

Bestimmung von Quadrupol- und Hexadekapolmomenten
an Kernen der Seltenen Erden mit Hilfe der
Coulombanregung

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik
der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

von
Hans-Jürgen Wollersheim
aus Büdingen

Frankfurt am Main 1976

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main

Dekan:	Professor Dr. H. Klein
Erster Berichterstatter:	Professor Dr. Th. Elze
Zweiter Berichterstatter:	Professor Dr. W. Scheid

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Mai 1976

INHALTSVERZEICHNIS

1.	Einleitung	1
2.	Prinzipielle Überlegungen zur Coulombanregung	4
3.	Allgemeine Probleme bei Coulombanregungsexperimenten	6
3.1	Bestimmung der günstigsten Einschußenergie	6
3.1.1	Messung von Anregungsfunktionen	6
3.1.2	Theoretische Abschätzung der Coulombbarriere und Vergleich mit experimentellen Daten	8
3.2	Methoden zum Nachweis der Coulombanregung	10
3.2.1	Spektroskopie der Zerfalls-Gammastrahlung	10
3.2.2	Spektroskopie der gestreuten Projektile	11
3.3	Wahl der Projektile und des Streuwinkels bei Coulombanregungsexperimenten	12
4.	Messung von Quadrupol- und Hexadekapolmomenten an deformierten Kernen <u>gerader</u> Massenzahl	14
4.1	Experimentelle Methode	14
4.2	Bestimmung der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten	17
5.	Auswertung, Ergebnisse und Diskussion	19
5.1	Theorie der Coulombanregung	19
5.1.1	Semiklassische und quantenmechanische Theorie der Coulombanregung	21
5.1.2	Vergleich der beiden Theorien	24
5.2	Kollektive Kernmodelle	26
5.2.1	Modell des starren Rotators	26
5.2.2	Modell des asymmetrischen Rotators und das Rotations-Vibrationsmodell	28

5.2.3	Modifiziertes Rotations-Vibrationsmodell	29
5.3	Bestimmung der E2- und E4-Matrixelemente	36
5.4	Wahl des Vorzeichens des E4-Matrixelementes	38
5.4.1	Methoden zur experimentellen Bestimmung des Vorzeichens	39
5.4.1.1	Messung der Interferenz zwischen elektromagnetischer- und Kernwechselwirkung	39
5.4.1.2	Multiple Coulombanregung mit schweren Ionen	40
5.5	Bestimmung von Deformationsparametern	41
5.5.1	Wahl der Gestalt der Ladungsverteilung	41
5.5.2	Vergleich mit theoretischen Werten	42
5.5.3	Vergleich der Deformationsparameter für die Kernladungs- und Massenverteilung	43
6.	Coulombanregung von Vibrationszuständen in deformierten Kernen	46
6.1	Bestimmung der B(E2)- und B(E3)-Werte	47
6.2	Vergleich mit theoretischen Werten	50
7.	Messung von Quadrupol- und Hexadekapolmomenten an deformierten Kernen <u>ungerader</u> Massenzahl	51
7.1	Einfluß der Corioliskopplung auf die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten	52
7.1.1	Bestimmung der Kopplungsstärke aus dem Energieniveauschema	54
7.2	Messung und Auswertung der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten	57
7.2.1	Überprüfung der Kopplungsstärke mittels der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten	59

7.2.2	Bestimmung der E2- und E4-Matrixelemente	60
7.2.3	Vergleich der Kerngestalt mit benachbarten gg-Kernen	61
7.3	Bestimmung von Interband-B(E2)-Werten	62
8.	Ausblick auf Coulombanregungsexperimente mit schweren Ionen	65
9.	Zusammenfassung	67
10.	Literaturverzeichnis	69
11.	Lebenslauf	73

1. Einleitung

Stark deformierte Kerne haben oft eine kompliziertere Gestalt als die einfache ellipsoide Deformation. Erste Hinweise auf die Existenz höherer Deformationsmomente erhielt Fröman (Frö-57) und später Huber (Hub-64) aus der Beobachtung des Alphazerfalls von Aktiniden. Diese Untersuchungen zeigten, daß die berechneten Übergangswahrscheinlichkeiten zu Rotationsniveaus des Tochterkerns besser mit den experimentellen Werten übereinstimmen, wenn man neben der Quadrupol- auch eine Hexadekapoldeformation zuläßt. Einige Jahre später konnte Elbek (Elb-66) durch Untersuchung der inelastischen Deuteronenstreuung an Kernen im Gebiet der Lanthaniden weitere qualitative Aussagen über die Existenz von höheren Multipolmomenten machen.

Die erste quantitative Bestimmung der β_4 - und β_6 -Deformationsparameter in der Entwicklung der Kernoberfläche:

$$(1) \quad R(\theta) = R_0 \left\{ 1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta) + \beta_6 Y_{60}(\theta) + \dots \right\}$$

gelang Hendrie (Hen-67) und später Aponick (Apo-70) durch Alphastreueexperimente bei Einschußenergien weit oberhalb der Coulombbarriere. Diese Experimente wurden mit Hilfe eines deformierten optischen Potentials analysiert und ermöglichten so die Bestimmung der Deformationsparameter der Kernmassenverteilung.

Da die Parameter des optischen Modells bekanntlich Mehrdeutigkeiten aufweisen, ist es wünschenswert, eine eindeutigere Methode zum Nachweis der Hexadekapolmomente einzuführen. Hierzu bieten sich Streuexperimente an, bei denen man durch geeignete Wahl der Einschußenergie verhindert, daß zwischen Projektil und Target Kernkräfte wirksam werden. Dann findet die Wechselwirkung nur über das elektromagnetische Feld statt. Solche Coulombanregungsexperimente wurden zunächst von

Stephens (Ste-70) mit Alphateilchen durchgeführt und ermöglichten die Bestimmung von E2- und E4-Übergangsmatrixelementen an deformierten gg-Kernen. Später wurden diese Messungen von Saylor (Say-72), Erb (Erb-72), Ebert (Ebe-73), Shaw (Sha-74), Bemis (Bem-73) und der Frankfurter Gruppe (Wol-74, -75, -76a) auf das gesamte Gebiet der Lanthaniden und Aktiniden ausgedehnt und führten zur Bestimmung von β_2 - und β_4 -Deformationsparametern für die Kernladungsverteilung.

Eine weitere Möglichkeit, Kernmomente zu bestimmen, bietet die Streuung hochenergetischer Elektronen (Ber-72, Hei-73), bei der die Wechselwirkung zwischen Projektil und Target ebenfalls rein elektromagnetisch ist. Aus der Untersuchung der inelastisch gestreuten Elektronen kann man Aussagen über die Ladungsverteilung und die Deformation der Kerne erhalten.

In neueren Experimenten (Brü-73, Bem-73, Lee-74) erfolgt die Anregung der Kerne sowohl mit elektromagnetischer als auch mit Kernwechselwirkung. Bei diesen Messungen wird die inelastische Streuung geladener Projektile bei Einschußenergien nahe der Coulombbarriere untersucht und führt zur gleichzeitigen Bestimmung von Ladungs- und Massendeformationsparametern.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Coulombanregungsexperimente mit Alphateilchen an deformierten Kernen im Bereich der Lanthaniden sind die Fortsetzung der im Institut bereits durchgeführten Messungen (Wol-74). Ein Hauptziel dieser Untersuchungen war die Anwendung dieser Meßmethode bei der Bestimmung der Kerngestalt von sogenannten "weichen" Rotatoren im Übergangsgebiet zwischen sphärischen und deformierten Kernen, z.B. ¹⁵⁰Nd, ¹⁵²Sm und ¹⁵⁴Gd. Diese Kerne mit der Neutronenzahl N=90 lassen sich weder durch das Modell des starren Rotators (im folgenden Rotatormodell genannt) noch durch das Vibrationsmodell beschreiben, sondern zeigen eine starke Rotations-Vibrationswechselwirkung, die bei der

Deutung der experimentellen Daten berücksichtigt werden muß.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden erstmals E2- und E4-Übergangsmatrixelemente auch an Kernen mit ungerader Massenzahl bestimmt, die man mit der Gestalt benachbarter gg-Kerne vergleichen kann.

Schließlich wurde die Meßmethode zur Anregung von Vibrationszuständen benutzt, deren Analyse Interbandmatrixelemente lieferte und eine Überprüfung von Kernmodellen ermöglichte.

2. Prinzipielle Überlegungen zur Coulombanregung

Unter Coulombanregung versteht man die Anregung von Atomkernen über das elektromagnetische Feld geladener Geschoßteilchen, die nicht in das Gebiet der Kernkräfte vordringen. In diesem Fall gehen die Kerneigenschaften in den Prozeß nur über die Matrixelemente der elektromagnetischen Multipoloperatoren ein, die somit aus dem Experiment bestimmt werden können.

Sollen Quadrupol- $\langle 2//M(E2)//0 \rangle$ und Hexadekapolmomente $\langle 4//M(E4)//0 \rangle$ deformierter gg-Kerne untersucht werden, so entnimmt man einem Streuexperiment die Anregungswahrscheinlichkeit des 2^+ - und 4^+ -Zustandes. Die Auswertung der Messung geschieht dann in der Weise, daß man mit der Theorie der Coulombanregung in Abhängigkeit aller E2- und E4-Matrixelemente diese beiden Wirkungsquerschnitte berechnet. Während man aus dem 2^+ -Wirkungsquerschnitt das Matrixelement $\langle 2//M(E2)//0 \rangle$ erhält, konkurrieren bei der Anregung des 4^+ -Zustandes im wesentlichen zwei Prozesse, ein doppelter E2-Übergang ($0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 4^+$) und ein direkter E4-Übergang ($0^+ \rightarrow 4^+$). Auch Prozesse höherer Ordnung werden auftreten, wenn auch mit geringer Amplitude. Die Anregungswahrscheinlichkeit des 4^+ -Zustandes ist also kein direktes Maß für die Größe des Hexadekapolmomentes. Man berechnet deshalb mit allen E2-Matrixelementen den 4^+ -Wirkungsquerschnitt und vergleicht ihn mit dem experimentellen Wert. Die davon abweichende 4^+ -Anregungswahrscheinlichkeit - sie lag bei den untersuchten Kernen zwischen 4% und 30% - muß der Anwesenheit einer Einstufen-E4-Coulombanregung zugeschrieben werden, aus der man das Matrixelement $\langle 4//M(E4)//0 \rangle$ bestimmt.

Um diese Rechnungen durchführen zu können, ist die Kenntnis der vollständigen E2-Matrix notwendig. Man legt zwar die erste Stufe $0^+ \rightarrow 2^+$ des doppelten E2-Überganges durch das Matrixelement $\langle 2//M(E2)//0 \rangle$ fest - weitere reduzierte E2-Übergangswahrscheinlichkeiten können dem

durchgeführten Experiment aber nicht entnommen werden.

Es zeigt sich jedoch, daß die untersuchten Kerne in sehr guter Näherung durch kollektive Kernmodelle beschrieben werden, auf die in Kapitel 5.2 noch näher eingegangen wird. Diese Modelle liefern den Zusammenhang zwischen den einzelnen E2-Matrixelementen, so daß man durch Messung des Quadrupolmomentes die Doppelstufenanregung berechnen kann.

Schließlich bestimmt man aus den Matrixelementen

$$(2) \quad \langle I_f = \lambda // M(E\lambda) // 0 \rangle = \int \rho(\vec{r}, \beta_2, \beta_4) r^\lambda Y_{\lambda 0}(\hat{r}) dr^3$$

unter Annahme eines Modells für die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}, \beta_2, \beta_4)$ die Deformationsparameter, die den Vergleich mit der Theorie ermöglichen.

3. Allgemeine Probleme bei Coulombanregungsexperimenten

3.1 Bestimmung der günstigsten Einschußenergie

Bei Einschußenergien unterhalb der Coulombbarriere ist die Wechselwirkung zwischen Projektil- und Targetkern bekannt und sowohl elastische wie inelastische Streuprozesse können durch die Coulombanregungstheorie beschrieben werden. Da der Wirkungsquerschnitt sehr schnell mit zunehmender Projektilenergie wächst, sollten die Experimente bei der höchst möglichen "sicheren" Einschußenergie durchgeführt werden; d.h. die Einschußenergie sollte so gewählt werden, daß das Projektil gerade noch nicht in den Bereich der Kernkräfte kommt. Ein zentrales Problem bei Coulombanregungsexperimenten ist deshalb die Ermittlung der günstigsten Einschußenergie.

3.1.1 Messung von Anregungsfunktionen

Eine Möglichkeit, die Coulombbarriere experimentell zu bestimmen, ist die Messung einer Anregungsfunktion, da hier das Einsetzen der Kernkräfte durch die Interferenz zwischen elektromagnetischer und Kernwechselwirkung beobachtet werden kann. Im Falle von ¹⁵²Sm und ¹⁷⁴Yb wurde die Anregungswahrscheinlichkeit des 2⁺-Zustandes mit Alphateilchen gemessen, die viel präziser ist, als die übliche Untersuchung der elastischen Streuung. Benutzt man die E2- und E4-Matrixelemente aus früheren Veröffentlichungen (Wol-74, -75), so kann der berechnete 2⁺-Wirkungsquerschnitt unter Annahme reiner Coulombwechselwirkung mit dem experimentellen Wert verglichen werden. Dieser Vergleich ist in Fig. 1 zu sehen, bei der das Verhältnis der Anregungswahrscheinlichkeiten $(d\sigma_{inl}^6/d\sigma_{el}^6)_{exp} / (d\sigma_{inl}^6/d\sigma_{el}^6)_{Coul.}$ gegen die Alphaeinschußenergie aufgetragen ist. Abweichungen von der reinen Coulombanregung und das Einsetzen der direkten Kernanregung sind unmittelbar aus den Anregungsfunktionen zu erkennen und zwar oberhalb von 12 MeV

für ^{152}Sm und 13,5 MeV für ^{174}Yb . Mit steigender Einschussenergie verringert sich die Anregungswahrscheinlichkeit unter den Wert für reine Coulombanregung durch Interferenz mit der direkten Kernwechselwirkung. Bei höheren Energien übersteigt schließlich die Anregungswahrscheinlichkeit den berechneten Coulombanregungswirkungsquerschnitt, da jetzt die direkte Kernanregung der dominante Anregungsprozeß ist.

