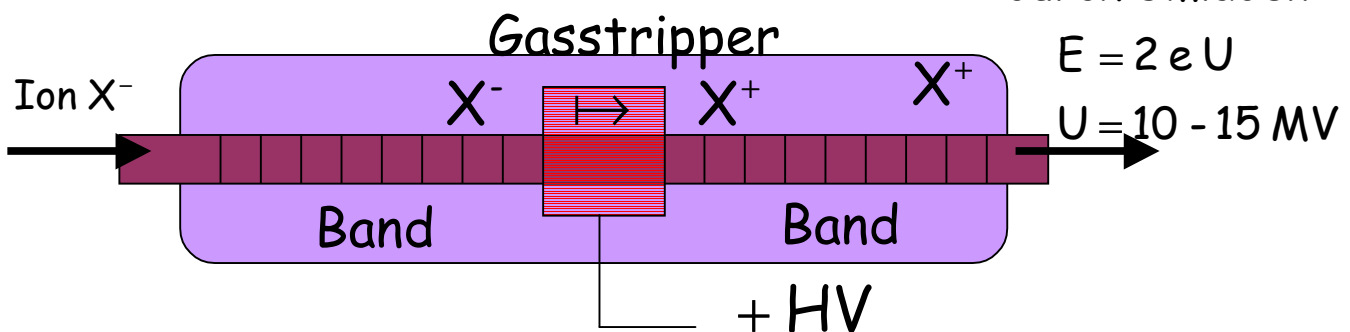
Van de Graaff-Beschleuniger

1930 Band aus isoliertem Material transportiert Ladungen, die aus einer Elektrode „aufgesprüht“ werden, zu einer leitenden Hohlkugel
 Die aufgeladenen Hohlkugel gibt ihre Ladung an die Elektroden des Teilchenbeschleunigers ab
 Bis zu 10 MV können erzeugt werden



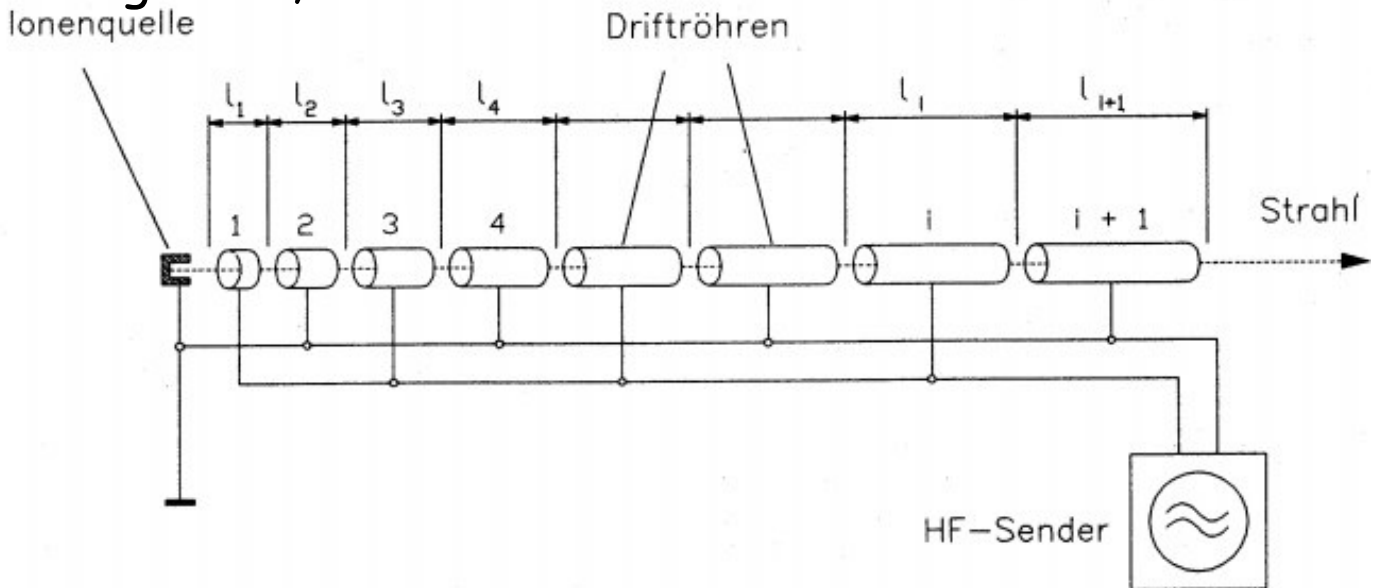
doppelte Ausnutzung
 der Spannung U
 durch Umladen

Tandem-Beschleuniger:



Prinzip des Linearbeschleunigers

Um Koronabildung zu vermeiden, werden schnell wechselnde Hochfrequenzspannungen eingesetzt
 Ising 1925, Wiederoe 1928:



Driftröhren werden abwechselnd mit beiden Polen mit hochfrequenter Wechselspannung verbunden, d.h. Teilchen werden beschleunigt bevor sie in die Driftröhren gelangen, in den Driftröhren sind E-Feld abgeschirmt (Faradaykäfig), Felder werden umgepolt, beim Verlassen werden Teilchen wieder beschleunigt

$$\text{Nach der } i\text{-ten Röhre } E_i = i q U_0 \sin(\Psi_s),$$

Ψ_s mittlere Phase des Senders

$$\text{bei } \Psi_s = \frac{\pi}{2} \text{ max. Energie}$$

Maximalspannung ist relativ klein

Längen der Driftröhren der sich ändernden Geschwindigkeit angepaßt, damit HF-Frequenz konstant bleiben kann -> Synchronisierung von HF und Driftröhren notwendig

Phasenfokussierung

Trick: Nicht mit $\Psi_s = \frac{\pi}{2}$ beschleunigen, sondern mit $\Psi_s < \frac{\pi}{2}$

dann: effektive Beschleunigungsspannung $U_s < U_0$

Wenn Teilchen zu viel Energie aufgenommen hat: $\Psi = \Psi_s - \Delta \Psi$,
ist es zu schnell, trifft also früher ein

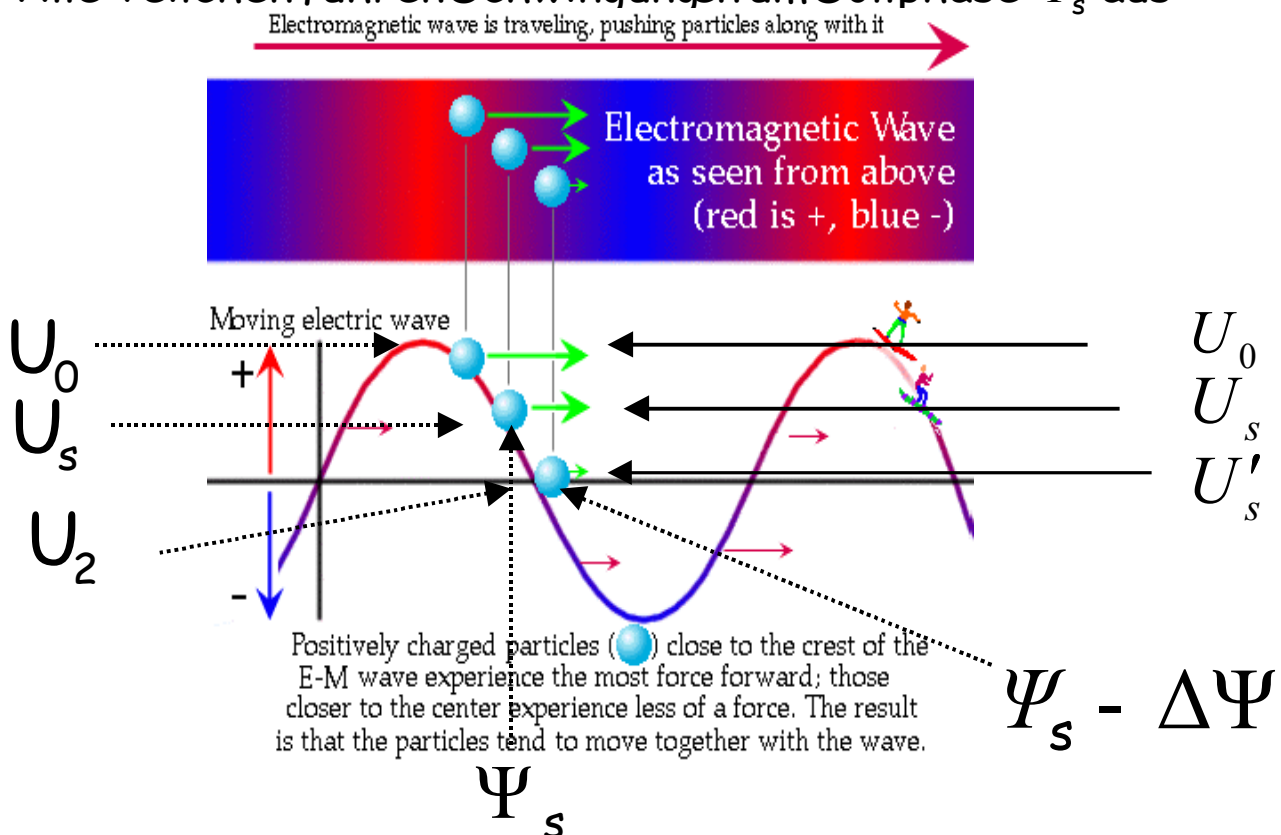
beschleunigende Spannung: $U_2 = U_0 \sin(\Psi_s - \Delta \Psi) < U_0 \sin(\Psi_s)$

Teilchen erhält dadurch geringere Energiezufuhr, fällt
auf Sollgeschwindigkeit zurück

Ebensoumgekehrt:

zu langsame Teilchen werden beschleunigt

Alle Teilchen führen Schwingungen um Sollphase Ψ_s aus



Heute werden keine Driftröhren, sondern
Hohlleiterstrukturen eingesetzt (Beams, Hansen 1934)

Das Zyklotron

Linearbeschleuniger müssen sehr lang sein,
um hohe Energien zu erzeugen

Auf Kreisbahn läßt sich dieselbe Beschleunigerstruktur
mehrfach verwenden

erster Kreisbeschleuniger:
Lawrence/Livingstone 1930

Magnet
(2 T)
beschleunigt
Teilchen
auf
Kreisbahn
Energie:
20 MeV
 $v \approx 0.15 c$