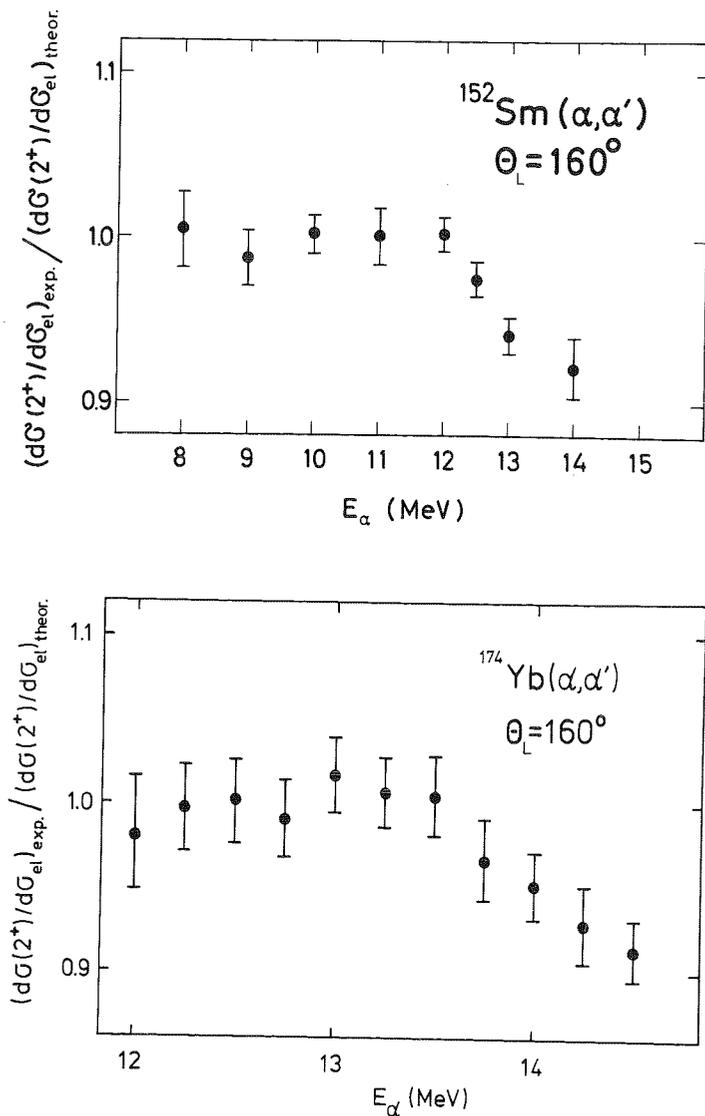


Fig.1 : Experimentelle Anregungsfunktion des 2^+ -Zustandes von ^{152}Sm und ^{174}Yb .

3.1.2 Theoretische Abschätzung der Coulombbarriere und Vergleich mit experimentellen Daten

Eine Abschätzung der "sicheren" Einschußenergie E_S^{Lab} - auch für deformierte Kerne - kann mit der folgenden Formel gemacht werden:

$$(3) \quad E_S^{Lab} \cong 0.72 \frac{Z_1 Z_2}{d} \frac{A_1 + A_2}{A_2} \left[\sin^{-1} \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right) + 1 \right] \quad (\text{MeV})$$

$$\text{mit } d = r_0 A_1^{1/3} + r_0 A_2^{1/3} (1 + 0.631 \beta_2) + \Delta \quad (\text{fm})$$

Hierbei sind Z_1, A_1 und Z_2, A_2 Ladung und Masse des Projektils und Targets, r_0 der Radiusparameter, Δ der zwischen Projektil und Target einzuhaltende "Sicherheitsabstand" damit noch keine Kernwechselwirkung eintritt, θ_{CM} der Streuwinkel im Schwerpunktsystem und β_2 der Quadrupoldeformationsparameter. Die Formel (3) wurde unter der Annahme berechnet, daß sich das Projektil dem deformierten Kern auf der Verlängerung seiner großen Halbachse nähert, denn in diesem Falle ist die Coulombbarriere am niedrigsten.

Die beiden Werte r_0 und Δ wurden an mehr als fünfzig Anregungsfunktionen, teils sphärischer teils deformierter Kerne, mit den Projektilen von ^4He bis ^{56}Fe angepaßt, während die Deformationsparameter β_2 den Tabellen von Stelson und Grodzins (Stel-65) entnommen wurden. Aus Gleichung (3) erkennt man, daß die beiden Parameter nicht unabhängig voneinander sind, so daß man durch Einsetzen der folgenden drei Zahlenpaare die gleiche "sichere" Einschußenergie erhält.

r_0 (fm)	1.5	1.3	1.1
Δ (fm)	3.3	4.9	6.5

Gute Übereinstimmung der berechneten "sicheren" Einschußenergien mit dem Einsetzen der Interferenz zwischen Coulomb- und Kernwechselwirkung zeigt Fig.2

für einige Streuwinkel. Obwohl der Übergang zwischen der Coulombanregung und dem Einsetzen der Interferenz fließend ist, glauben wir doch, daß bei den aus den Anregungsfunktionen entnommenen Werten noch keine Kernwechselwirkung stattfindet.

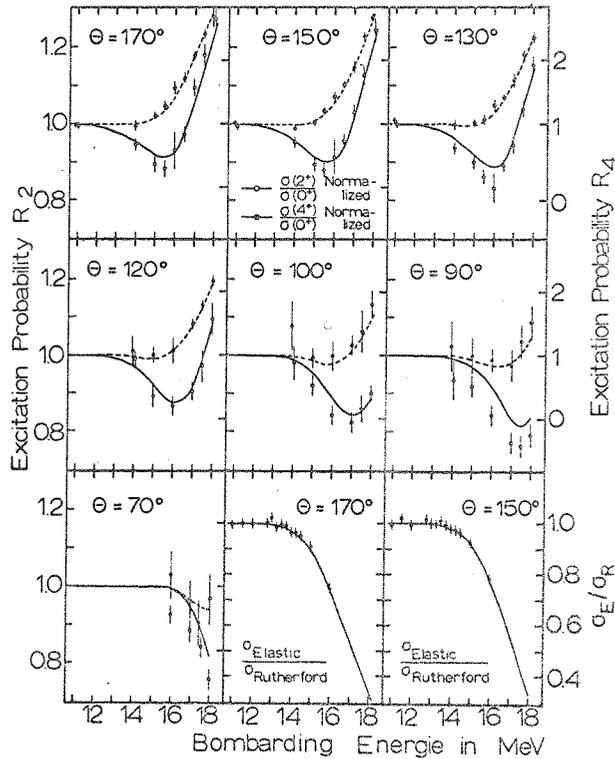


Fig.2 : Experimentelle Anregungsfunktion von ¹⁵²Sm (Brü-73) und berechnete "sichere" Einschußenergie E_s für Alphateilchen in Abhängigkeit des Streuwinkels θ_{Lab}

Sm(d, α')

$r_0 = 1,5$ fm

$\Delta = 3,3$ fm

$\beta_2 = 0,304$

θ_{Lab}	E_s^{theo} (MeV)	E_s^{exp} (MeV)
170	12,1	12,0
150	12,2	12,3
130	12,6	12,5
120	12,9	13,0
100	13,8	14,0
90	14,4	14,5
70	16,3	16,5

3.2 Methoden zum Nachweis der Coulombanregung

Die Anregungswahrscheinlichkeit eines Zustandes kann man mit zwei experimentellen Techniken erhalten:

1. durch den Nachweis der gestreuten Teilchen und die Bestimmung der inelastischen Anregungswahrscheinlichkeit und
2. durch Messung der beim Zerfall eines angeregten Zustandes ausgesandten Gammastrahlung oder Konversionselektronen, oft in Koinzidenz mit den gestreuten Teilchen.

Beide Methoden besitzen grundsätzliche Vor- und Nachteile, die im folgenden kurz diskutiert werden sollen.

3.2.1 Spektroskopie der Zerfalls-Gammastrahlung

Die Messung der Zerfalls-Gammastrahlung hat den experimentellen Vorteil einer ausgezeichneten Energieauflösung und einer, im Vergleich zur Teilchenspektroskopie, relativ hohen Zählrate durch Verwendung von dicken Targets. Besonders im Hinblick auf Experimente mit schweren Ionen sind diese Vorteile wichtig, da der Nachweis von gestreuten schwereren Projektilen wegen des großen Stragglings mit einer sehr großen Energieverbreiterung verbunden ist. Allerdings wird hierbei durch die Dopplerverbreiterung auch das Auflösungsvermögen der Gammaspektroskopie sehr stark herabgesetzt (typisch 50 keV bei Coulombanregung von ¹⁵⁶Gd mit ¹³²Xe Ionen und einer Gammaenergie von 0.5 MeV). Dennoch ist dieses Auflösungsvermögen im Verhältnis zu der bei Teilchenmessungen erreichten Energieauflösung wesentlich besser (s. 3.2.2).

Der Nachteil der Gammaspektroskopie ist die recht schwierige Auswertung der Experimente, da zahlreiche Korrekturen bei der Bestimmung der Intensitäten notwendig sind. Zu erwähnen sind hier vor allen Dingen die undefinierte Einschußenergie bei dicken Targets

und Korrekturen bezüglich Konversionskoeffizienten, Speisung durch höhere Zustände, Winkelverteilung der Gammastrahlung und Detektorgeometrie. Durch alle diese Unsicherheiten wird die erzielbare Genauigkeit erheblich eingeschränkt.

3.2.2 Spektroskopie der gestreuten Projektile

Die Messung des Energiespektrums der gestreuten Teilchen zeichnet sich durch die große Genauigkeit aus, mit der Wirkungsquerschnitte bestimmt werden können. Da der differentielle Wirkungsquerschnitt durch den Rutherfordwirkungsquerschnitt gegeben ist, hat man die Möglichkeit einer bequemen und sehr genauen Intensitätseichung. Können die elastisch und inelastisch gestreuten Teilchen im Spektrum getrennt werden, so liefert das Verhältnis der Peakflächen unmittelbar die Anregungswahrscheinlichkeit des Zustandes.

Die Teilchenmethode erfordert jedoch a) Projektile mit sehr guter Energieschärfe, b) dünne Targets, die aus hochangereicherten Substanzen hergestellt wurden, und c) zum Teilchennachweis hochauflösende Halbleiterdetektoren oder Spektrometer. Je schwerer die Projektile sind, um so größer sind die experimentellen Anforderungen. Benutzt man zum Beispiel zur Coulombanregung von ^{156}Gd ^{132}Xe -Ionen, so ist eine Einschußenergie von ungefähr 440 MeV notwendig. Bei einer Strahlauflösung und einer Spektrometerauflösung von jeweils 10^{-3} ergibt sich eine Energieunschärfe von etwa 620 keV. Die totale Energieunschärfe, zu der noch die Energieverbreiterung der rückgestreuten Teilchen im Target von einigen hundert keV beiträgt, ist zu groß im Vergleich zu Anregungsenergie des ersten 2^+ -Zustandes in ^{156}Gd von 89 keV, so daß eine Trennung der inelastischen Linien von der elastischen Gruppe unmöglich erscheint.

Zur Bestimmung der Hexadekapolmomente wurde die letztere Nachweismethode gewählt, da die Vorteile der Teilchenspektroskopie bei Coulombanregungsexperimenten mit leichten Projektilen überwiegen.

3.3 Wahl der Projektile und des Streuwinkels bei Coulombanregungsexperimenten

Bei der Anregung des 4^+ -Zustandes konkurrieren im wesentlichen zwei Prozesse: ein doppelter E2-Übergang und ein direkter E4-Übergang, aus dem man das Hexadekapolmoment bestimmen kann. Da das Verhältnis der beiden Übergangswahrscheinlichkeiten von der Projektart abhängig ist, sollten Ionen zur Coulombanregung verwendet werden, bei denen der Anteil der direkten E4-Anregung maximal ist. Aus diesem Grunde wurde der Einfluß des E4-Matrixelementes auf die 4^+ -Anregungswahrscheinlichkeit für verschiedene Projektile untersucht und die Ergebnisse in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Tab.1 : Anteil des direkten E4-Überganges bei der Anregung des 4^+ -Zustandes von ^{156}Gd in Abhängigkeit der Projektile ^4He , ^6Li , ^{16}O , ^{40}Ar und ^{84}Kr .

Projektile	$\frac{P_4(M(E4) \neq 0)}{P_4(M(E4) = 0)} - 1$ (%)
^4He	+ 11.96
^6Li	+ 6.90
^{16}O	+ 1.27
^{40}Ar	- 2.85
^{84}Kr	+ 0.45

Die Rechnung zur Bestimmung der günstigsten Projektile wurden für Einschußenergien unterhalb der Coulombbarriere durchgeführt.

Wie man aus Tabelle 1 erkennen kann, zeichnen sich die Alphateilchen vor allen anderen Projektile aus und sollen im folgenden zur Messung der Hexadekapolmomente benutzt werden. Bei noch leichteren Teilchen (^2H) ist der Wirkungsquerschnitt für Coulombanregung zu klein, für die schwereren Ionen ist die unerwünschte Doppelstufenanregung zu groß.

Zum Nachweis der gestreuten Alphateilchen ist die Wahl eines Rückwärtswinkels unbedingt notwendig, da diese Geometrie die folgenden Vorteile bietet:

- a) Bei 180° wächst die Anregungswahrscheinlichkeit des 2^+ - und 4^+ -Zustandes um drei Größenordnungen gegenüber einem Winkel von 20° , während der Rutherfordwirkungsquerschnitt den geringsten Wert hat (Fig.3).

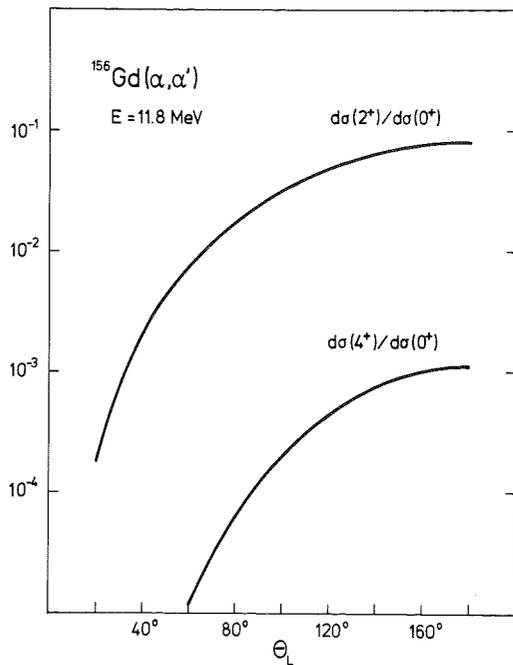


Fig.3 :

Berechnetes Wirkungsquerschnittsverhältnis $d\sigma(I^+)/d\sigma(0^+)$ als Funktion des Streuwinkels θ_L .

- b) Die kinetische Verbreiterung der Peaks ist am kleinsten und
- c) die kinetische Trennung von Verunreinigungsli-nien ist unter Rückwärtswinkeln maximal.
- Der größte realisierbare Winkel bei dem noch zu beschreibenden Coulombanregungsexperiment war 160° .

4. Messung von Quadrupol- und Hexadekapolmomenten an deformierten Kernen gerader Massenzahl

4.1 Experimentelle Methode

Die Coulombanregungsexperimente zur Bestimmung von Hexadekapolmomenten wurden am Van de Graaff Beschleuniger der Universität Frankfurt mit einem $^4\text{He}^{++}$ -Strahl durchgeführt. Eine Strahlenergie von 11,5 MeV, 11,8 MeV und 13 MeV war für die Isotope ^{150}Nd , $^{154,156}\text{Gd}$ und $^{172,174,176}\text{Yb}$ gewählt worden. Die Targets von $10\text{--}20\ \mu\text{g}/\text{cm}^2$ Dicke wurden durch Aufdampfen hochangereicherter Substanzen auf $20\ \mu\text{g}/\text{cm}^2$ dicke Kohlenstoffolien hergestellt. Einzelheiten der Targetpräparation sind aus einer früheren Arbeit (Wol-73) zu ersehen. Der Reinheitsgehalt des Isotopenmaterials war besser als 96%, mit Ausnahme von ^{156}Gd , dessen Anreicherung 93,6% betrug.