Bewegungsgleichung:

$$\ddot{v}_{x/y} + \frac{e^2}{m^2} B_z^2 v_{x/y} = 0 \quad \mapsto$$

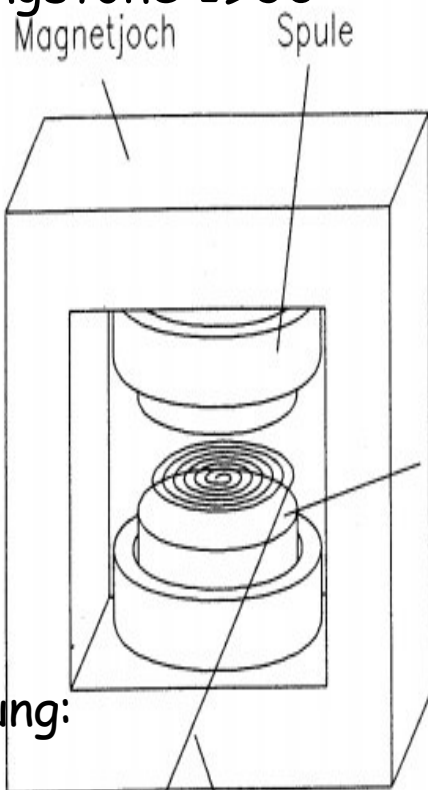
$$v_x(t) = v_0 \cos(\omega t) \quad \text{und} \quad v_y(t) = v_0 \sin(\omega t)$$

$$\text{Umlauffrequenz: } \omega = \frac{e}{m} B_z \text{ unabhängig von } v!$$

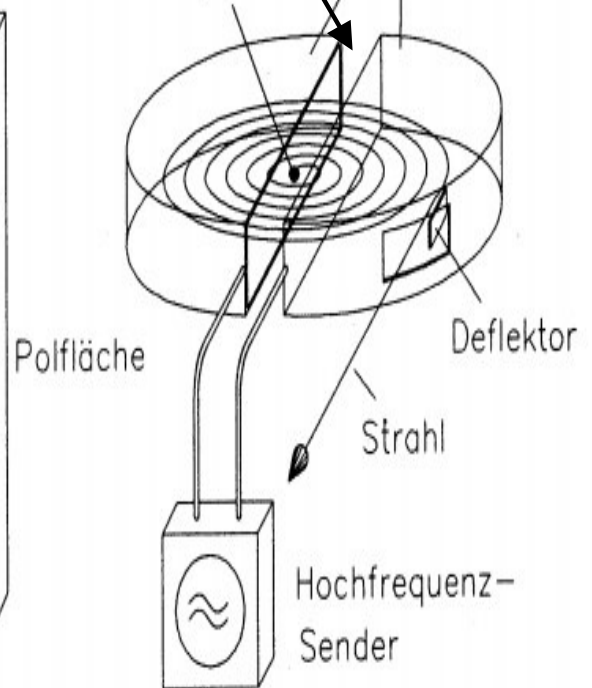
Wenn v steigt, nimmt entsprechend der Umfang zu (für $v \ll c$)

$\omega_{HF} = \omega$ Teilchen finden immer beschleunigendes Feld im Spalt

Wähle: ω_{HF} typisch 10 Mhz bei 100 KW Leistung



Teilchen werden
im Spalt zwischen
Elektroden DEEs
beschleunigt
Ionenquelle



Das Synchrotron

1945

$$r = \frac{m \gamma |\vec{v}|}{q B} = \frac{m \gamma c^2 |\vec{v}|}{q c^2 B} = \frac{E}{q c B}$$

für $v = c = 1$ und $E = m \gamma c^2$ Energie

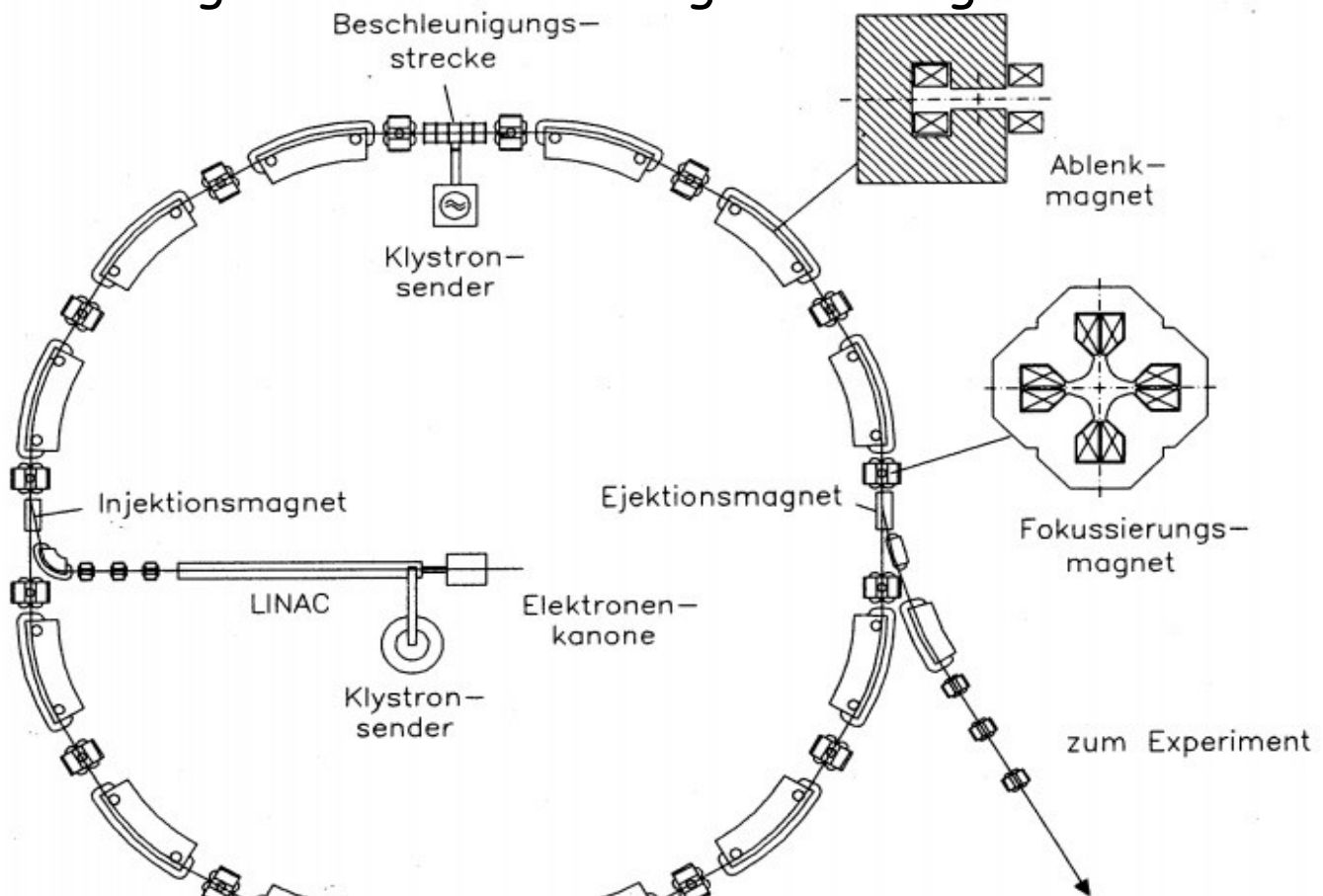
da $B < 1.5 - 5 \text{ T}$ für $E > 1 \text{ GeV}$ $r \gg 1 \text{ m}$

Magnet müssen also sehr groß sein, daher ortsfeste Teilchenbahn bei festem, aber großen R und viele einzelne Ablenkmagnete

r fest, daher E/B konstant: B-Feld muß synchron mit dem E-Feld hochgefahren werden

Teilchen durchlaufen x -tausendmal die Kreisbahn

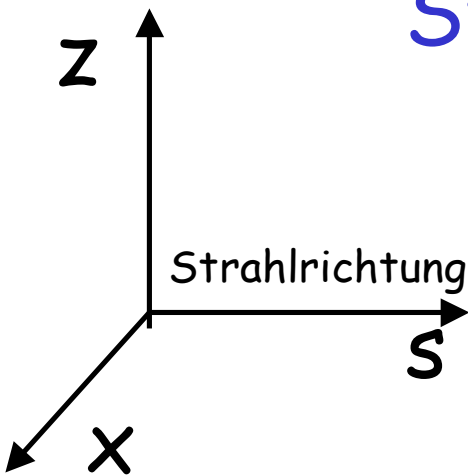
-> Divergenz -> Fokussierung notwendig



$$\Delta E_{\text{Strahl}} = e U_0 \sin(\Psi_s) - \Delta E_{\text{Verlust}}$$

Elektron: $\Delta E_{\text{Verlust}} \sim E^4$ Synchrotronstrahlung

Multipole für die Strahlführung



Teilchen in s -Richtung $\vec{v} = (0, 0, v_s)$ mit $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$

Lorentzkraft: $F_x = -e v_s B_z$ Zentrifugalkraft: $F = m v_s^2 / R$

mit $p = m v_s$ folgt: $1/R(x, z, s) = \frac{e}{p} B_z(x, z, s)$

Da Strahl (transvers) klein gegen Biegeradius der Bahn:

$$\begin{aligned} \frac{e}{p} B_z(x) &= \frac{e}{p} \left(B_{z0} + \frac{dB_z}{dx} x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 B_z}{dx^2} x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 B_z}{dx^3} x^3 + \dots \right) \\ &= \frac{1}{R} + kx + \frac{1}{2!} m x^2 + \frac{1}{3!} \sigma x^3 \end{aligned}$$

Dipol Quadrupol Sextupol Oktupol

Wirkungen auf Teilchenbahn:

Dipol: Ablenkung

Quadrupol: Fokussierung

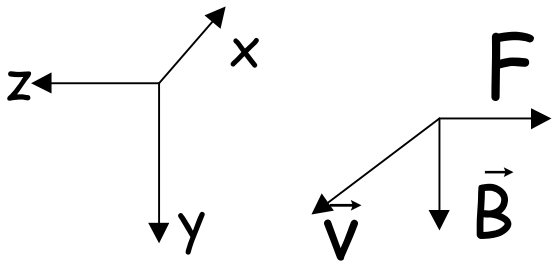
Sextupol: Kompensation von Feldfehlern

Oktupol: Kompensation von Feldfehlern

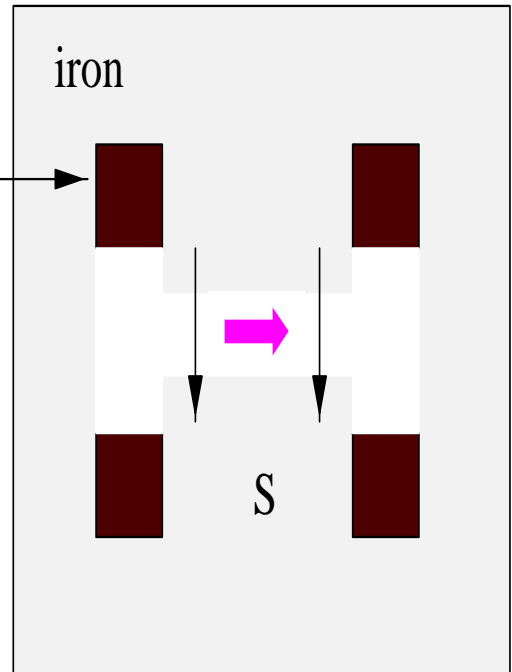
Lineare Strahloptik, wenn nur Dipole und Quadrupole verwendet werden

Strahlführungsmagnete

Dipolfeld: Ablenkmagnet
homogenes Magnetfeld



Kreisbahn: $r = \frac{p}{q B_y}$

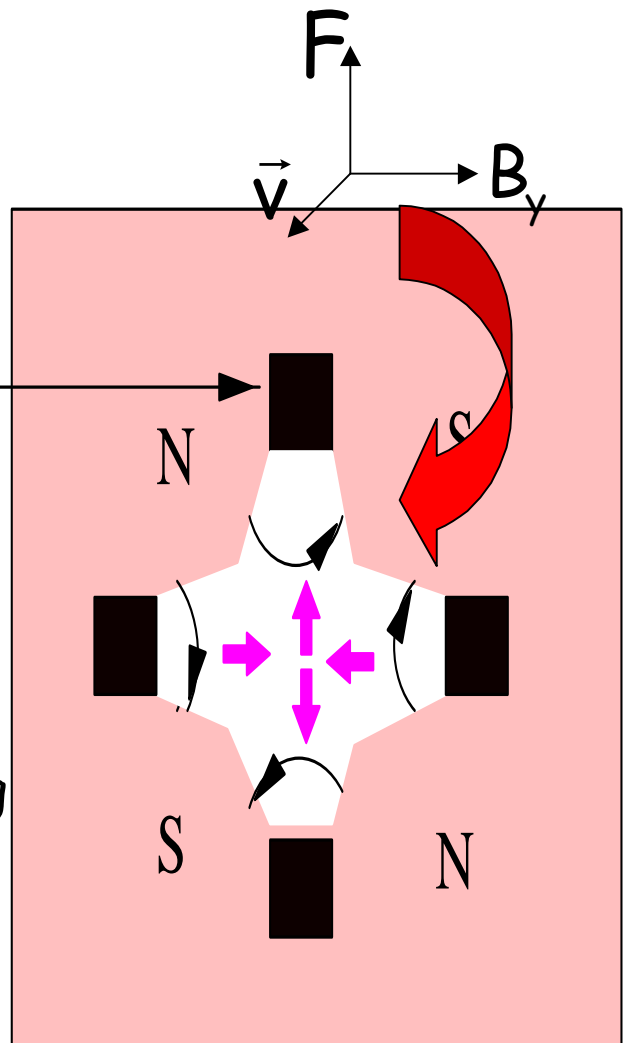


Quadrupolfeld:

4 pole mit hyperbelförmigen Flächen, die abwechselnd gepolt sind. Die Pole werden von sie umgebenden Spulen erregt

z.B.:

horizontal fokussierend
vertikal defokussierend
Daher zur Strahlfokussierung mindestens zwei Quadrupole, deren Polarität um 90 Grad gedreht ist

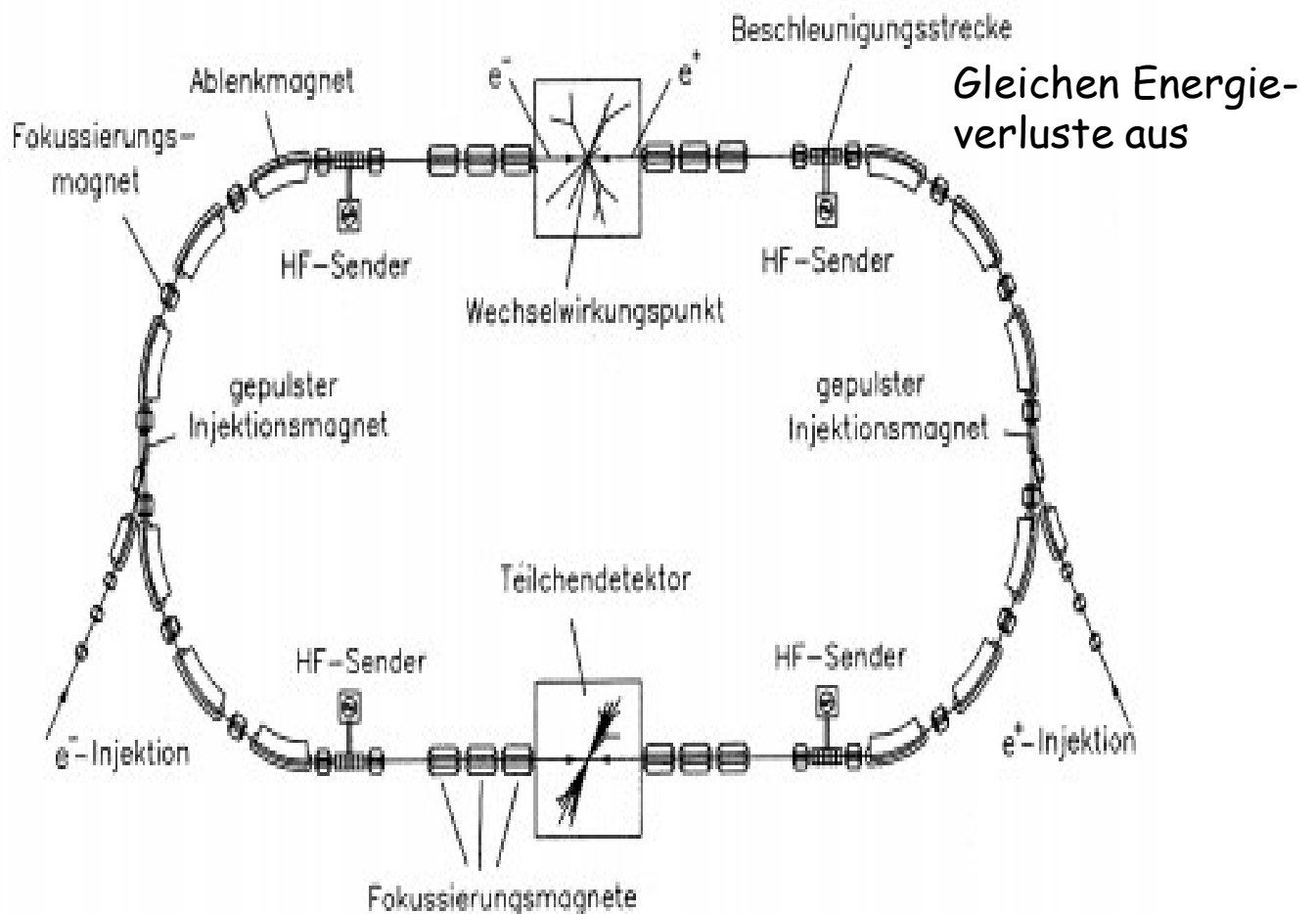


Der Speicherring

Zwei Strahlen werden gegeneinander geschossen
Strahlen laufen gleichzeitig um (Teilchen/ Anti-teilchen)
Alle Teilchenstöße sollen bei vorgegebenen Energie stattfinden

Speicherring ist kein Beschleuniger !

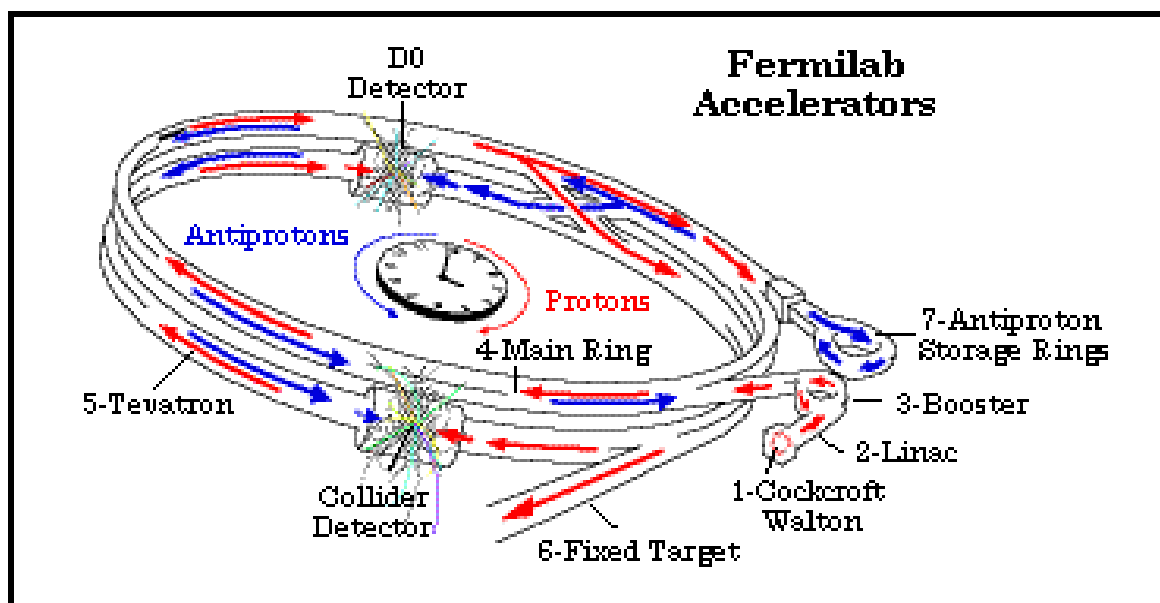
Strahlintensität nimmt nur langsam ab, da
Wahrscheinlichkeit für Treffer relativ gering
(Lebensdauer mehrere Stunden)
durch Akkumulation können große Ströme erzeugt werden