Die gestreuten Alphateilchen wurden mit einem Si-Oberflächensperrschichtdetektor, der auf -40°C gekühlt wurde, unter einem Laborwinkel von 160° registriert. Eine schematische Darstellung der experimentellen Anordnung ist in Fig 4 zu sehen.

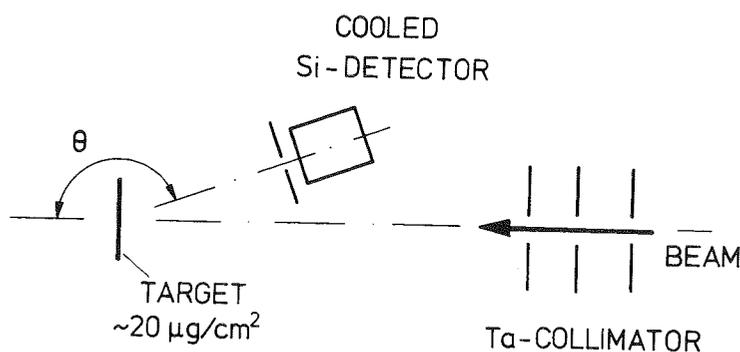


Fig.4 : Schematische Darstellung der experimentellen Anordnung

Dank einer guten Strahlführung und der Benutzung einer Gegenspannung am Target zur Verhinderung der Emission

von Sekundärelektronen verhält sich das Maximum des elastischen Peaks zum Untergrund wie 20 000 : 1, was man aus den nachfolgenden Spektren erkennen kann (Fig.5). Die Meßzeit je Spektrum betrug bei einem Strahlstrom von 350 nA durchschnittlich 36 Stunden, wobei ein PDP8-Computer als Datenspeicher diente. Bei einer Alphaein-schußenergie von 11,8 MeV wurde in Routinemessungen ein Energieauflösungsvermögen von etwa 19 keV erzielt.

Die Anregung von Zuständen der Beta-, Gamma- und Ok-tupolvibrationsbande wurde ebenfalls bei unseren Mes-sungen beobachtet. Diese Ergebnisse werden in Kap.6 behandelt.

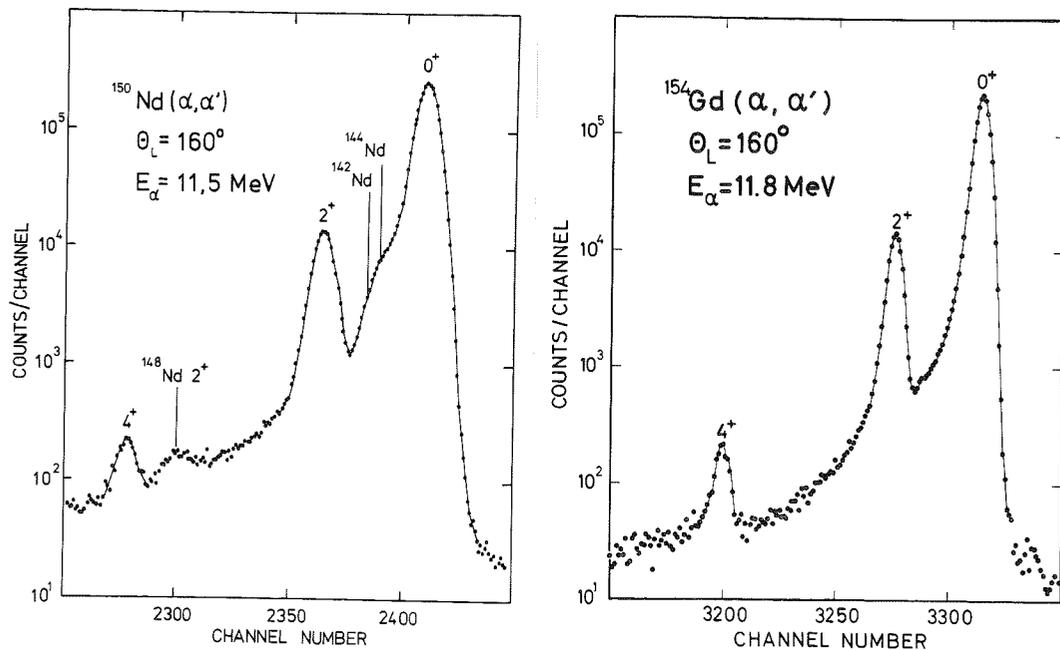


Fig.5a : Spektren der an ^{150}Nd und ^{154}Gd gestreuten Alpha-teilchen.

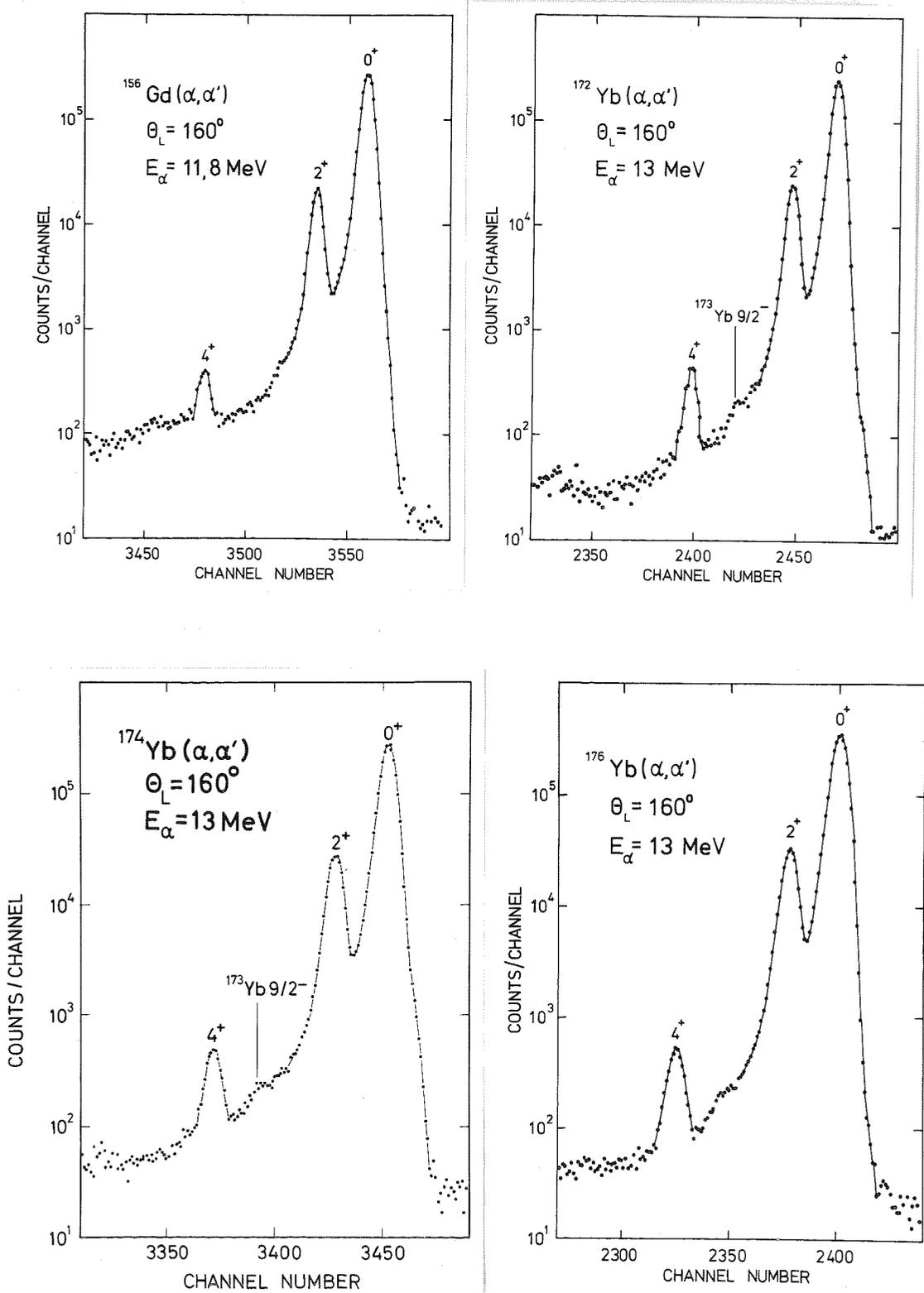


Fig.5b : Spektren der an ¹⁵⁶Gd und ^{172, 174, 176}Yb gestreuten Alphateilchen.

4.2 Bestimmung der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten

Der erste Schritt der Datenanalyse besteht in der Subtraktion von Beiträgen, die sich durch elastische und inelastische Streuung an Verunreinigungen ergeben. Die Subtraktion der im Targetmaterial vorhandenen Fremdstoffen wurde aufgrund einer vom Hersteller (Oak-Ridge National Laboratory) mitgelieferten quantitativen Analyse durchgeführt.

Da die Messung des Hexadekapolmomentes von der Genauigkeit abhängig ist, mit der man die Intensitäten der einzelnen Peaks bestimmt, wurden zwei Computerprogramme entwickelt, wobei das erste das Intensitätsverhältnis zwischen dem 0^+ - und 2^+ -Peak ermittelt, während das zweite den Flächeninhalt des 4^+ -Peaks bestimmt.

Zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittsverhältnisses $V = P_{2^+}/P_{0^+}$ zwischen dem 2^+ - und 0^+ -Zustand der Grundzustandsrotationsbande wurde angenommen, daß die Linienform des 2^+ -Peaks die gleiche ist, wie die des 0^+ -Peaks, was bei einem Peakabstand von 100 keV gegenüber der Teilchenenergie von 10 MeV gerechtfertigt sein dürfte. Das gemessene Spektrum $r(x)$ ist eine Überlagerung der beiden Peaks. Daher gilt

$$(4) \quad r(x) = f(x) + V f(x + d)$$

wobei $f(x)$ die unbekannte Linienform und d der Peakabstand ist. Löst man Gleichung 4 nach $f(x)$ auf, so kann die Linienform, die eine starke Funktion des Intensitätsverhältnisses V ist, aus dem Teilchenspektrum berechnet werden. Dieses Verfahren der Peakseparation wird in der Diplomarbeit von W. Wilcke (Wil-73) ausführlich behandelt.

Die beiden Parameter, die in diese Rechnung eingehen, sind der Abstand d zwischen den beiden Peaks und das Intensitätsverhältnis $V = P_{2^+}/P_{0^+}$. Das Spektrum der separierten Peaks erscheint zur visuellen Kontrolle auf

dem Bildschirm eines PDP 15-Computers. Das optimale Peakflächenverhältnis V_{opt} ist dann gegeben, wenn die Flanke des berechneten Peaks einen physikalisch sinnvollen Anstieg zeigt. Die Genauigkeit, mit der man beide Peaks trennen kann, zeigt Fig. 6 am Beispiel von ¹⁵⁴Gd.

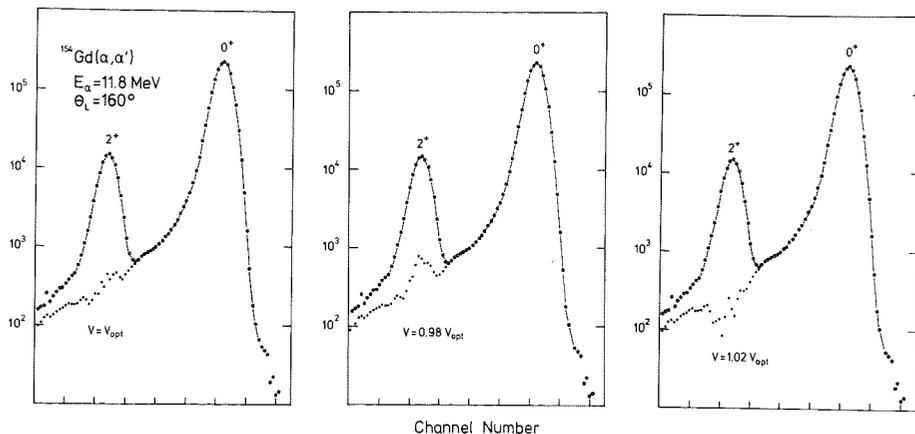


Fig. 6 : Trennung des elastischen (0^+) vom inelastischen (2^+) Peak bei verschiedenen Intensitätsverhältnissen $V = I(2^+)/I(0^+)$.

Variiert man das Intensitätsverhältnis V nur um 2% vom optimalen Wert, so entstehen bereits Beulen und Senken am niederenergetischen Teil des 0^+ -Peaks.

Die 4^+ -Intensität erhält man durch Bestimmung des Untergrundes unter dem 4^+ -Peak mit einem Polynomfit vierten Grades.

Die experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten wurden relativ zur elastischen Streuung bestimmt und zwar durchschnittlich auf 1,5% Genauigkeit für den 2^+ -Zustand und auf 3-4% für den 4^+ -Zustand. Diese Fehler enthalten die Unsicherheiten bei der Untergrundsubtraktion und bei der Anpassung der Peakgestalt.

5. Auswertung, Ergebnisse und Diskussion

5.1 Theorie der Coulombanregung

Nach Durchführung der Coulombanregungsmessungen und Bestimmung der experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten stellt sich die Frage, wie man aus diesen Daten reduzierte Übergangsmomente extrahieren kann.

Dominiert die Einstufenanregung (wie zum Beispiel bei hochliegenden Energieniveaus, die durch leichte Projektile angeregt werden und deren Anregungswahrscheinlichkeit klein ist) so ist die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit, $B(E\lambda)$ direkt proportional zum Wirkungsquerschnitt und kann mit einer semiklassischen oder quantenmechanischen Formel berechnet werden. Für multiple Coulombanregung ist die Benutzung einer Störungsrechnung höherer Ordnung oder ein Coupled Channel Programm notwendig, das alle Komponenten einer Anregung berücksichtigt. Obwohl der Beitrag des E4-Matrixelementes zur Anregung des 4^+ -Zustandes nur durch Lösung des kompletten Satzes von gekoppelten Gleichungen für die Anregungsamplituden bestimmt werden kann, ermöglicht die Betrachtung des einfachen Falles einer Targetanregung (Anregung des 0^+ -, 2^+ - und 4^+ -Zustandes) durch ${}^4\text{He}$ -Ionen in der störungstheoretischen Behandlung einige Einblicke in diesen Anregungsmechanismus; die endgültige Analyse wird mit einem Coupled Channel Programm durchgeführt. In der Störungsrechnung werden nur Prozesse erster und zweiter Ordnung berücksichtigt; der Beitrag des Interferenzterms zwischen erster und dritter Ordnung, der oftmals von der gleichen Größenordnung ist wie die Doppelstufenanregung, kann vernachlässigt werden, da bei dem vorliegenden Experiment der direkte E4-Übergang sehr schwach ist.