Das Tevatron am Fermilab (Chicago)



Inbetriebnahme: 1987
Proton/Anti-proton
 $E = 1 \text{ TeV}$
Lumi: $210 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
Umfang: 6.28 km
Bunch crossing time:
 $0.396 \mu\text{s}$



HERA

Hadron Elektron Ring Anlage

Weltweit einziger Elektron-Proton collider

Zwei getrennte Ringe für Elektronen und Protonen

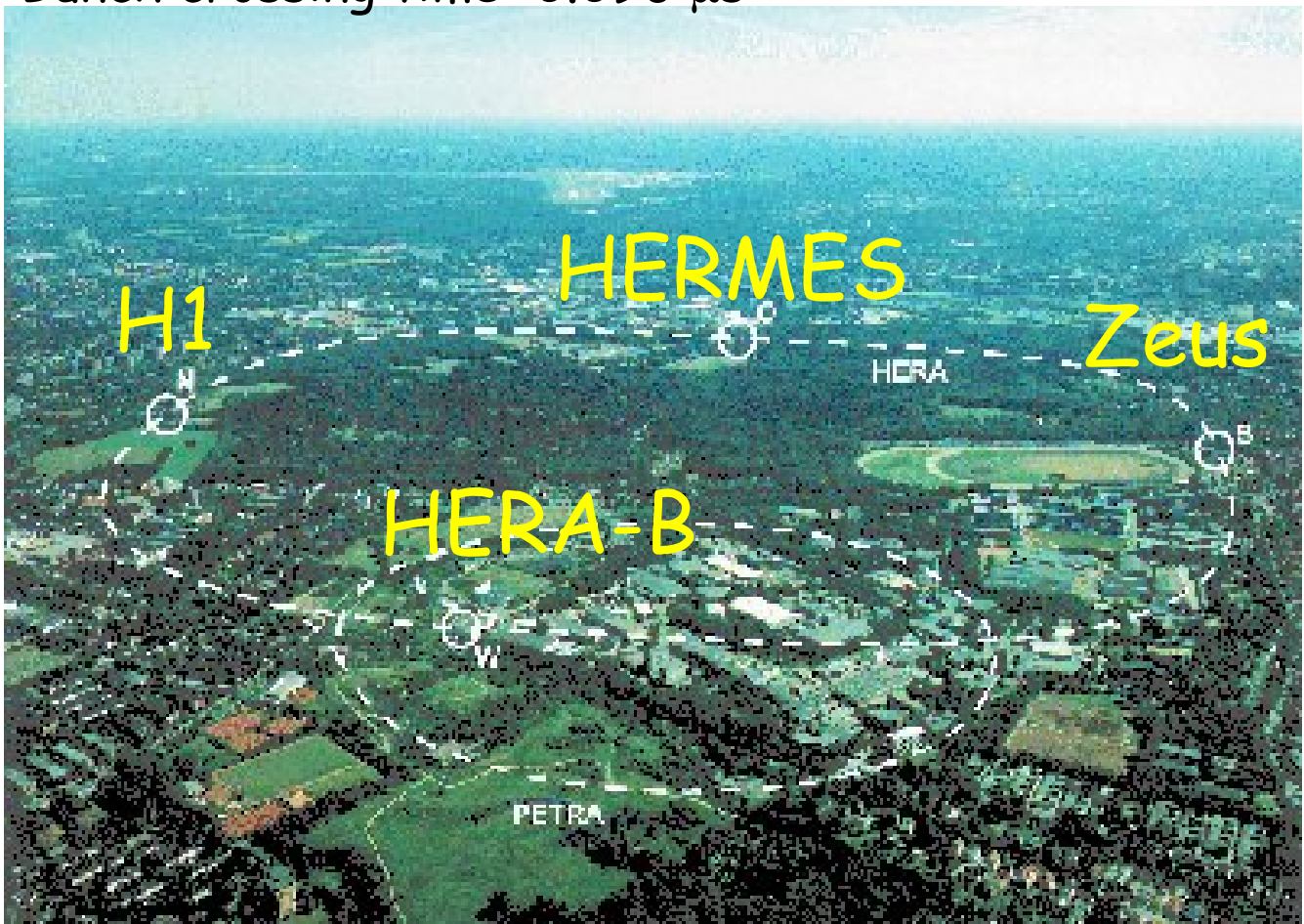
Inbetriebnahme: 1992

$E_e = 30 \text{ GeV}$ $E_p = 820 \rightarrow 920 \text{ GeV}$

Lumi: $14 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

Umfang: 6.3 km Hamburg-Bahrenfeld

Bunch crossing time: $0.096 \mu\text{s}$



PETRA zur Vorbeschleunigung

(alter Elektron/Positron Speicherring)

LEP

Large Electron Positron collider

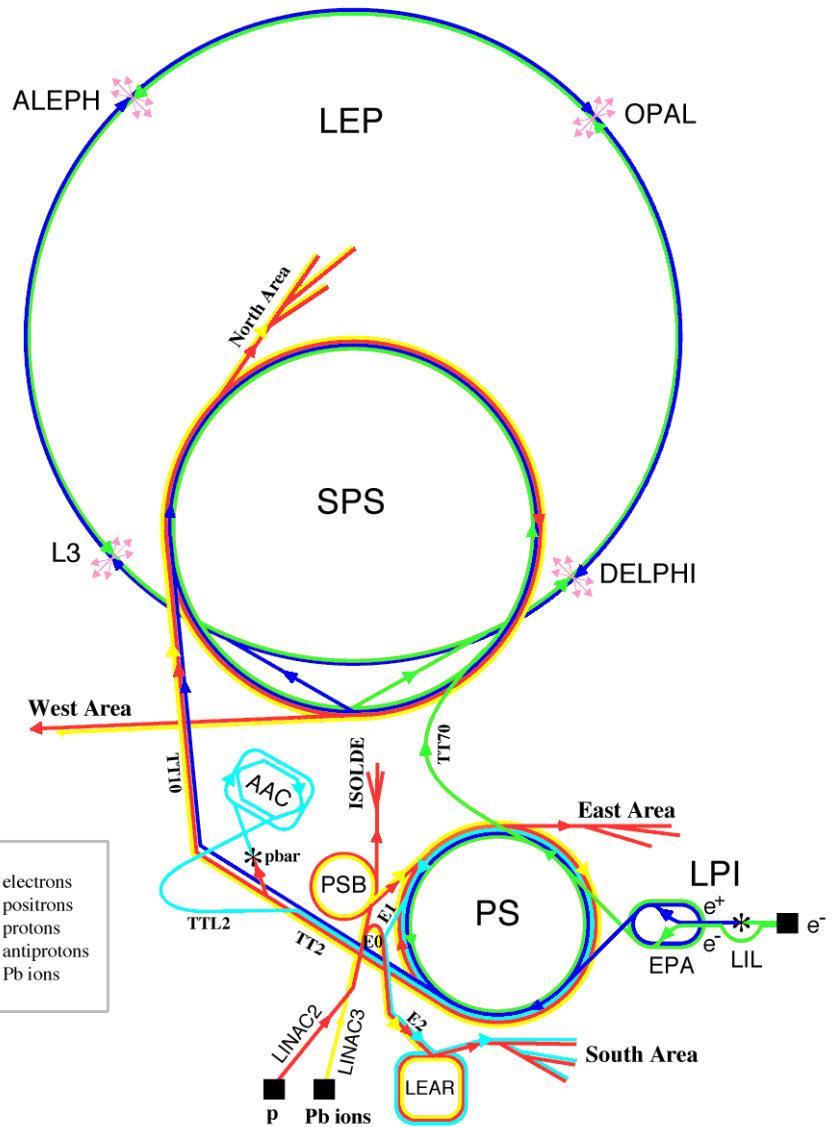
Inbetriebnahme: 1989 Ende: Nov. 2000

E= 50-100 GeV

Lumi: $24 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

Umfang: 26.66 km

Bunch crossing time: 22 ns



Der „Linear Collider“

Energieverlust im Speicherring: $\sim E^4$

Um sehr hohe Energien zu erreichen, muß man Teilchen auf gerader Bahn beschleunigen

Nachteil:

Stoßfrequenz sehr klein, daher müssen Strahlquerschnitte sehr klein sein ($< 1 \mu\text{m}$)

Starke Fokussierung, erzeugt hohe Raumladung, die zu transversaler Kraft auf entgegenkommenden Strahl führt -> Bremsstrahlung (Untergrundproblem)