Benutzt man die Formulierung von Alder, Roesel und Morf (Ald-72), so läßt sich die 4^+ -Anregungswahrscheinlich-

keit als Summe von Doppelstufenanregung, Interferenz und Einstufenanregung in Störungsrechnung zweiter Ordnung schreiben.

$$(5) \quad P_4 = A \langle 4 \| M(E2) \| 2 \rangle^2 \langle 2 \| M(E2) \| 0 \rangle^2 \\ + B \langle 4 \| M(E2) \| 2 \rangle \langle 2 \| M(E2) \| 0 \rangle \langle 4 \| M(E4) \| 0 \rangle \\ + C \langle 4 \| M(E4) \| 0 \rangle^2$$

Dabei ist

$$A = (\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)})^2 (\chi_{2 \rightarrow 4}^{(2)})^2 \tilde{\pi}_4(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta) \\ B = (\chi_{0 \rightarrow 4}^{(4)}) (\chi_{0 \rightarrow 2}^{(2)}) (\chi_{2 \rightarrow 4}^{(2)}) d(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta) / \tilde{\pi}_4(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta) \\ C = (\chi_{0 \rightarrow 4}^{(4)})^2 a(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta) / \tilde{\pi}_4(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta)$$

mit dem Stärkeparameter der Coulombanregung

$$\chi_{I_0 \rightarrow I}^{(\lambda)} = \frac{\sqrt{16\tilde{\pi}} (\lambda-1)!}{(2\lambda+1)!!} \frac{Z_1 e}{\hbar(v_{I_0} v_I)^{1/2}} \frac{1}{a^\lambda \sqrt{2I_0+1}} ; a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{m v_0 v}$$

Die Werte für $\tilde{\pi}_4(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta)$, $d(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta)$ und $a(\xi_1, \xi_2, \eta, \theta)$ sind bei Alder (Ald-72) tabelliert und können aus der Kinematik des Experimentes berechnet werden.

Mit Gleichung 5 erhält man den gewünschten Zusammenhang zwischen der Anregungswahrscheinlichkeit P_4 des 4^+ -Zustandes und dem E4-Matrixelement. Die Bestimmung des Hexadekapolmomentes geschieht nun am besten in der Weise, daß man mit den gegebenen E2-Matrixelementen die Funktion $P_4 = P_4(M(E2), M(E4))$ graphisch darstellt und mit dem experimentellen Wert vergleicht. Bei der Verwendung von Störungsrechnung zweiter Ordnung ist diese Funktion eine Parabel.

Bevor jedoch das Quadrupol- und Hexadekapolmoment aus den gemessenen Anregungswahrscheinlichkeiten bestimmt werden kann, müssen zwei prinzipielle Fragen beantwortet werden :

- 1) Wie erhält man das zur Auswertung des 4^+ -Wirkungsquerschnittes wichtige Matrixelement $\langle 4 \| M(E2) \| 2 \rangle$ und ist
- 2) eine semiklassische oder quantenmechanische Analyse notwendig?

Da der Einfluß der E4-Matrixelemente auf die Anregungswahrscheinlichkeit P_2 des 2^+ -Zustandes verschwindend klein ist, kann man aus dem gemessenen 2^+ -Wirkungsquerschnitt das Matrixelement $\langle 2 || M(E2) || 0 \rangle$ bestimmen. Die Anregung des 4^+ -Zustandes erfolgt dagegen zu 80% über eine E2-Doppelstufenanregung, so daß man die reduzierten E2-Übergangswahrscheinlichkeiten möglichst genau kennen muß, da schon geringe Abweichungen der E2-Matrix zu großen Änderungen in der 4^+ -Anregungswahrscheinlichkeit führen. Sofern die E2-Matrixelemente nicht aus anderweitigen Experimenten bekannt sind, müssen sie mit Hilfe eines kollektiven Kernmodells aus dem Quadrupolmoment berechnet werden. Die Gültigkeit der benutzten Kernmodelle wird an den in letzten Jahren durchgeführten Coulombanregungsexperimenten mit schwereren Ionen überprüft, deren Ziel die Anregung höherer Zustände war und die Bestimmung einiger $B(E2, I \rightarrow I-2)$ -Werte ermöglichte. Einzelheiten der Kernmodelle werden in Kap 5.2 diskutiert.

Zur Beantwortung der zweiten Frage soll die semiklassische und quantenmechanische Theorie der Coulombanregung kurz beschrieben werden.

5.1.1 Semiklassische und quantenmechanische Theorie der Coulombanregung

Betrachtet man die semiklassische Theorie der Coulombanregung von Alder und Mitarbeitern (Ald-56), so sind folgende Annahmen gemacht worden :

- 1) Die beim Stoß übertragene Anregungsenergie ΔE soll klein gegen die relative kinetische Energie des Systems sein, und
- 2) das Projektil soll als Punktladung angesehen werden. Die erste Bedingung ist im allgemeinen in guter Näherung erfüllt, während die zweite Annahme nur dann gerechtfertigt ist, wenn das Projektil mit einer Genauigkeit lokalisiert werden kann, die groß ist gegenüber

typischen Bahndimensionen. Als Maß für die Gültigkeit dieser Annahme verwendet man den Sommerfeldparameter η , der definiert ist als das Verhältnis des halben Abstandes dichtester Annäherung zwischen Projektil und Target a , zur de Broglie-Wellenlänge λ des Projektils für $r_p \rightarrow \infty$.

$$(7) \quad \eta = \frac{a}{\lambda} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v_\infty}$$

Für $\eta \gg 1$ ist $\lambda \ll a$ und damit eine semiklassische Behandlung zulässig. Bei einem Sommerfeldparameter von $\eta = 11-13$, der durch die experimentellen Bedingungen der hier beschriebenen Coulombanregungsmessungen festgelegt ist, dürften quantenmechanische Effekte im Hinblick auf die geforderte Genauigkeit nicht vernachlässigbar sein.

Mathematische Einzelheiten zur semiklassischen Theorie der Coulombanregung findet man in Übersichtsartikeln (Ald-56, -60) und wurden ebenfalls vom Autor bereits beschrieben (Wol-73).

Während man bei der semiklassischen Theorie lediglich den Kern quantenmechanisch behandelt und das Projektil als Generator einer zeitabhängigen Störung ansieht, wird in der quantenmechanischen Theorie der Coulombanregung (Smi-68) die Schrödingergleichung des Gesamtsystems aufgestellt und die Eigenfunktionen gesucht, aus denen man den Wirkungsquerschnitt berechnet. Bei der numerischen Lösung traten erhebliche Konvergenzprobleme auf, da das Wechselwirkungspotential langreichweitig ist (numerische Integration bis 300 fm), was sich in langen Rechenzeiten bemerkbar macht. Zur Auswertung der experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten wurden hier insgesamt 400 Partialwellen berücksichtigt, wobei allerdings nur die ersten 35 durch Lösung des gekoppelten Gleichungssystems berechnet wurden, die übrigen erhält man durch Störungsrechnung erster Ordnung; durch dieses Verfahren verliert

man keine wesentliche Genauigkeit (s. Wol-73: Fig.7), erspart aber extrem viel Rechenzeit.

Bei der Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeiten mit dem quantenmechanischen Coupled Channel Programm wurden alle reduzierten Matrixelemente zwischen den Niveaus 0^+ , 2^+ und 4^+ berücksichtigt. Abweichungen der berechneten Wirkungsquerschnitte durch Zustände mit höheren Anregungsenergien, wie z.B. den Einschluß des 6^+ -Zustandes, der das 4^+ -Niveau entvölkert und zu einer Verkleinerung der P_{γ} -Anregungswahrscheinlichkeit führt, wurden in einer Analyse mit dem semiklassischen Winther de Boer Coulombanregungsprogramm untersucht. Der Einfluß der verschiedenen Korrekturen war vernachlässigbar klein, wie man aus Tabelle 2 erkennen kann.

Tab.2 : Korrekturen (in Prozent) der berechneten Anregungswahrscheinlichkeiten (Dreineiveaurechnung) von ^{154}Gd durch Berücksichtigung weiterer Zustände.

	P_{0^+}	P_{2^+}	P_{4^+}
6^+ -Zustand	-	-	-1.13
Betabande	-	-0.20	+0.23
Gammabande	-0.07	+0.33	+0.64
K=0 Oktupolbande	-0.01	+0.02	+0.02
zusammen	-0.08	+0.15	-0.24

5.1.2 Vergleich der beiden Theorien

Die Unterschiede zwischen den einzelnen Coulombanregungstheorien wurden in einer früheren Veröffentlichung (Wol-74) diskutiert und sollen hier nur kurz erläutert werden.

Die Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeiten aus den reduzierten Matrixelementen wurden mit dem semiklassischen Winther-de Boer Programm (die Ergebnisse dieser Rechnung werden in Fig.7 mit SC bezeichnet), einem quantenmechanischen Programm in zweiter Störungsrechnung (SOPT), das in Kap. 5.1 beschrieben wurde, und einem quantenmechanischen Coupled Channel Programm (QMCC, Pel-73) durchgeführt.

Aus der gemessenen Anregungswahrscheinlichkeit des 2^+ -Zustandes bestimmt man das Matrixelement $\langle 2 // M(E2) // 0 \rangle$, mit dem man im Rahmen eines kollektiven Kernmodells (Kap. 5.2) die gesamte E2-Matrix festlegt. QMCC und SC liefern für das $M(E2)$ -Matrixelement etwa um 1% unterschiedliche Werte und lassen den Schluß zu, daß bei Einstufenprozessen die semiklassische Theorie eine gute Näherung ist.

Zur Bestimmung des Hexadekapolmomentes wurde ein graphisches Verfahren verwendet. Fig.7 zeigt für ¹⁵⁶Gd die Anregungswahrscheinlichkeit des 4^+ -Zustandes in Abhängigkeit des reduzierten Matrixelementes $\langle 4 // M(E4) // 0 \rangle$, berechnet mit den drei Programmen SC-SOPT-QMCC. Sowohl bei der semiklassischen als auch bei der quantenmechanischen Auswertung ist die Funktion $P_4 = P_4(M(E2), M(E4))$ einer Parabel sehr ähnlich, woraus man schließen kann, daß die Störungsrechnung zweiter Ordnung eine brauchbare Beschreibung des Anregungsprozesses ist. Die quantenmechanischen Korrekturen führen jedoch zu einer Verringerung der 4^+ -Anregungswahrscheinlichkeit um etwa 7% gegenüber der semiklassischen Theorie. Diese starke Absenkung von QMCC gegenüber SC macht eine quantenmechanische Be-

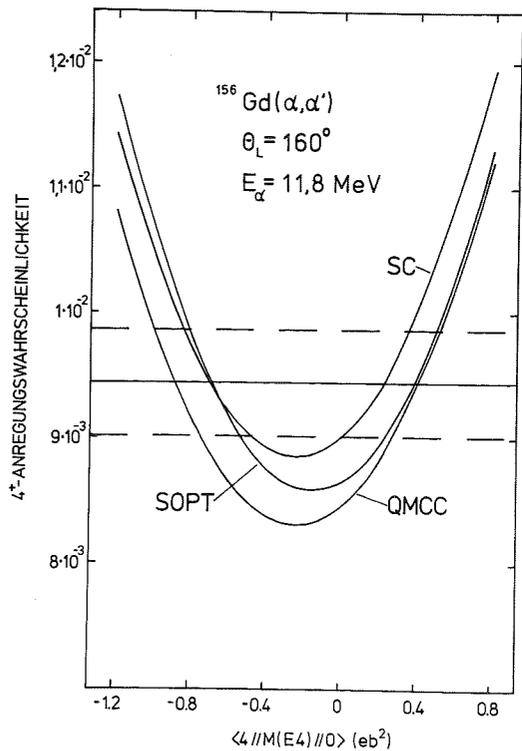


Fig. 7 :

Anregungswahrscheinlichkeit für das 4^+ -Niveau in Abhängigkeit vom reduzierten Matrixelement $\langle 4//M(E4)//0 \rangle$, berechnet mit drei Programmen SC-SOPT-QMCC. Die waagerechte Gerade ist der experimentelle Wert mit Fehlerbreite (gestrichelte Linie).

rechnung der Wirkungsquerschnitte notwendig.

Die Waagerechte in Fig.7, die die Parabel an zwei Punkten schneidet, gibt den experimentellen Wert für die Anregungswahrscheinlichkeit des 4^+ -Zustandes wieder. Im folgenden wird stets die positive Lösung für das reduzierte Matrixelement $\langle 4//M(E4)//0 \rangle$ gewählt. Die Festlegung des Vorzeichens wird in Kap. 5.4 noch näher begründet.

Abschließend sollen die Ergebnisse der quantenmechanischen Rechnungen in zweiter Ordnung Störungstheorie (SOPT) mit denen der QMCC-Rechnungen verglichen werden: Im interessierenden Bereich unterscheiden sich beide Kurven nur um wenige Prozent, so daß SOPT in sehr guter Näherung zur Auswertung von Coulombanregungsexperimenten der hier beschriebenen Art herangezogen werden kann.

5.2 Kollektive Kernmodelle

5.2.1 Modell des starren Rotators

Das einfachste kollektive Kernmodell für deformierte Kerne ist das des starren Rotators. Hierbei nimmt man an, daß die innere Struktur des Kernes von der Rotation nicht beeinflußt wird, und daß jedes E2-Matrixelement dem Quadrupolmoment proportional ist, wobei der Proportionalitätsfaktor im wesentlichen ein Clebsch-Gordon Koeffizient ist:

$$(8) \quad \langle I_f // M(E\lambda) // I_i \rangle = \sqrt{2I_i + 1} \quad (I_i \lambda 00 / I_f 0) \langle K=0 // M(E\lambda, 0) // K=0 \rangle$$

Der Spezialfall $I_i = 0, I_f = \lambda$ ist von besonderem Interesse - man erhält aus Gleichung (8) :

$$(9) \quad \langle \lambda // M(E\lambda) // 0 \rangle = \langle K=0 // M(E\lambda, 0) // K=0 \rangle$$

Das Ziel, das Hexadekapolmoment zu finden, ist also gleichbedeutend mit der Bestimmung des reduzierten Matrixelementes $\langle 4 // M(E4) // 0 \rangle$.

Im mittleren Bereich der Lanthaniden ($154 < A < 186$) wurde die Gültigkeit dieses Kernmodells an den Energieniveaus (Fig.8), der Änderung des mittleren quadratischen Radius (Fig.9) und dem Verhältnis der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten (Fig.10) überprüft.

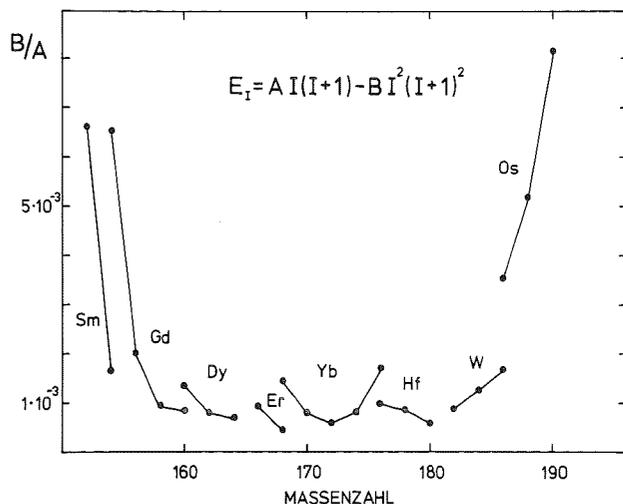


Fig.8 :

Abweichung der experimentellen Energieniveaus ($2^+, 4^+$) vom $I(I+1)$ -Gesetz.

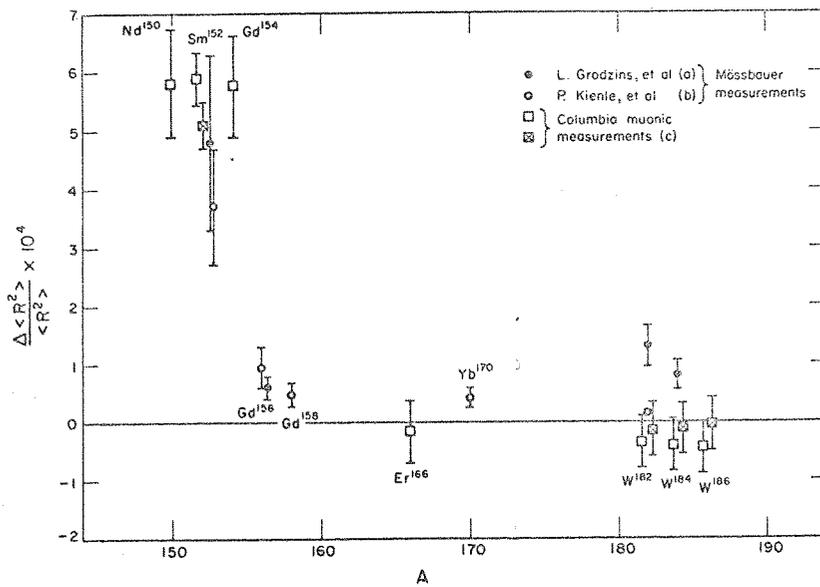


Fig.9 : Änderung des mittleren quadratischen Radius ($\Delta\langle R^2 \rangle / \langle R^2 \rangle$) als Funktion der Massenzahl A (Zeichnung entnommen Ber-68).

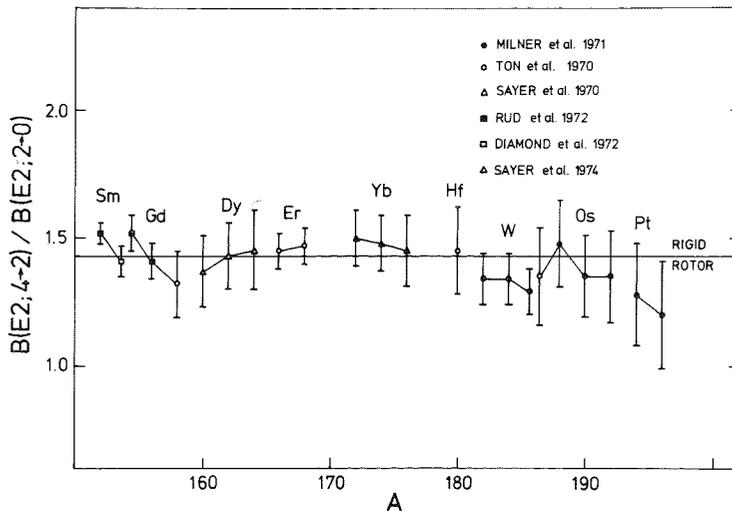


Fig.10 : Gemessene B(E2)-Werte - verglichen mit dem Wert des starren Rotators.

Lediglich für die Kerne im Grenzbereich dieses deformierten Gebietes wurden beachtliche Abweichungen von den theoretischen Vorhersagen beobachtet. Für die Kerne mit der Neutronenzahl $N=90$ - ¹⁵⁰Nd, ¹⁵²Sm und ¹⁵⁴Gd - nehmen die Abweichungen mit größer werdendem Spin zu, was man

in Fig.11 am Beispiel von ¹⁵²Sm sehen kann. Diese Kerne liegen im Übergangsgebiet zwischen sphärischen und stark deformierten Kernen und können weder durch das einfache Rotations- noch Vibrationsmodell beschrieben werden.

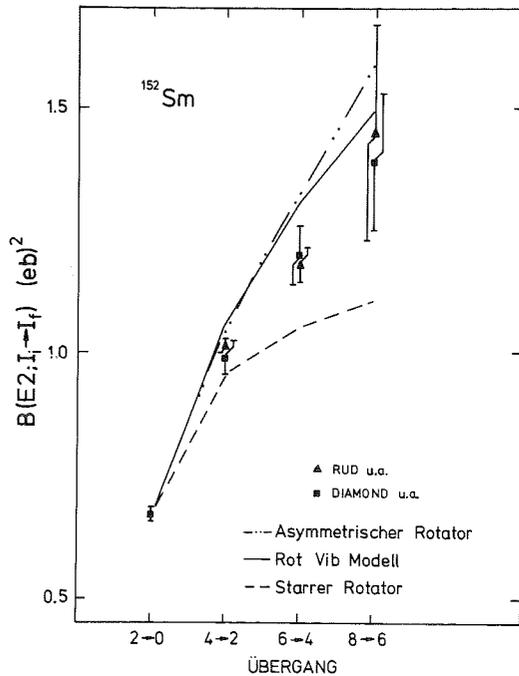


Fig.11 :

Vergleich gemessener Übergangsmomente (Dia-71, Rud-72) mit berechneten Werten nach dem Modell des starren Rotators, dem Rotations-Vibrationsmodell und dem Modell des asymmetrischen Rotators.

5.2.2 Modell des asymmetrischen Rotators und das Rotations-Vibrationsmodell

Andere Kernmodelle, wie das Rotations-Vibrationsmodell von Faessler und Greiner (Fae-65) oder das Modell des asymmetrischen Rotators von Davydow (Dav-66), sagen die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten wesentlich besser voraus (Fig.11). Die Übereinstimmung mit den experimentellen B(E2)-Werten reicht jedoch nicht aus, um die Hexadekapolmomente zu bestimmen, da schon kleine Änderungen der E2-Matrix die Auswertung der 4⁺-Anregungswahrscheinlichkeit empfindlich beeinflussen. Berechnet man zum Beispiel die E2-Matrixelemente der "weichen" Kerne (¹⁵⁰Nd, ¹⁵²Sm, ¹⁵⁴Gd) fälschlicherweise mit dem Rotatormodell, so vergrößern sich die E4-Matrixelemente um durchschnittlich 24%.

5.2.3 Modifiziertes Rotations-Vibrationsmodell

Im Rotations-Vibrationsmodell von Faessler (Fae-65) wurden die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten als Funktion des β_2 -Deformationsparameters bestimmt. Bei dieser Rechnung wurde die Annahme einer homogenen Ladungsverteilung vorausgesetzt und die kollektiven Variablen nur bis zur zweiten Ordnung berücksichtigt. Wir haben jedoch festgestellt, daß Terme dritter Ordnung die $B(E2)$ -Werte bis zu 4% beeinflussen - experimentell sind diese Größen auf etwa 2% genau bestimmbar. Außerdem zeigen Elektronenstreuexperimente, z.B. Ber-72, daß eine Fermiladungsverteilung die experimentellen Werte besser erklären kann.

Aus diesen Gründen wurden in dieser Arbeit die oben erwähnten Annahmen fallengelassen und die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten als Funktion innerer Matrixelemente berechnet, um den Begriff der experimentell nicht unmittelbar faßbaren Deformationsparameter zu vermeiden. Hierzu verwenden wir die exakte Rot-Vib-Wellenfunktion (Fae-65). Die Basiszustände der Theorie sind durch das direkte Produkt eines Vibrationszustandes $|Kn_2 n_0\rangle$ und eines Rotationszustandes gegeben,

$$(10) \quad |IMKn_2 n_0\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2} \frac{1}{1+\delta_{K,0}}} \left(D_{MK}^I + (-)^I D_{M-K}^I \right) |Kn_2 n_0\rangle$$

wobei die Basis der gestörten Wellenfunktion $|\widetilde{IMKn_2 n_0}\rangle$ auf die Grundzustandsbande $|IM000\rangle$, die Gammabande $|IM200\rangle$ und die Betabande $|IM001\rangle$ beschränkt ist.

$$(11) \quad |\widetilde{IMKn_2 n_0}\rangle = A_1(I) |IM000\rangle + A_2(I) |IM200\rangle + A_3(I) |IM001\rangle$$

Die Amplituden $A_i(I)$ der Basisfunktionen sind in der Arbeit von Faessler tabelliert und können mit den modellabhängigen Parametern $\epsilon \sim \frac{\hbar}{\Theta}$, $E_\beta = E_{0\beta}^*$, $E_\gamma \sim E_{2\gamma}^* - \frac{\hbar}{\Theta}$, die man an drei Energieniveaus anpaßt, bestimmt werden. Bei der Berechnung der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeit

als Funktion innerer Matrixelemente wird nur die Integration über die Eulerwinkel durchgeführt und man erhält :

$$\begin{aligned}
 \langle f \| M(E2) \| i \rangle = & \sqrt{2I_i + 1} \left\{ A_1(I_i) A_1(I_f) (I_i 200 / I_f 10) \langle 000 / M(E2, 0) / 000 \rangle \right. \\
 & + A_1(I_i) A_2(I_f) (I_i 22-2 / I_f 10) \sqrt{2} \langle 000 / M(E2, -2) / 200 \rangle \\
 & + A_1(I_i) A_3(I_f) (I_i 200 / I_f 10) \langle 000 / M(E2, 0) / 001 \rangle \\
 & + A_2(I_i) A_1(I_f) (I_i 202 / I_f 12) \sqrt{2} \langle 200 / M(E2, 2) / 000 \rangle \\
 & + A_2(I_i) A_2(I_f) (I_i 220 / I_f 12) \langle 200 / M(E2, 0) / 200 \rangle \\
 & + A_3(I_i) A_1(I_f) (I_i 200 / I_f 10) \langle 001 / M(E2, 0) / 000 \rangle \\
 & \left. + A_3(I_i) A_3(I_f) (I_i 200 / I_f 10) \langle 001 / M(E2, 0) / 001 \rangle \right\}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Die so bestimmten inneren Matrixelemente werden an die drei folgenden B(E2)-Werte angepaßt: $B(E2; 0_g \rightarrow 2_g)$, $B(E2; 0_g \rightarrow 2_\beta)$ und $B(E2; 0_g \rightarrow 2_\beta)$. In guter Näherung (s. Kap. 6) kann für die Beta- und Gammabande das gleiche innere Quadrupolmoment wie in der Grundzustandsbande vorausgesetzt werden. Übergänge zwischen der Beta- und Gammabande konnten bei der Berechnung der reduzierten Matrixelemente nicht berücksichtigt werden, da keine Information über diese Werte vorliegen. Abschätzungen lassen jedoch erkennen, daß deren Einflüsse für Übergangswahrscheinlichkeiten innerhalb der Grundzustandsbande vernachlässigbar klein sind.

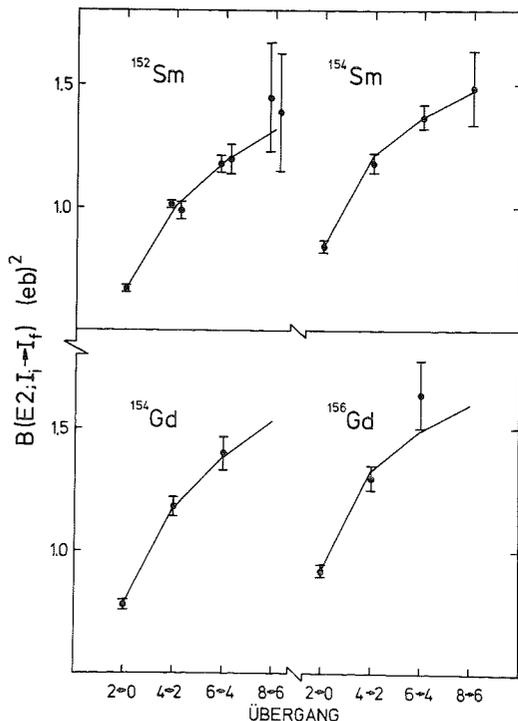


Fig.12 :

Vergleich der berechneten Übergangswahrscheinlichkeiten innerhalb der Grundzustandsbande mit experimentellen Daten (Dia-71, Rud-72, Dia-72)

Fig.12 zeigt die gute Übereinstimmung der gemessenen $B(E2)$ -Werte innerhalb der Grundzustandsbande mit den theoretischen Vorhersagen. Das Modell ist nicht nur für die "weichen" Rotatoren ^{152}Sm und ^{154}Gd anwendbar, sondern geht für schwerere Kerne (^{154}Sm , ^{156}Gd) in den starren Rotator über.

In den vorliegenden vier Fällen liefert der erste Summand der Gleichung 12, der für $A_1(I_f) = A_1(I_i) = 1$ in die Rotatorbeziehung übergeht, den größten Beitrag zur reduzierten Übergangswahrscheinlichkeit. Will man die Abweichung vom Rotatormodell angeben, so muß man für jedes Niveau die Amplituden $A_i(I)$ aus den Tabellen von Faessler (Fae-65) bestimmen. Eine erste Abschätzung der Rotations-Vibrationswechselwirkung erhält man durch Benutzung der Amplituden $A_i(I)$ in Störungsrechnung (Gre-70). Für die Übergänge innerhalb der Grundzustandsbande gilt :

$$A_1(I) = 1$$

$$(13) \quad A_2(I) = \frac{\varepsilon}{E_\gamma - 2\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{E_\gamma}} (1/2\sqrt{2}) \sqrt{(I+2)(I+1)I(I-1)}$$

$$A_3(I) = \frac{\varepsilon}{E_\beta} \sqrt{\frac{3\varepsilon}{2E_\beta}} I(I+1)$$

$$\text{mit } |A_2(I)|^2 + |A_3(I)|^2 \ll 1$$

Ist die Wechselwirkung mit der Beta- und Gammabande nur eine kleine Störung der Grundzustandsbande, so kann die folgende Formel abgeleitet werden :

$$\frac{B(E2; I \rightarrow I-2)}{B(E2; 2 \rightarrow 0)} = \frac{(I200/I-2, 0)^2}{(2200/00)^2} \left\{ \frac{1 + 1/2(\alpha_0 + \alpha_2) [I(I+1) + (I-2)(I-1)]}{1 + 3(\alpha_0 + \alpha_2)} \right\}^2$$

(14)

$$\text{mit } \alpha_0 = \frac{\varepsilon}{E_\beta} \sqrt{\frac{6\varepsilon}{E_\beta}} \sqrt{\frac{B(E2; 0_2 \rightarrow 2_\beta)}{B(E2; 0_g \rightarrow 2_g)}}; \quad \alpha_2 = \frac{\varepsilon}{E_\gamma - 2\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{3E_\gamma}} \sqrt{\frac{B(E2; 0_2 \rightarrow 2_\gamma)}{B(E2; 0_g \rightarrow 2_g)}}$$

Die Größen α_0 und α_2 beschreiben die Kopplung zwischen der Grundzustandsbande und der Betabande ($K=0$) beziehungsweise Gammabande ($K=2$). Wird der Abstand zwischen den Banden (E_β, E_γ) größer, so verringert sich die Kopplungsstärke. Für verschwindende Werte α_0 und α_2 können die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten durch das Rotatormodell bestimmt werden.

Die Kopplung ist also für die Veränderung der Kerngestalt in Zuständen mit hohem Drehimpuls verantwortlich. Je höher der Kern angeregt wird, um so größer werden die Abweichungen vom Rotatormodell. Diese Folgerung der Rotations-Vibrationswechselwirkung wird durch die gemessenen $B(E2)$ -Werte bestätigt (Fig. 11).