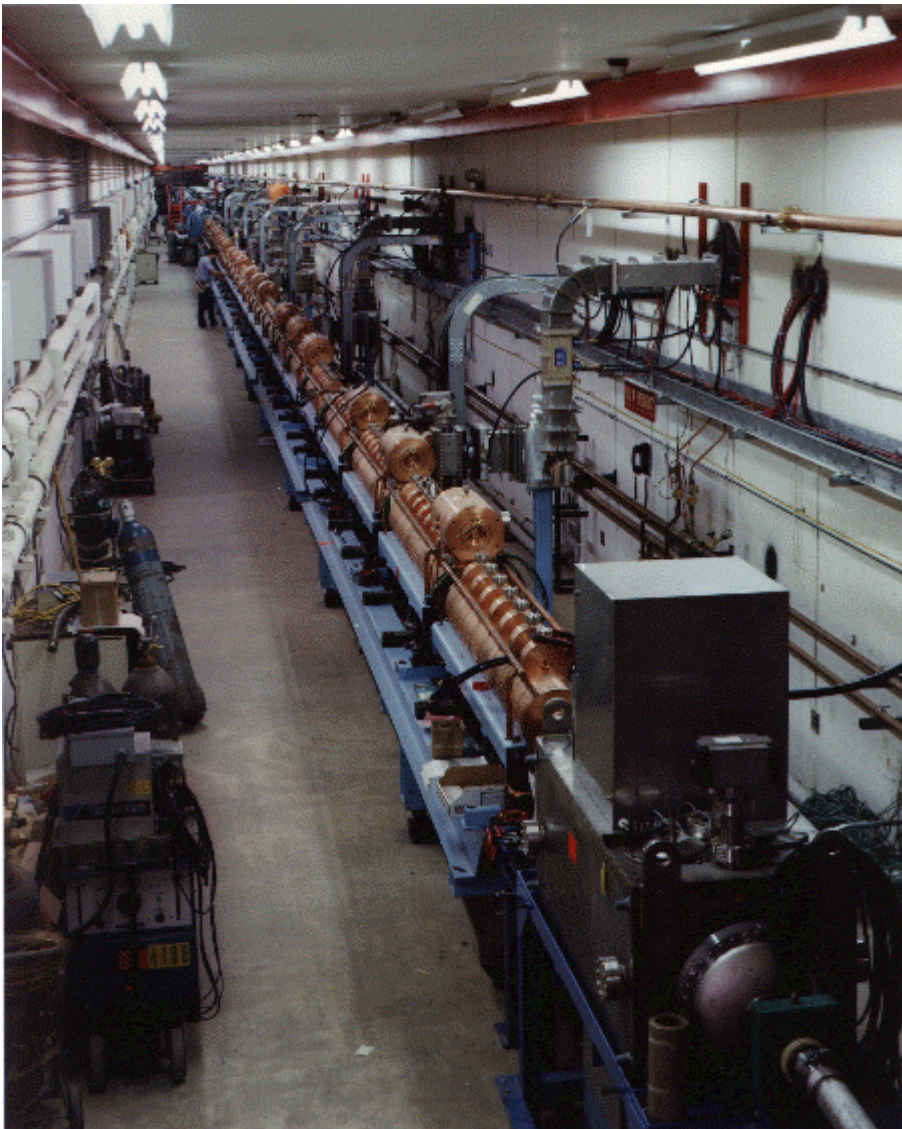
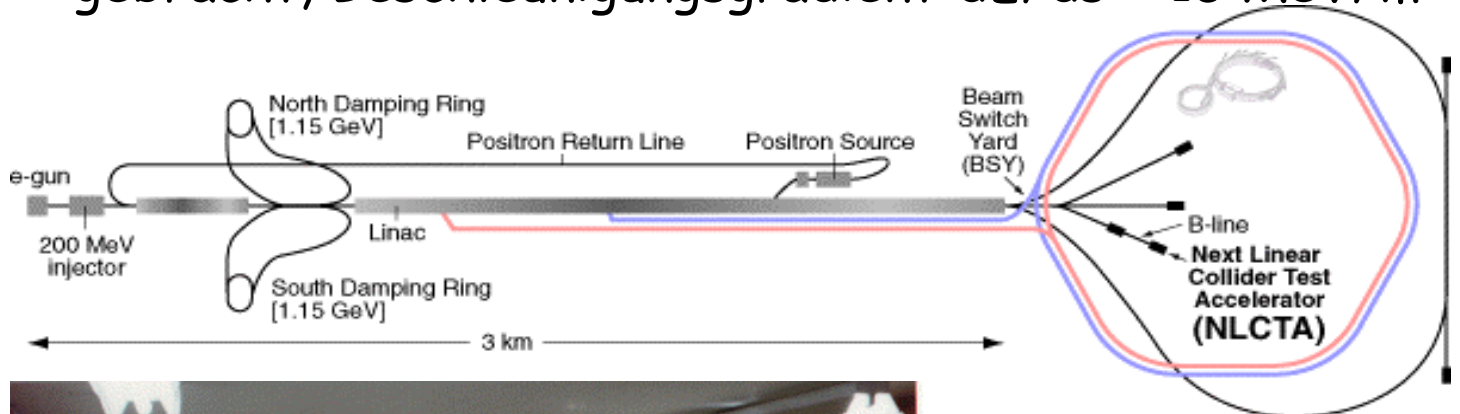
Um Divergenzen bei der Teilchenerzeugung auszugleichen, benutzt man vorgeschaltete Speicherringe (sogenannte Dämpfungsringe)

SLAC

Stanford Linear accelerator

3 Km lang, $E= 50 \text{ GeV}$ erzeugte erste Z-Ereignisse

Elektronen und Positronen werden dicht hintereinander beschleunigt und (nach einer Zange) zur Kollision gebracht, Beschleunigungsgradient $dE/ds \sim 15 \text{ MeV/m}$



Lumi :

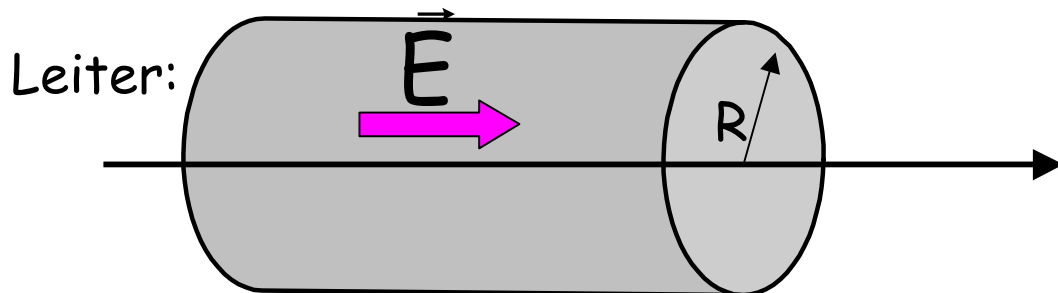
$$2.5 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

bunch crossing

time : $8300 \mu\text{s}$

Wanderwellen in Hohlleitern

Hohlleiterelemente zur Wellenleitung



Randbedingung:

B-Feld parallel, E-Feld transversal auf leitender Oberfläche mit Maximum auf Achse

$$\text{Wellengleichung: } \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}} = 0$$

E - Feld in Richtung des Leiters, ohne Zeitanteil :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = k_z^2 E_z \mapsto E_z = E_0 \exp(-k_z z)$$

Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c}$ und $k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$:

k_z reell : Dämpfung k_z komplex : Wellenausbreitung

$$\text{mit } \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \frac{2\pi}{\lambda_c} \text{ folgt : } \lambda_z = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

also Wellenlänge λ_z im Hohlleiter für verlustfreie Wellenausbreitung größer als im freien Raum

$$\text{Phasengeschwindigkeit : } v = \frac{\omega \lambda_z}{2\pi} > c$$

Hohlraumresonatoren

allg. Lösung der Wellengleichung :

$$W(\vec{r}, t) = A \exp(i(\omega t + \vec{k} \vec{r})) + B \exp(i(\omega t - \vec{k} \vec{r}))$$

Eine hin - und eine rücklaufende Welle bildet sich aus

Durch Überlagerung entsteht eine

stehende Welle mit ortsfester Amplitude : $2 A \cos(\vec{k} \vec{r})$

An Stellen verschwindender Amplitude können Wände angebracht werden (auch am Ende und Anfang)

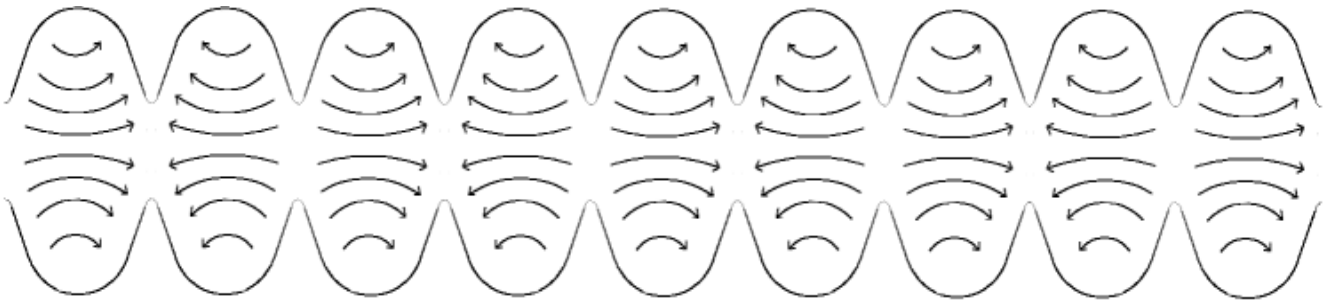
Eine stabil stehende Welle kann im vollständig geschlossenen Hohlraum ausbilden, wenn :

$$l = n \frac{\lambda_z}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots \text{ (Resonanzwellenlänge)}$$

Hohlraumresonatoren (cavities) erzeugen hohe Spannungen

Hohlraumresonatoren bei TESLA

Wichtig: Verbesserung des Energiegradienten
durch supraleitende Hochfrequenzresonatoren



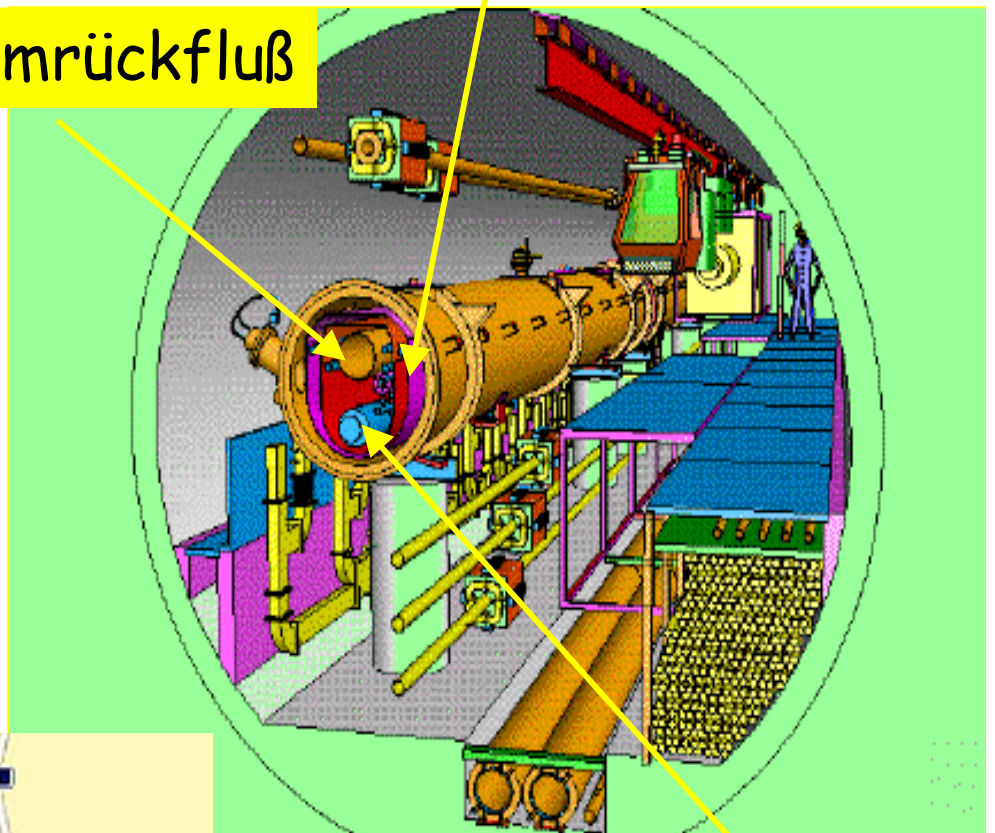
Gradient: 25 MV/m
Frequenz: 1.3 GHz
Material:
Niob mit hoher
Wärmeleitfähigkeit
Betrieb bei 2 Kelvin
(Supraleitung)