In diesem Zusammenhang soll das Bandmischungsmodell von Mottelson, zitiert in (Sym-67), erwähnt werden, das für Übergänge innerhalb der Grundzustandsbande eine Beziehung zwischen den $B(E2)$ -Werten liefert, die identisch mit Gleichung 14 ist, ohne jedoch eine Aussage über die Größe der Kopplungsstärke zu machen. Die beiden Parameter α_0 und α_2 werden an die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten angepaßt und bestimmen damit eine mögliche Abweichung vom Rotatormodell.

Tab. 3 : Vergleich der berechneten Kopplungsstärke mit experimentell angepaßten Werten. ($\alpha \triangleq \alpha \cdot 10^{-3}$)

	Rot-Vib-Modell			Experiment			
	α_0	α_2	$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2$	α_0	α_2	$\alpha = \alpha_0 + \alpha_2$	
¹⁵⁰ Nd	5.7	0.6	6.3	-	-	5.7	War-72
¹⁵² Sm	2.1	0.5	2.6	2.2±0.6	0.3	2.5±0.6 2.2±0.7	Rud-71 Dia-71
¹⁵⁴ Sm	0.5	0.2	0.7	-	-	0.6±0.6	Dia-72
¹⁵⁴ Gd	2.1	0.8	2.9	2.7±0.7	0.6	3.3±0.7 2.6±1.0	Rud-72
¹⁵⁶ Gd	0.4	0.3	0.7	0.1±0.1	-	0.1±0.1 1.5±1.6 0.6±0.6	Rud-72 War-72

Die Übereinstimmung der berechneten mit den ans Experiment angefitteten Werten ist sehr gut, wie man aus Tab.3 für den Anfangsbereich der Lanthaniden erkennen kann.

Mit dem Rotations-Vibrationsmodell existiert also ein einfach zu benutzendes Kernmodell, das nicht nur die Energieniveaus gut voraussagt (Fig.13), sondern auch die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten, die man in Abhängigkeit von inneren Matrixelementen berechnet und nicht wie in der Arbeit von Faessler als Funktion des β_2 -Deformationsparameters.

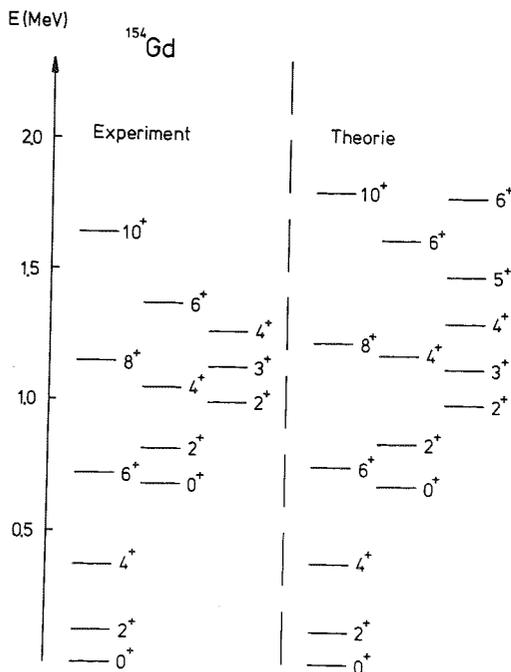


Fig.13 :

Vergleich der berechneten Energieniveaus mit dem Experiment.

In Fig.14 werden Matrixelemente zwischen der Grundzustandsbande und der Betabande mit den berechneten Werten verglichen. Ein kompletter Satz berechneter E2-Matrixelemente ist zusammen mit Ergebnissen aus Coulombanregungsexperimenten in Tab.4 angegeben. Die Anwendbarkeit des Rotations-Vibrationsmodells wurde sowohl an stark deformierten Kernen als auch an solchen im Übergangsbereich zwischen sphärischen und deformierten Kernen (Fig.15) überprüft. Für Kerne im mittleren Bereich der Lanthaniden weisen die theoretischen Vorhersagen keine Unterschiede zum Rotatormodell auf.

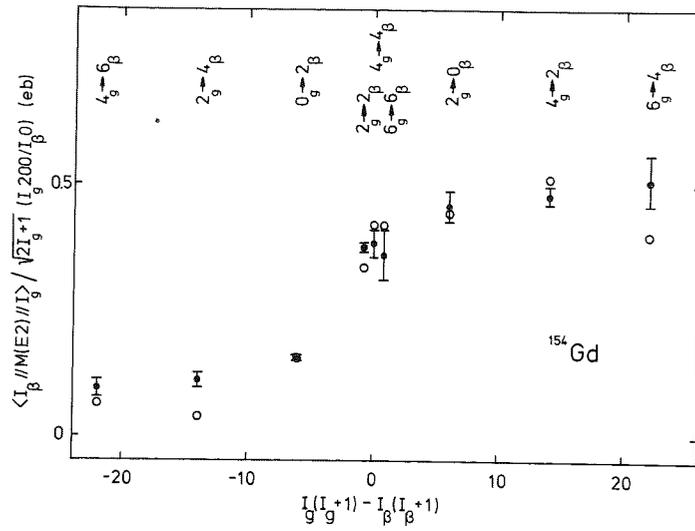


Fig.14 : Vergleich der theoretischen E2-Matrixelemente (dargestellt durch offene Kreise) für Übergänge zwischen der Grundzustands- und Betabande mit dem Experiment (Rud-71).

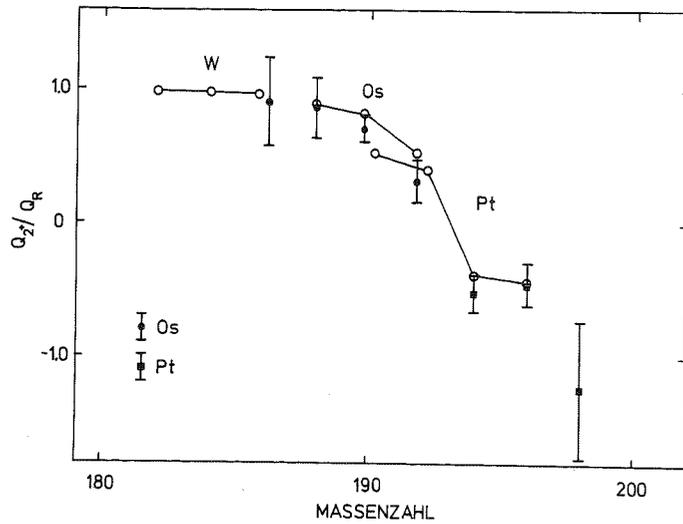


Fig.15 : Vergleich der theoretischen Quadrupolmomente (dargestellt durch offene Kreise) mit den experimentellen Daten (Chr-72).

Tab.4 : Vergleich der theoretischen und experimentellen E2-Matrixelemente für ¹⁵⁴Gd. Die eingeklammerten Werte basieren auf dem Rotatormodell.

Grundzustandsbande → Grundzustandsbande

I_i	I_f	Theo.	Exp.	I_i	I_f	Theo.	Exp.
0	2	(1.971)	1.971±0.029	2	2	-2.351	(-2.356)
2	4	3.247	3.256±0.053	4	4	-3.029	(-3.014)
4	6	4.244	4.268±0.107	6	6	-3.621	(-3.585)
6	8	5.102		8	8	-4.129	(-4.085)

Grundzustandsbande → Betabande

2	0	0.446	0.458±0.032	2	4	0.063	0.177±0.020
0	2	(0.155)	0.155±0.006	4	4	-0.641	-0.585±0.044
2	2	-0.398	-0.447±0.011	6	4	0.813	1.035±0.103
4	2	0.824	0.771±0.026	4	6	0.129	0.187±0.032
6	6	-0.757	-0.655±0.093				

Grundzustandsbande → Gammabande

0	2	(0.381)	0.381±0.009	2	4	0.268
2	2	0.583	0.559±0.015	4	4	0.676
4	2	0.216	0.213±0.007	6	4	0.513
2	3	-0.588		4	5	-0.555
4	3	-0.616		6	5	-0.837

	Theo.	Exp.
<u>B(E2; 3_γ → 2)</u>	0.911	0.952±0.051
B(E2; 3 _γ → 4)		
<u>B(E2; 4_γ → 6)</u>	0.576	0.43±0.07
B(E2; 4 _γ → 4)		
<u>B(E2; 4_γ → 2)</u>	0.157	0.156±0.020
B(E2; 4 _γ → 4)		

5.3 Bestimmung der E2- und E4-Matrixelemente

Die reduzierten Matrixelemente $\langle 2 // M(E2) // 0 \rangle$ und $\langle 4 // M(E4) // 0 \rangle$ können aus der gemessenen Anregungswahrscheinlichkeit des 2^+ - und 4^+ -Zustandes mit Hilfe des quantenmechanischen Coupled Channel Programmes bestimmt werden. Die E2-Matrixelemente, die alle Zustände verbinden und vom Coulombanregungsprogramm als Eingabedaten benutzt werden, kann man entweder mit der Rotatorbeziehung oder mit dem modifizierten Rotations-Vibrationsmodell aus dem Quadrupolmoment erhalten. Zur Berechnung der einzelnen E4-Matrixelemente wird das Modell des starren Rotators benutzt, da experimentell noch keine Abweichungen gefunden wurden. Die Anwendbarkeit dieses Modelles wird durch die großen $B(E4; 0 \rightarrow 4)$ Werte gerechtfertigt, die für ^{154}Gd einen Wert von 100 Einteilcheneinheiten übersteigen und andeuten, daß die Kerne ein höheres Deformationsmoment haben. Durch Vergleich der berechneten Anregungswahrscheinlichkeiten mit den gemessenen erhält man die in Tabelle 5 zusammengefaßten E2- und E4-Matrixelemente. Der Vollständigkeit halber wurden die Daten von Wilcke (Wil-73) und frühere Ergebnisse des Autors (Wol-73) in diese Tabelle mit aufgenommen. Die Genauigkeit der Resultate hängt bei gegebener Unsicherheit der 4^+ -Anregungswahrscheinlichkeit ganz entscheidend von der Krümmung der Parabel (Fig.7) am Schnittpunkt des rechten Astes mit dem experimentellen Wert ab. Bei einem hohen Anteil der E2-Doppelstufenanregung befindet sich der Schnittpunkt in dem flachen Teil der Parabel, was den Fehler stark vergrößert.

	$\langle 2 \ M(E2) \ 0 \rangle$	$\langle 4 \ M(E4) \ 0 \rangle$	Fermi β_2	Verteilung β_4	homogene β_2	Verteilung β_4
¹⁵⁰ Nd	1.650±0.012	0.30 ^{+0.06} _{-0.07}	0.267 ^{+0.006} _{-0.004}	0.053 ^{+0.019} _{-0.022}	0.241 ^{+0.005} _{-0.004}	0.054 ^{+0.020} _{-0.022}
¹⁵² Sm	1.864±0.017	0.46±0.08	0.278±0.006	0.088 ^{+0.023} _{-0.024}	0.250±0.006	0.088±0.023
¹⁵⁴ Sm	2.072±0.010	0.57±0.09	0.299 ^{+0.008} _{-0.007}	0.105 ^{+0.025} _{-0.026}	0.268 ^{+0.007} _{-0.008}	0.104±0.024
¹⁵⁴ Gd	1.958±0.011	0.64 ^{+0.06} _{-0.07}	0.268 ^{+0.005} _{-0.004}	0.130 ^{+0.015} _{-0.018}	0.240±0.005	0.129 ^{+0.016} _{-0.019}
¹⁵⁶ Gd	2.142±0.020	0.41 ^{+0.12} _{-0.18}	0.312 ^{+0.012} _{-0.008}	0.055 ^{+0.030} _{-0.046}	0.280 ^{+0.012} _{-0.008}	0.056 ^{+0.030} _{-0.046}
¹⁵⁸ Gd	2.244±0.018	0.39±0.13	0.326±0.009	0.043±0.035	0.299±0.010	0.044±0.035
¹⁶⁴ Dy	2.379±0.012	0.23 ^{+0.10} _{-0.12}	0.342±0.010	-0.006 ^{+0.025} _{-0.035}	0.313±0.010	-0.004±0.035
¹⁶⁶ Er	2.419±0.009	0.22 ^{+0.11} _{-0.16}	0.337 ^{+0.020} _{-0.010}	-0.010 ^{+0.028} _{-0.038}	0.308 ^{+0.020} _{-0.010}	-0.009 ^{+0.030} _{-0.040}
¹⁷² Yb	2.456±0.012	0.22 ^{+0.12} _{-0.18}	0.326 ^{+0.010} _{-0.008}	-0.008 ^{+0.027} _{-0.043}	0.292 ^{+0.010} _{-0.007}	-0.006 ^{+0.027} _{-0.040}
¹⁷⁴ Yb	2.439±0.012	0.21 ^{+0.14} _{-0.18}	0.322 ^{+0.010} _{-0.009}	-0.007 ^{+0.023} _{-0.051}	0.289 ^{+0.009} _{-0.007}	-0.007 ^{+0.030} _{-0.040}
¹⁷⁶ Yb	2.325±0.018	0.28 ^{+0.11} _{-0.20}	0.301 ^{+0.012} _{-0.007}	0.011 ^{+0.025} _{-0.046}	0.270 ^{+0.008} _{-0.006}	0.013 ^{+0.023} _{-0.033}

a) modifiziertes Rot-Vib-Modell

5.4 Wahl des Vorzeichens des E4-Matrixelementes

Aus der Anregungswahrscheinlichkeit des 4^+ -Zustandes können zwei unterschiedliche E4-Matrixelemente mit verschiedenen Vorzeichen extrahiert werden (Fig.7), ohne daß man auf Grund unserer Messung einen der beiden Werte ausschließen kann.

Eine Untersuchung der β_4 -Deformationsparameter, die man für beide Lösungen des Experimentes berechnen kann (vgl. Kap.5.5) zeigt, daß die negative Lösung zu Hexadekapoldeformationsparametern führt, die teilweise unvernünftig große Werte besitzen. In Tabelle 6 sind die Deformationsparameter von ^{172}Yb sowohl für die positive als auch für die negative Lösung des $\langle 4\|M(E4)\|0\rangle$ Matrixelementes angegeben. Die theoretischen Vorhersagen und die Ergebnisse der im folgenden kurz erwähnten Streuexperimente bei Energien oberhalb der Coulombbarriere zeichnen die β_4 -Deformationsparameter der positiven Lösung vor denen der negativen Lösung aus.

Tab.6 : Berechnung der Ladungsdeformationsparameter für beide Lösungen des E4-Matrixelementes im Falle von ^{172}Yb .

$\langle 4\ M(E4)\ 0\rangle$	Fermi-Ladungsverteilung	
	β_2	β_4
$+0.22^{+0.12}_{-0.18}$	$0.326^{+0.010}_{-0.008}$	$-0.008^{+0.027}_{-0.043}$
$-0.80^{+0.19}_{-0.13}$	$0.380^{+0.005}_{-0.008}$	$-0.258^{+0.048}_{-0.033}$

5.4.1 Methoden zur experimentellen Bestimmung des Vorzeichens

5.4.1.1 Messung der Interferenz zwischen elektromagnetischer- und Kernwechselwirkung

Es gibt zwei experimentelle Methoden, das Vorzeichen des E4-Matrixelementes zu bestimmen: 1) Interferenzmessung zwischen Coulomb- und direkter Kernwechselwirkung und 2) Coulombanregung mit schweren Ionen.