TESLA (Planung)

Energie: 500 GeV
gerne mehr !
Röhrendurchmesser 5.2m

Kühlsystem für
Supra-leitenden
Resonatoren (Helium)

Heliumrückfluß



Strahlrohr

Planung:

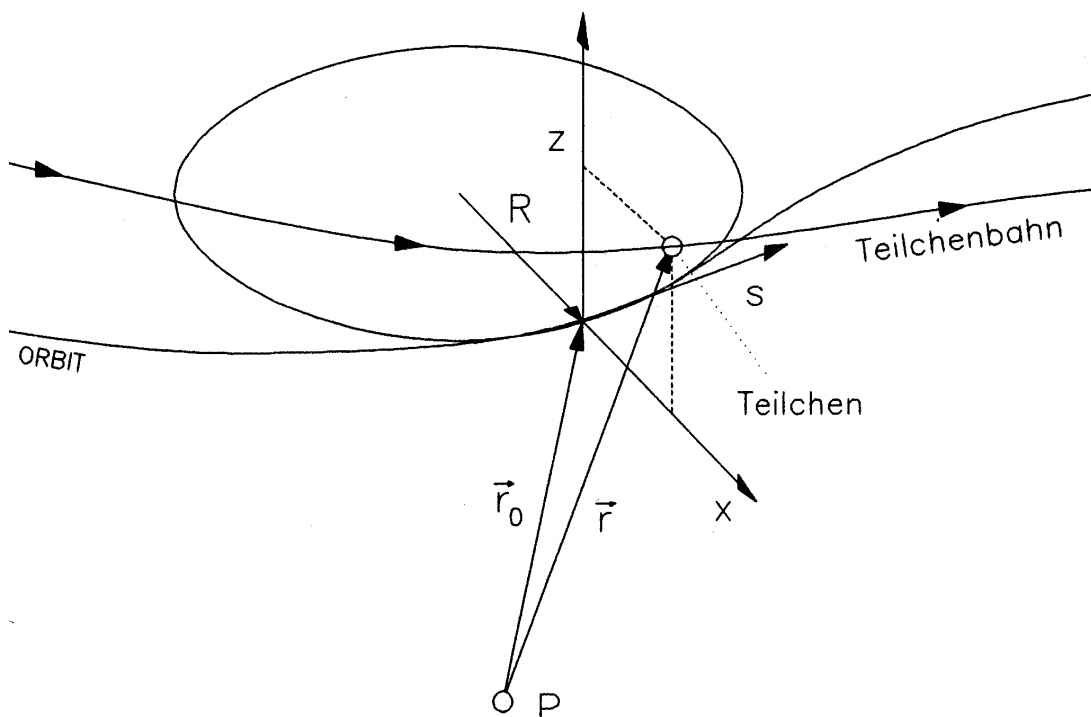


Länge: 33 km

Die wichtigsten Teilchenbeschleuniger

	Datum	Strahlenergie	Luminosität	Umfang/Länge
KEK - B (KEK - Japan)	1999	$e^- \times e^+ : 8 \times 3.5 \text{ GeV}$	$10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	3 km
PEP - II (SLAC - USA)	1999	$e^- : 7 - 12, e^+ : 2.5 - 4 \text{ GeV}$	$3 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	2.2 km
SLC (SLAC - USA)	1989	$e^- e^+ : 50 \text{ GeV}$	$2.5 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	1.45 km
LEP (CERN - Schweiz)	1989	$e^- e^+ : 50 - 100 \text{ GeV}$	$24 - 100 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	26.6 km
HERA (DESY - Deutschland)	1992	$ep : 27.5 \text{ GeV} / 820 - 920 \text{ GeV}$	$14 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	6.3 km
Sp \bar{p} S (CERN - Schweiz)	1981	$p\bar{p} : 315 \text{ GeV}$	$6 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	6.9 km
TEVATRON (FERMILAB - USA)	1987	$p\bar{p} : 1 \text{ TeV}$	$210 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	6.3 km
LHC (geplant) (CERN - Schweiz)	2005?	$pp : 7 \text{ TeV}$	$1 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	26.6 km

Bewegungsgleichung für Teilchen im mitbewegten Koordinatensystem



Betrachte Bewegung nur in unmittelbarer Umgebung
der Idealbahn (Orbit)

Teilchenbahn in Koordinatensystem $K=(x,z,s)$,
dessen Ursprung auf dem Orbit entlang läuft

x : horizontale z : vertikale Abweichung vom Orbit

Bewegungsgleichung

$$x''(s) + (1/R(s) - k(s))x(s) = \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p}$$

$$z''(s) + k(s)z(s) = 0$$

Differentialgleichung für harmonischen Oszillator mit s -abhängiger "Federkonstanten"

für $\Delta p = 0$ und keine Bahnablenkung ($1/R(s) = 0$):

$x''(s) - k x(s) = 0$ für defokussierenden Magneten $k > 0$:

$$x(s) = A \cosh(\sqrt{k} s) + B \sinh(\sqrt{k} s)$$

$$x'(s) = A \sqrt{k} \sinh(\sqrt{k} s) + B \sqrt{k} \cosh(\sqrt{k} s)$$

Bei $s = 0$ sei Abweichung $x(0) = x_0$ und Neigung $\frac{dx(0)}{ds}$

$$\begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \Omega & \frac{1}{\sqrt{k}} \sinh \Omega \\ \sqrt{k} \sinh \Omega & \cosh \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(0) \end{pmatrix} \quad \text{mit } \Omega = \sqrt{k} s$$

Beschreibung durch Transfermatrizen,
wie in geometrischer Optik

Transformationsmatrizen

Quadrupole:

$$\begin{pmatrix} \cos \Omega & \frac{1}{\sqrt{|k|}} \sin \Omega \\ -\sqrt{|k|} \sin \Omega & \cos \Omega \end{pmatrix} \quad \text{wenn } k < 0 \text{ (fokussierend)}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{wenn } k = 0 \text{ (Driftstrecke)}$$

$$\begin{pmatrix} \cosh \Omega & \frac{1}{\sqrt{k}} \sinh \Omega \\ \sqrt{k} \sinh \Omega & \cosh \Omega \end{pmatrix} \quad \text{wenn } k > 0 \text{ (defokussierend)}$$

Dipolmatrizen (mit Biegeradius R und $k = 0$):

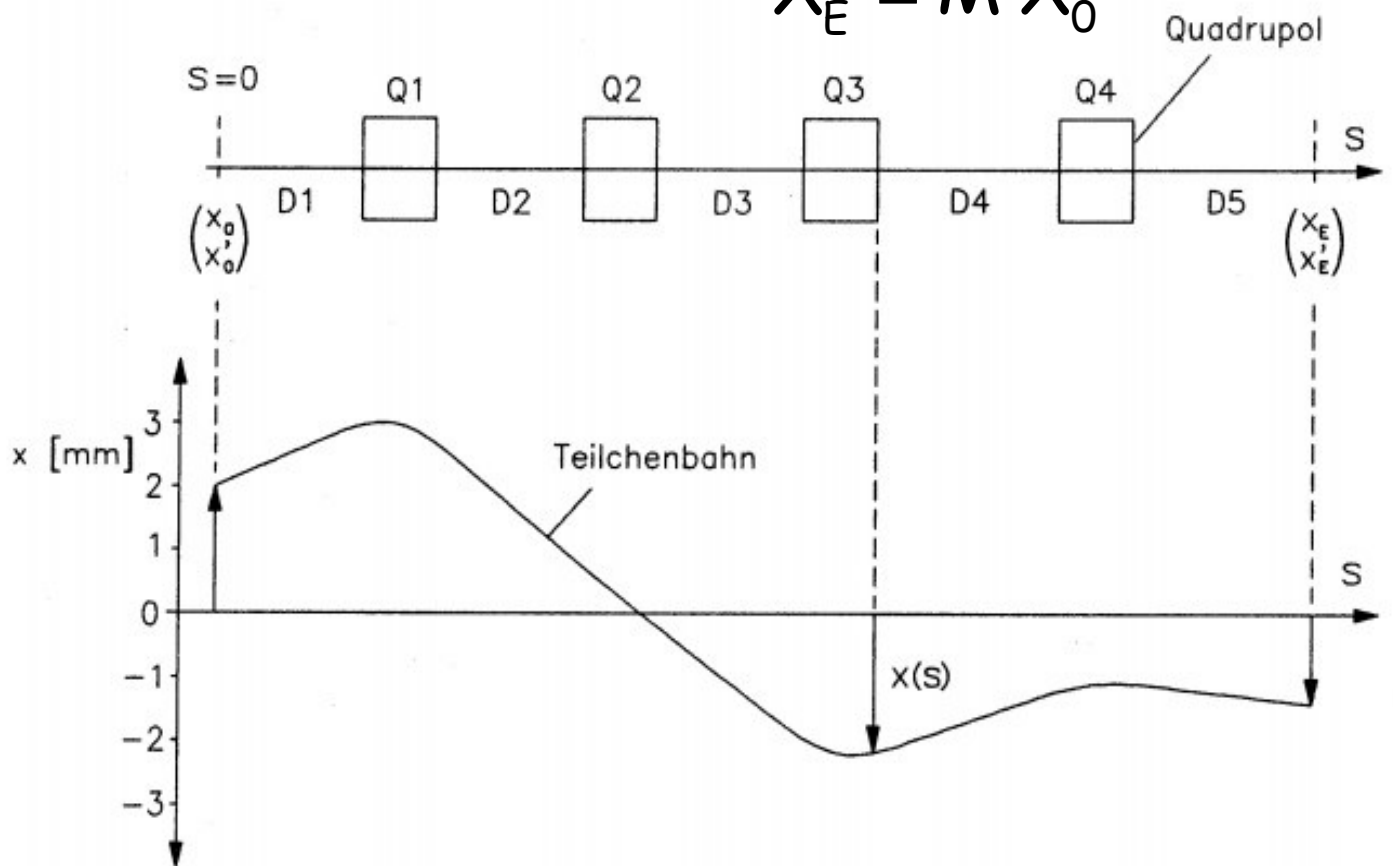
$$\begin{pmatrix} \cos\left(\frac{s}{R}\right) & R \sin\left(\frac{s}{R}\right) \\ -\frac{1}{R} \sin\left(\frac{s}{R}\right) & \cos\left(\frac{s}{R}\right) \end{pmatrix}$$