Aus der Abhängigkeit der destruktiven Interferenz von der Einschubenergie kann nicht nur die Größe, sondern auch das Vorzeichen der Hexadekapoldeformation bestimmt werden. Eine solche Messung wurde von Bemis (Bem-73) an ^{154}Sm , ^{166}Er und ^{182}W durchgeführt (Fig.16). Die Berechnung der Kurven zeigen, daß das negative Hexadekapolmoment (^{182}W) zu dem wesentlich tieferen Interferenzminimum für die 4^+ -Anregung gehört.

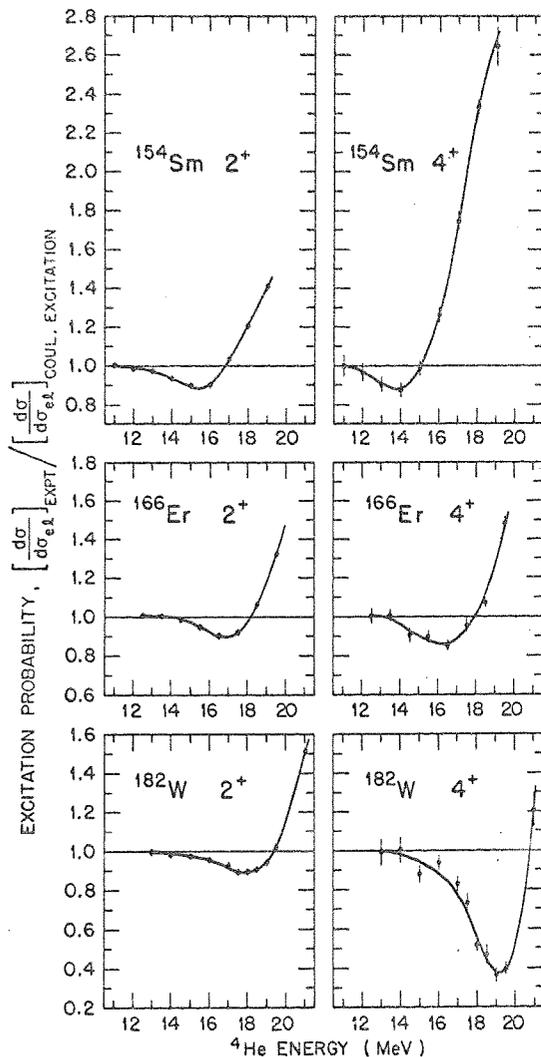


Fig.16 :

Anregungsfunktion für den 2^+ - und 4^+ -Zustand von ^{154}Sm , ^{166}Er und ^{182}W mit Alphateilchen (Bem-73).

5.4.1.2 Multiple Coulombanregung mit schweren Ionen

Eine der ersten Coulombanregungsexperimente mit ^{40}Ar wurden von Eichler (Eic-73) an ^{232}Th und ^{238}U durchgeführt. Die berechneten Anregungswahrscheinlichkeiten des 8^+ -, 10^+ - und 12^+ -Zustandes zeigen eine starke Abhängigkeit von der E4-Matrix (Fig.17) und erlauben eine eindeutige Bestimmung des Vorzeichens. Für beide Kerne erfüllt die positive Lösung des E4-Matrixelementes die ^4He - und ^{40}Ar Ergebnisse.

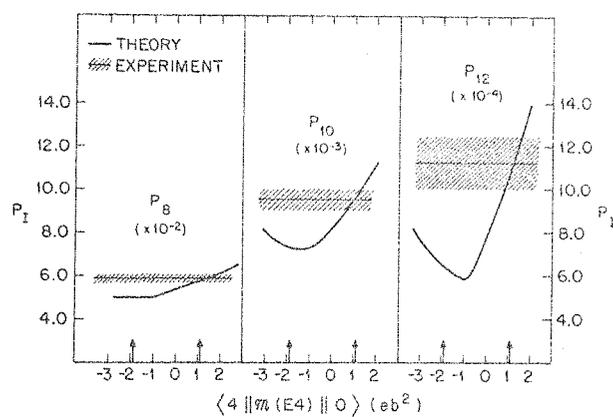


Fig.17 : Theoretische Coulombanregungswahrscheinlichkeiten des 8^+ , 10^+ und 12^+ Zustandes von ^{238}U werden mit den experimentellen Ergebnissen als Funktion des $\langle 4 || M(E4) || 0 \rangle$ Matrixelementes verglichen. Die Pfeile geben die beiden Lösungen des α -Streuexperimentes an. (Eic-73)

5.5 Bestimmung von Deformationsparametern

5.5.1 Wahl der Gestalt der Ladungsverteilung

Die großen E2- und E4-Matrixelemente, die man in der Grundzustandsbande beobachtet, werden durch permanente Deformation der Kerne hervorgerufen. Aus den gemessenen Übergangsmomenten können die Ladungsdeformationsparameter β_λ^c hergeleitet werden, wenn man Annahmen über die Gestalt der Ladungsverteilung $\rho(\vec{r}, \theta)$ macht. Dazu ist das Integral

$$(15) \quad \langle K=0/M(E\lambda, 0)/K=0 \rangle = \int \rho(\vec{r}, \theta) r^\lambda Y_{\lambda 0}(\theta) d\tau$$

für $\lambda=2$ und $\lambda=4$ zu lösen.

Für die homogene Ladungsverteilung gilt :

$$(16) \quad \begin{aligned} \rho(\vec{r}, \theta) &= \rho_0 \quad \text{für } r \leq R(\theta) \\ \rho(r, \theta) &= 0 \quad \text{für } r > R(\theta) \quad \text{mit } \rho_0 = \frac{3Ze}{4\pi (r_0 A^{1/3})^3} \end{aligned}$$

Die Annahme einer Fermiladungsverteilung

$$(17) \quad \rho(r, \theta) = \rho_0 / \{1 + \exp[r - R(\theta)] / a\}$$

$$\text{mit } R(\theta) = r_0 A^{1/3} (1 + \beta_2^c Y_{20}(\theta) + \beta_4^c Y_{40}(\theta))$$

wird zB. durch Untersuchungen myonischer Atome (Ber-68) oder inelastischer Elektronenstreuung (Ber-72) nahegelegt. Die Normierung der Ladungsverteilung ist durch die Randbedingung

$$(18) \quad \int \rho(r, \theta) d\tau = Z e$$

gegeben. Zur Erfüllung dieser Normierungsbedingung haben wir die Zentraldichte ρ_0 variiert und r_0 konstant gehalten.

Die aus Gleichung 15 ermittelten Deformationsparameter sind in Tabelle 5 für die Fermi-Ladungsverteilung ($r_0 = 1.1 \text{ fm}$, $a = 0.6 \text{ fm}$) und die homogene Ladungsverteilung ($r_0 = 1.2 \text{ fm}$) angegeben.

5.5.2 Vergleich mit theoretischen Werten

Die aus den Matrixelementen bestimmten Deformationsparameter ermöglichen den Vergleich mit theoretischen Vorhersagen von Götz (Göt-72) und Möller (Möl-70). Fig.18 zeigt die Hexadekapoldeformationsparameter der vorliegenden Experimente zusammen mit früheren Coulombanregungsmessungen (Erb-72, Bem-73, Lee-74, Wol-74), die man durch Annahme einer Fermiladungsverteilung erhält; die gestrichelten Linien verbinden die berechneten Werte von Götz.

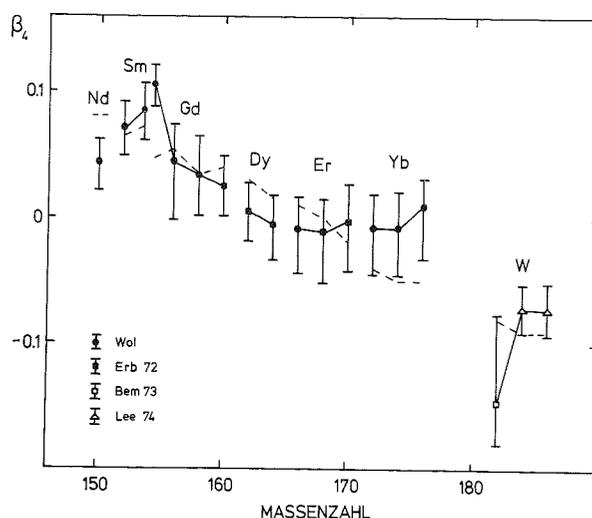


Fig.18 : Vergleich der experimentellen β_4^c -Deformationsparameter mit theoretischen Vorhersagen von Götz (gestrichelte Linie). Die Deformationsparameter wurden unter Annahme einer Fermiladungsverteilung ($r_0=1.16\text{fm}$, $a=0.66\text{fm}$) berechnet.

Die größten positiven β_4^c -Deformationsparameter im Gebiet der Lanthaniden wurden für die Kerne ^{154}Sm und ^{154}Gd gemessen, deren Werte etwa halb so groß sind wie die Quadrupoldeformationsparameter. Mit zunehmender Massenzahl verringern sich die β_4^c -Werte und verschwinden schließlich für Kerne im mittleren Bereich dieses deformierten Gebietes. Im Übergangsbereich zwischen deformierten und sphärischen Kernen findet man dann wieder größere Hexadekapoldeform-

mationsparameter, in diesem Fall jedoch mit negativem Vorzeichen.

Beide Theorien sagen die gemessenen β_λ^c -Werte recht gut voraus, wenn man zu ihrer Berechnung aus den Matrixelementen die gleichen Potentialparameter (Wol-75) benutzt, die die Größe der Deformationsparameter stark beeinflussen.

5.5.3 Vergleich der Deformationsparameter für die Kernladungs- und Massenverteilung

Deformationsparameter können auch aus Messungen oberhalb der Coulombbarriere bestimmt werden, wenn man zur Analyse ein deformiertes optisches Potential benutzt. Nimmt man an, daß das Potential die Massendichteverteilung (β_λ^N) beschreibt, so kann diese mit der Ladungsdichteverteilung (β_λ^c) verglichen werden. Bei einem solchen Vergleich ist zu beachten, daß die β -Deformationsparameter vom gewählten Radius r_0 abhängen und deshalb auf einen geeigneten Wert r_0 normiert werden müssen. Wir haben deshalb die von Hendrie (Hen-67) und Aponick (Apo-70) aus inelastischer α -Streuung gewonnenen Deformationsparameter auf $r_0 = 1.1 \text{ fm}$ umgerechnet, wobei die Umrechnungsvorschrift von Hendrie (Hen-73) benutzt wurde. In Tabelle 7 sind die so erhaltenen β_λ^N -Werte mit den Coulombanregungsdaten verglichen.

Die erhaltenen β_λ^N -Werte sind genauer als die aus Coulombanregungsexperimenten, jedoch kann ihre Bestimmung durch Unsicherheiten bei der Parametrisierung des optischen Potentials beeinflusst werden. Die Abhängigkeit der β_2^N - und β_4^N -Parameter von der Massenzahl A ist identisch mit der für die Ladungsdeformationsparameter. Betrachtet man jedoch einen bestimmten Kern, so unterscheiden sich die β_2^c - und β_2^N -Werte um etwa 10%. Die Differenzen zwischen den mit verschiedenen Meßmethoden ermittelten Werten sind aber zu gering, um als Unterschiede in der Ladungs- und Massen-deformation interpretiert zu werden. Dieses Ergebnis wird durch neuere Streuexperimente bestätigt, bei denen die

Kern-Coulomb Interferenz untersucht wurde und die gleichzeitig Deformationsparameter für die Ladungs- und Massenverteilung liefern.

Tab.7a : Vergleich der Ladungs- und Massendeformationsparameter am Beispiel von $^{152}\text{Sm}(r_0=1.1\text{fm}, a=0.6\text{fm})$.

β_2	β_4	β_6	
0.287 ± 0.003	0.070 ± 0.003	-0.012	Elektronenstreuung (Ber-72)
0.278 ± 0.006	0.088 ± 0.024		Coulombanregung (Wol-74)
0.296 ± 0.010	0.053 ± 0.009		Interferenzmessung (Brü-73)
0.256	0.061	-0.006	(α, α') -Messung oberhalb der Coulombbarriere (Hen-73)

Tab.7b : Vergleich der β_2 -Deformationsparameter für die Kernladungs- und Massenverteilung

	Coulombanregung	Interferenzmessung	(α, α') -Messung oberhalb der Coulombbarriere
^{152}Sm	0.278 ± 0.006	0.296 ± 0.010	0.256
^{154}Sm	0.299 ± 0.008	0.300 ± 0.022	0.280
^{158}Gd	0.326 ± 0.009		0.295
^{166}Er	0.337 ± 0.020		0.295
^{168}Er	0.338 ± 0.010	0.345	
^{174}Yb	0.322 ± 0.010		0.303
^{176}Yb	0.301 ± 0.012		0.304
^{182}W	0.285 ± 0.015		0.254
^{184}W	0.254 ± 0.015	0.249	
^{186}W	0.244 ± 0.008	0.237	

Abschließend soll auf ein Elektronenstreuexperiment an ^{176}Yb (Hei-73) hingewiesen werden, dessen Auswertung eine Ladungsverteilung liefert, die nicht mit der in Gleichung 17 beschriebenen übereinstimmt. Nach Veröffentlichung der Potentialparameter sollten für die Yb-Isotope die Deformationsparameter neu bestimmt werden.

6. Coulombanregung von Vibrationszuständen in deformierten Kernen

Ein wichtiger Gesichtspunkt bei der Durchführung dieser Coulombanregungsexperimente mit leichten Teilchen war auch die Bestimmung eines möglichst genauen Satzes von Matrixelementen, die zur Auswertung einer Coulombanregung mit schweren Ionen notwendig ist. Zustände mit höheren Anregungsenergien als der 2^+ - und 4^+ -Zustand der Grundzustandsrotationsbande wurden bei den α -Streuexperimenten ebenfalls beobachtet. Ein repräsentatives Teilchenspektrum am ^{154}Gd zeigt Fig. 19.

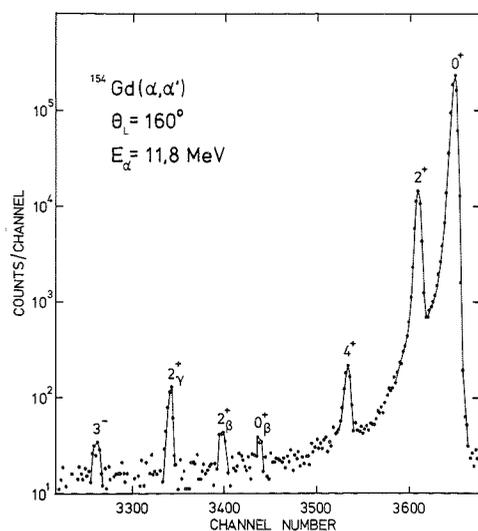


Fig. 19 : Spektrum der an ^{154}Gd gestreuten α -Teilchen.

Während die 3^- - und 2^+ -Zustände hauptsächlich durch eine direkte $E3$ bzw. $E2$ -Anregung bevölkert werden, erfolgt die Anregung des 0^+ -Zustandes durch einen $E2$ -Doppelstufenprozeß. Der Inhalt dieses Kapitels ist die Auswertung dieser Anregungswahrscheinlichkeiten und eine Zusammenfassung der $B(E\lambda)$ -Werte für die gg-Kerne im Bereich der Lanthaniden ($150 \leq A \leq 166$). Die Kenntnis der Eigenschaften dieser höheren kollektiven Zustände macht es möglich, einige Kernmodelle auf ihre Gültigkeit zu überprüfen.