Die Determinante der Matrizen ist: $\det(m) = 1$

Teilchenbahn in Struktur aus Strahlführungselementen

Mit Hilfe der Transformationsmatrizen ist es möglich, den Bahnvektor vom Anfang bis zum Ende einer Struktur transformieren:

$$\vec{X}_E = M \vec{X}_0$$



Start bei $s = 0$ Bahnvektor : $\vec{X}_0 = (x_0, x'_0)$

Driftstrecke D1

fokussierender Quadrupolmagnet Q1

Driftstrecke D2 etc. :

$$\vec{X}_E = M_{D5} M_{Q4} M_{D4} M_{Q3} M_{D3} M_{Q2} M_{D2} M_{Q1} M_{D1} \vec{X}_0$$

Beta-Funktion

Bewegungsgleichung für $1/R=0$ und $dp/p=0$,
aber $k(s)$ variiert mit s :

$$x''(s) - k(s)x(s) = 0$$

Lösung transversale (Betatron-)Schwingung :

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\beta(s)} \cos(\Psi(s) + \Phi)$$

$$x'(s) = -\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\beta(s)}} \left(\frac{-\beta'(s)}{2} \cos(\Psi(s) + \Phi) + \sin(\Psi(s) + \Phi) \right)$$

mit den Integrationskonstanten $\beta(s)$,

$$\text{Emittanz } \varepsilon \text{ und } \Psi(s) = \int_0^s \frac{d\sigma}{\beta(\sigma)}$$

Teilchen führen in der (fokussierenden)
Magnetstruktur Schwingungen aus,
deren ortsabhängige Amplitude
durch $\beta(s)$ und ε beschrieben wird
 β ist Maß für den lokalen Strahlquerschnitt
 ε bleibt unverändert

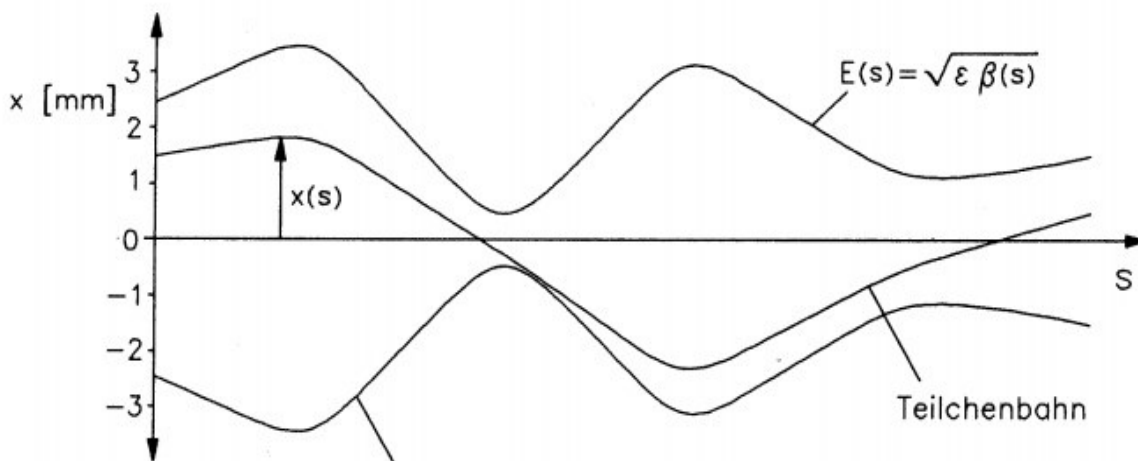
Envelope der Teilchenbahn

Ensemble von Teilchen führt transversale Schwingungen um den Orbit aus
 Äußere Grenze der Bewegung:

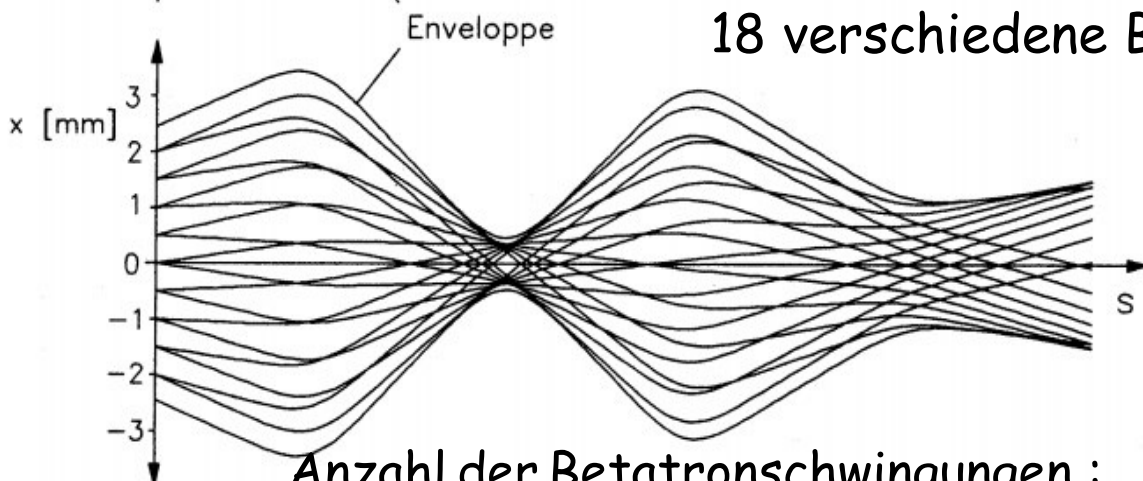
$$\text{Envelope : } E(s) = \sqrt{\varepsilon \beta(s)}$$

Sie legt die maximale transversale Strahldimension fest

Spezielle Bahn:



18 verschiedene Bahnen:



Anzahl der Betatronschwingungen :

$$Q = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{d\Phi}{ds} ds = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{1}{\beta(s)} ds$$

Wenn Q ganzzahlig :

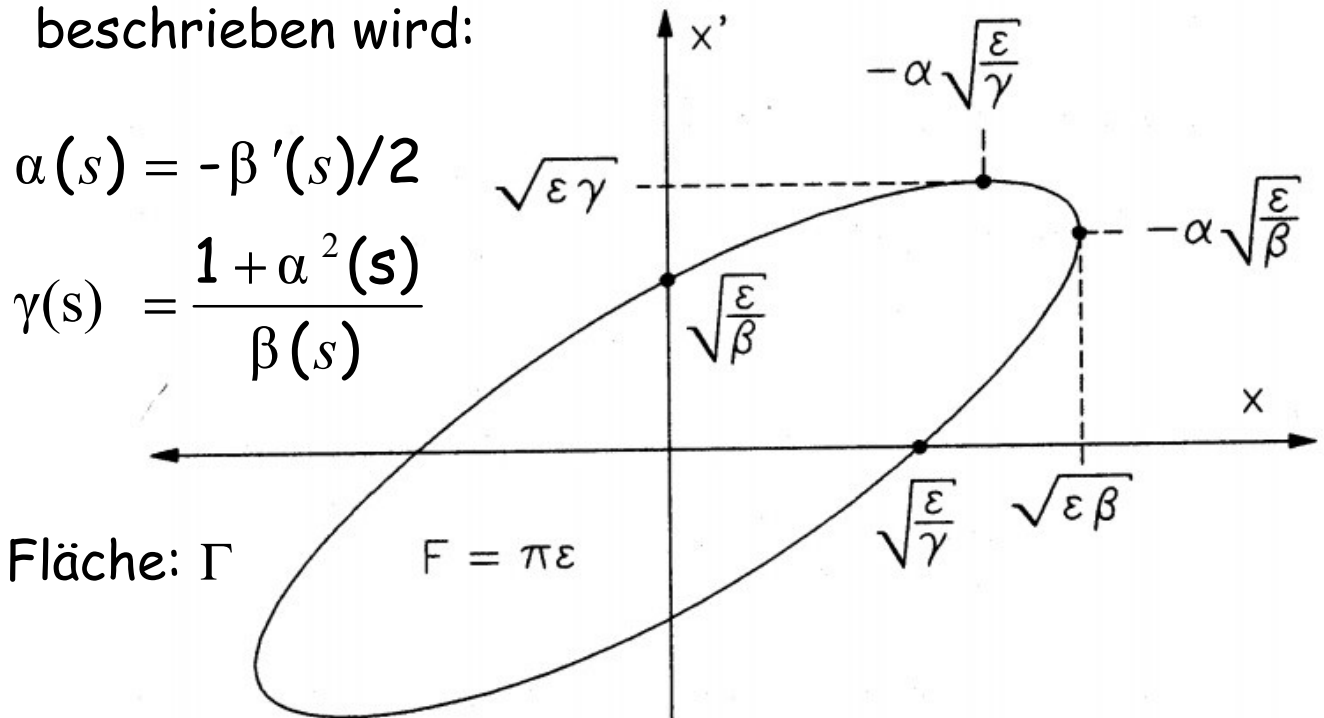
eine Resonanz bildet sich aus \mapsto Strahlverlust

Phasenellipse der Teilchenbewegung

Aus den vorherigen Bewegungsgleichungen läßt sich ableiten, daß Phasenraumfläche durch Ellipse beschrieben wird:

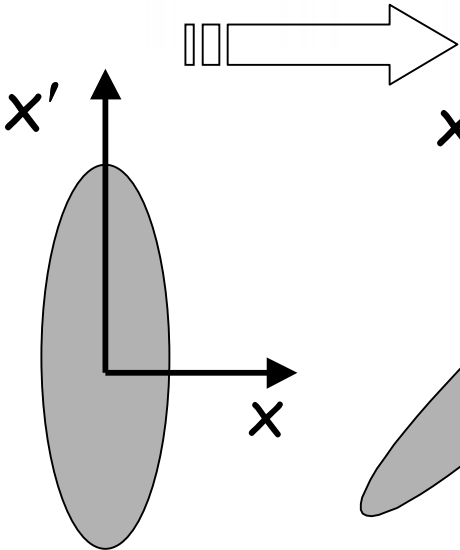
$$\alpha(s) = -\beta'(s)/2$$

$$\gamma(s) = \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}$$

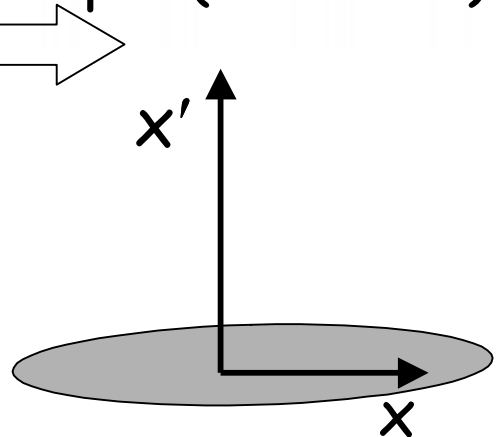
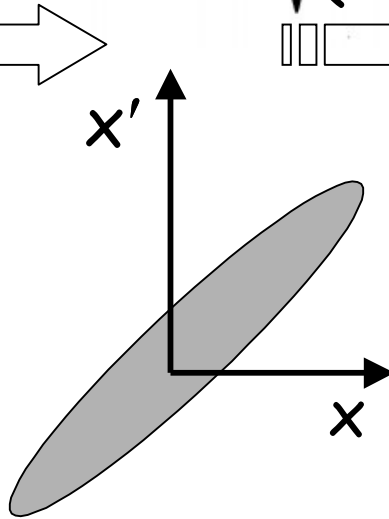


Driftstrecke

Quadrupol (defokus.)



Fokus



paralleler Strahl

Satz von Liouville

Aus der theoretischen Mechanik:

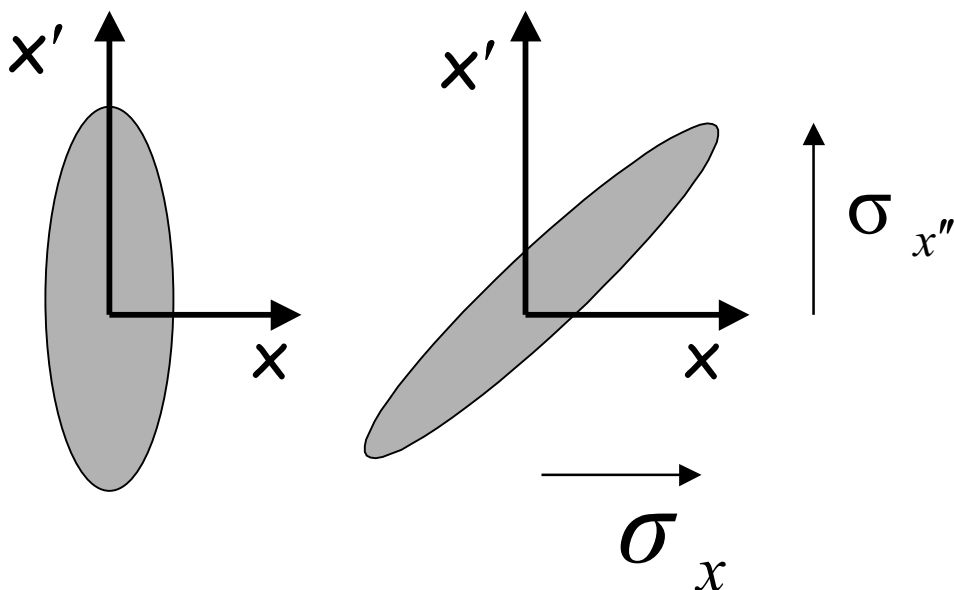
Jedes Volumenelement eines Phasenraums ist zeitlich konstant, wenn die Teilchen kanonischen Bewegungsgleichungen gehorchen

$dp/dt = dH(p,q)/dq$ und $dq/dt = dH(p,q)/dp$
 H ist die Hamilton Funktion

Hier:

Die Fläche der Phasenellipse und damit die Emittanz ($F = \pi \varepsilon$) ist invariant

Die Ellipse ändert Form und Lage gemäß Beta-Funktion, nicht aber die Fläche !

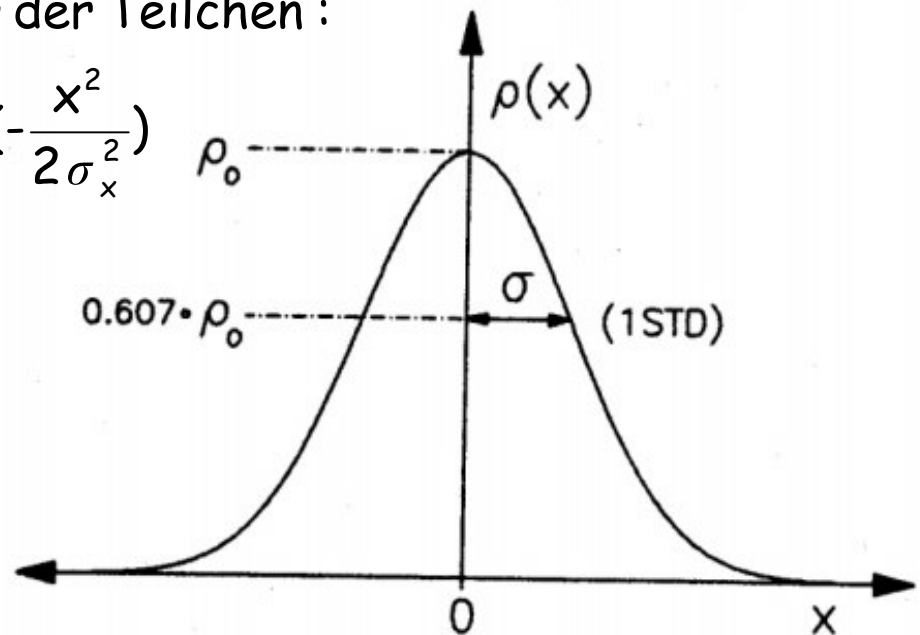


Emittanz des Gesamtstrahls

Teilchenstrahl = Gesamtheit der Einzelbahnen

Dichteverteilung der Teilchen :

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right)$$



Sigma definiert
Strahlbreite

Für alle Teilchen, die 1σ von der Strahlachse
entfernt sind:

$$\sigma(s) = \sqrt{\varepsilon_{\text{STD}} \beta(s)}$$

ε_{STD} ist die Emittanz des Gesamtstrahls

Luminosität eines Speicherrings :

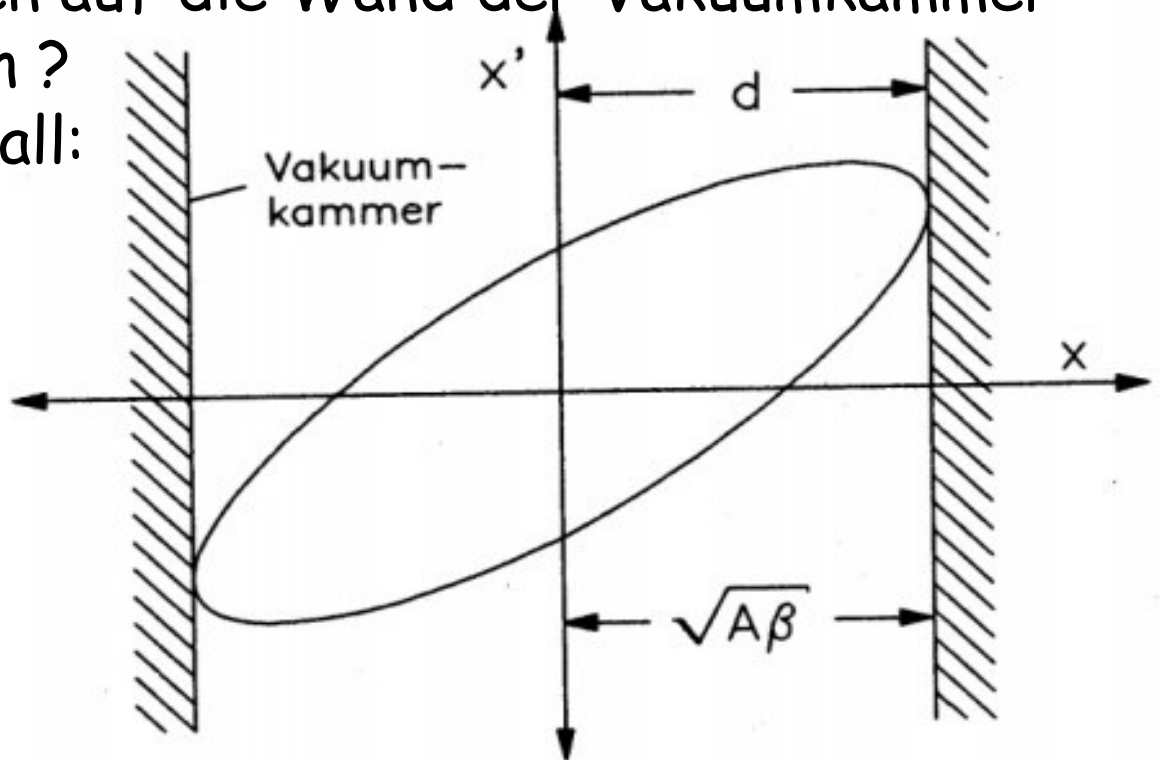
$$L = \frac{f n_1 n_2}{4\pi \sigma_x^* \sigma_y^*} \text{ mit } \sigma_i^* = \sqrt{\varepsilon_i \beta_i} \text{ am Kreuzungspunkt}$$

Strahloptik muß so gewählt werden, daß

β_i^* möglichst klein

Größtmögliche Phasenellipse

Wie groß darf die Phasenellipse sein, bevor Teilchen auf die Wand der Vakuumkammer treffen?
Grenzfall:



Breite des Strahls proportional zu $\sqrt{\beta(s)}$

entscheidend ist: $d/\sqrt{\beta(s)}$

am kleinsten am strahloptisch engsten Ort

Akzeptanz des Beschleunigers: minimum von $A = d^2/\beta$

In Speicherringen muß A groß sein, da bei vielen Umläufen mal großen Amplituden entstehen können

Bei Elektronen ändern sich noch die Betatronschwingungen aufgrund der Synchrotronstrahlung, daher muß die Breite der Vakuumkammer 7 Mal der Strahlbreite sein