6.1 Bestimmung der B(E2)- und B(E3)-Werte

Coulombanregungsexperimente an ¹⁵⁰Nd, ^{152, 154}Sm, ^{154, 155}Gd, ¹⁶⁴Dy und ¹⁶⁶Er wurden bei Einschußenergien zwischen 11,5 MeV und 12 MeV durchgeführt. Für die Yb-Isotope konnten die Vibrationszustände infolge deren hohen Anregungsenergien nicht beobachtet werden. Die Intensitäten der Peaks wurden mit einem Polynomfit vierten Grades relativ zur elastischen Streuung auf etwa 5-25% genau bestimmt.

Zur Auswertung der experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten benutzten wir das Winther-de Boer Coulombanregungsprogramm, bei dem alle E2- und E4-Übergänge zwischen dem 0^+ , 2^+ , 4^+ und 6^+ -Zustand der Grundzustandsbande berücksichtigt wurden. Die Matrixelemente wurden mit der Rotatorbeziehung aus dem $B(E2; 0 \rightarrow 2)$ - und $B(E4; 0 \rightarrow 4)$ -Wert berechnet. Die Interpretation der Interbandübergänge erfolgte auf der Grundlage des Bohr-Mottelson Kollektivmodells. In dieser Theorie sind die reduzierten Matrixelemente zwischen den Zuständen der Grundzustandsbande und denen der Vibrationsbande durch ein inneres Matrixelement gegeben, das am experimentellen $B(E\lambda; 0_g \rightarrow I_f = \lambda)$ -Wert angepaßt wurde.

Die Wirkung einzelner Korrekturen, die die berechneten Anregungswahrscheinlichkeiten des 0^+_β , 2^+_β , 2^+_γ und 3^- Zustandes beeinflussen können, wurden durch Rechnungen überprüft. Dazu zählen: 1) Abweichungen der reduzierten E2-Matrixelemente von der Rotatorbeziehung, 2) Einflüsse des statischen Quadrupolmomentes der Beta- und Gamma-bande auf die Anregungswahrscheinlichkeiten und 3) quantenmechanische Korrekturen der semiklassisch berechneten Wirkungsquerschnitte.

Aus Kap. 5.2 wissen wir, daß die Kerne im Übergangsbereich zwischen sphärischen und stark deformierten Kernen nicht durch das Modell des starren Rotators beschrieben werden können. Benutzt man statt dessen das bereits erwähnte Bandmischungsmodell für den Zusammenhang der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten innerhalb der Grundzustands-

bande, so ändern sich die berechneten Verhältnisse $V = \frac{d\delta_{incl}}{d\delta_d}$ um weniger als 0,3%. Der Effekt ist relativ klein, verglichen mit der experimentellen Unsicherheit (> 5%) und wurde deshalb bei der Analyse vernachlässigt.

Das zu berechnende Wirkungsquerschnittsverhältnis V wird dagegen sehr empfindlich durch das statische Quadrupolmoment der Beta- und Gammabande beeinflusst. Variiert man das 2^+_{γ} -Quadrupolmoment von Null bis zum negativen Wert des 2^+ -Quadrupolmomentes der Grundzustandsbande ($Q_{2^+_{\gamma}} = -Q_{2^+}$ bedeutet gleiche Kerngestalt in beiden Banden), so beträgt die Änderung etwa 9%.

Neuere Messungen der $B(E2; 0^+_{\beta} \rightarrow 2^+_{\beta})$ -Werte (Rud-71) und der Quadrupolmomente der Gammabande (Rei-70) lassen keine Unterschiede zur Kerngestalt in der Grundzustandsbande erkennen. Aus diesem Grunde haben wir für alle Banden (Beta-, Gamma- und Grundzustandsbande) das gleiche innere Quadrupolmoment Q_0 benutzt.

Die Unterschiede zwischen einer exakten quantenmechanischen und einer semiklassischen Rechnung sind ebenfalls untersucht worden. Baktash (Bak-74) berechnete die 2^+_{γ} -Anregungswahrscheinlichkeit mit beiden Programmen und stellte im Falle von ^{162}Dy eine Differenz von 3,3% fest. Wir haben diese Korrektur nicht berücksichtigt, da die Änderung innerhalb des experimentellen Fehlers liegt.

Die $B(E2)$ - und $B(E3)$ -Werte, die man aus den experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten erhält, sind zusammen mit theoretischen Werten in Tabelle 8 zusammengefaßt. Die angegebenen Fehler enthalten sowohl die statistische Unsicherheit als auch die Ungenauigkeiten bei der Untergrundsubtraktion.

Tab.8 : Vergleich experimenteller Übergangswahrscheinlichkeiten mit theoretischen Vorhersagen.

Kern	I_i	I_f	$E\lambda$	$B(E\lambda; I_i \rightarrow I_f) (e^2 b^2)$		
				Experiment	(Fae-65)	(Dav-66)(Nee-70)
¹⁵⁰ Nd	0	2 _γ	E2	0.064 ^{+0.004} _{-0.003}	0.140	0.095
	0	3 ⁻	E3	0.175 _{±0.020}		
¹⁵² Sm	0	2 _β	E2	0.020 ^{+0.003} _{-0.004}	0.137	0.115
	2	0 _β	E2	0.042 ^{+0.012} _{-0.013}	0.084	0.069
	0	2 _γ	E2	0.092 _{±0.005}	0.156	0.113
	0	3 ⁻	E3	0.135 ^{+0.018} _{-0.019}		0.120
¹⁵⁴ Sm	0	2 _γ	E2	0.059 _{±0.009}	0.072	0.101
¹⁵⁴ Gd	0	2 _β	E2	0.020 ^{+0.003} _{-0.004}	0.161	0.130
	2	0 _β	E2	0.043 ^{+0.013} _{-0.014}	0.096	0.076
	0	2 _γ	E2	0.145 ^{+0.007} _{-0.006}	0.149	0.132
	0	3 ⁻	E3	0.214 ^{+0.054} _{-0.049}		0.080
¹⁵⁸ Gd	0	2 _γ	E2	0.100 ^{+0.014} _{-0.015}	0.118	0.141
¹⁶⁴ Dy	0	2 _γ	E2	0.122 ^{+0.004} _{-0.005}	0.193	0.201
¹⁶⁶ Er	0	2 _γ	E2	0.176 _{±0.008}	0.210	0.224

6.2 Vergleich mit theoretischen Werten

Die gemessenen $B(E2)$ -Werte zwischen der Grundzustandsbande und der Beta- bzw. Gammabande wurden mit den Ergebnissen des Modells des asymmetrischen Rotators (Dav-66) und des Rotations-Vibrationsmodells (Fae-65) verglichen. Im Gegensatz zum ersten kollektiven Kernmodell basiert das Rotations-Vibrationsmodell auf einem symmetrischen Rotator, dessen Gesamtenergie auf Rotations- und Vibrationsfreiheitsgrade verteilt wird.

Beide Modelle sagen die gemessenen $B(E2; 0 \rightarrow 2_g)$ -Werte recht gut voraus (Tab.8), während für Übergänge zur Betabande die theoretischen Ergebnisse um einen Faktor 2 bis 6 zu groß sind. Die berechneten reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten wurden hierbei auf den experimentellen $B(E2; 0_g \rightarrow 2_g)$ Wert normiert.

Die 3^- -Zustände können möglicherweise als Zustände eines Ein-Phonon-Oktupol-Vibrationspektrums interpretiert werden, das vier Zustände $K=0, 1, 2$ und 3 mit den dazugehörigen Rotationsbanden besitzt. In einer mikroskopischen Theorie berechnete Neergard (Nee-70) alle $B(E3; 0 \rightarrow 3^-)$ -Werte und erhielt im Gebiet der Lanthaniden gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten. Durch Corioliskopplung zwischen den Banden negativer Parität konnten die beobachteten Unterschiede zwischen den $B(E3)$ -Werten der Ein-Phonon-Oktupol-Vibrationszustände besser erklärt werden.

7. Messung von Quadrupol- und Hexadekapolmomenten an deformierten Kernen ungerader Massenzahl

Coulombanregungsexperimente wurden bereits an deformierten Kernen mit ungerader Massenzahl durchgeführt; bei den in dieser Arbeit beschriebenen Messungen ist jedoch zum ersten Mal versucht worden, auch die Hexadekapolmomente zu bestimmen. Die wesentlichen Unterschiede zu den in Kap. 4 diskutierten Experimenten sind erstens eine höhere Niveaudichte und zweitens die Berücksichtigung einer Bandmischung bei der Auswertung der gemessenen Anregungswahrscheinlichkeiten.

Für die untersuchten Kerne ^{163}Dy und ^{167}Er waren die Abstände zwischen den Energieniveaus groß genug, um die Teilchenspektroskopie zum Nachweis der Anregungswahrscheinlichkeiten zu benutzen. Insgesamt konnten vier Niveaus der Grundzustandsbande im Spektrum der gestreuten Alphateilchen beobachtet werden, und als Folge des zusätzlich angeregten Zustandes war ein weiteres E2-Matrixelement bestimmbar. Bildet man das Verhältnis der beiden E2-Matrixelemente und vergleicht dieses mit dem theoretischen Wert eines kollektiven Kernmodells, so kann bei Übereinstimmung die gesamte E2-Matrix aus dem Quadrupolmoment berechnet werden.

Für ^{163}Dy wurde der Einfluß des Hexadekapolmomentes auf die Anregungswahrscheinlichkeiten berechnet und die Ergebnisse in Tabelle 9 zusammengefaßt. Während man aus dem relativen Wirkungsquerschnitt des 7/2- und 9/2-Zustandes die zwei reduzierten E2-Matrixelemente erhält, dürfte zur Bestimmung des Hexadekapolmomentes die Anregungswahrscheinlichkeit $P_{M/2}$ geeignet sein, da eine meßbare Abweichung vom berechneten Wert (nur unter Einschluß der E2-Matrix) einer E4-Coulombanregung zugeschrieben werden muß.

Zur Analyse der gemessenen Wirkungsquerschnitte waren nicht nur quantenmechanische Rechnungen, sondern außerdem eine Untersuchung des Energieniveauschemas notwendig. Die Interpretation der Bandmischung erfolgte mit dem kollektiven Kernmodell von Bohr, das die Bewegung eines ein-

zeln Nukleons relativ zur Rotation des Kernrumpfes beschreibt.

Neben den Übergängen in der Grundzustandsbande konnten einige Vibrationszustände angeregt werden, deren Auswertung im Falle von ^{167}Er Interbandmatrixelemente lieferte.

Tab.9 : Einfluß der E4-Matrix auf die Anregungswahrscheinlichkeiten von ^{163}Dy .

$$\frac{P_I / P_{5/2} (E4 \neq 0)}{P_I / P_{5/2} (E4 = 0)} - 1 \quad (\%)$$

$\langle 5/2 \text{ } /M(E4,0) / 5/2 \rangle$	I = 7/2	I = 9/2	I = 11/2
-0.4	0.25	0.22	-0.52
-0.2	0.12	0.08	-1.30
0.2	-0.11	-0.01	3.39
0.4	-0.21	0.05	8.86
0.6	-0.31	0.18	16.42
0.8	-0.39	0.37	26.01

7.1 Einfluß der Corioliskopplung auf die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten

In einer Arbeit von Bohr (Boh-52) über das kollektive Modell wurde die Kopplung eines einzelnen Nukleons an den deformierten Kernrumpf diskutiert und vier Jahre später zum ersten Mal auf einen realen Kern angewandt. (Ker-56) Bei dieser Theorie geht man von einem starren, achsialsymmetrischen Kernrumpf aus und erhält die Schrödingergleichung als Summe der Einteilchenbewegung, der Rotation des Rumpfes und des Corioliskopplungstermes H_c , dessen Matrixelement zwei Rotationsbanden mit $\Delta K=1$ verbindet. Sind die Einteilchenzustände im Potential weit getrennt im Vergleich zu den Rotationszuständen, so kann

der Term H_c vernachlässigt werden. Die Schrödingergleichung liefert in diesem Fall mit der Wellenfunktion

$$(19) \Psi_{K\Omega}^{IM} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \sum_j C_{j\Omega} (D_{MK}^I \psi_{j\Omega} + (-)^{I+K-\Omega+j} D_{M-K}^I \psi_{j-\Omega})$$

die Energieeigenwerte eines achsialsymmetrischen Kerns ($K=\Omega$).

Beobachtet man dagegen im Energiespektrum Banden gleicher Parität mit unterschiedlichen Rotationsparametern $\hbar^2/20$, so kann dies als Folge einer schwachen Kopplung des Teilchens an den deformierten Rumpf interpretiert werden, und eine Berücksichtigung des Corioliskopplungsterms ist notwendig. Zur Lösung der Schrödingergleichung entwickelt man dann die Wellenfunktion nach der in Gleichung 19 beschriebenen und bestimmt die Entwicklungskoeffizienten aus dem Energieniveauschema.

Mit der gestörten Wellenfunktion kann schließlich der Zusammenhang zwischen den einzelnen E2- und E4-Matrixelementen abgeleitet werden. Analog der Bestimmung der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten für gg-Kerne erhält man für Übergänge innerhalb einer Bande:

$$(20) \langle I_f \| M(E\lambda) \| I_i \rangle = \sqrt{2I_i+1} \sum_K a_K^{I_i} a_K^{I_f} (I_i \lambda K 0 / I_f K) \langle K / M(E\lambda, 0) / K \rangle$$

wobei a_K^I die Amplituden der Basisfunktionen sind. Ist dagegen die Bandmischung vernachlässigbar klein, so geht (20) in

$$(21) \langle I_f \| M(E\lambda) \| I_i \rangle = \sqrt{2I_i+1} (I_i \lambda K 0 / I_f K) \langle K / M(E\lambda, 0) / K \rangle$$

über. Zur Ermittlung des Corioliseffektes bestimmt man das Verhältnis der reduzierten Matrixelemente gemäß den Gleichungen (20) und (21) und vergleicht dieses mit dem Verhältnis der gemessenen Matrixelemente.

7.1.1 Bestimmung der Kopplungsstärke aus dem Energieniveauschema

Die Theorie von Bohr (Boh-52) ist für die untersuchten Kerne ¹⁶³Dy und ¹⁶⁷Er anwendbar, da die benachbarten Isotope mit gerader Massenzahl, die in diesem Fall den Kernrumpf bilden, durch das Modell des starren Rotators beschrieben werden. Zur Bestimmung der Bandmischung wurden jeweils drei Rotationsbanden miteinander gekoppelt. Die Energien der Bandenköpfe $E_{\text{part}}(K)$, der Rotationsparameter $\hbar^2/2\theta$, der Entkopplungsparameter a für die $K=1/2$ Bande und die Kopplungsstärke zwischen den Banden mit der Quantenzahl K und $K+1$, die im Rahmen des Nilssonmodells durch

$$(22) \quad A_{K,K+1} = - \frac{\hbar^2}{2\theta} \sum_j C_{jK+1} C_{jK} \sqrt{(j-K)(j+K+1)}$$

gegeben ist, wurden an allen experimentell bekannten Energieniveaus angepaßt. Die gestörte Wellenfunktion für Zustände der Grundzustandsbande weist nur geringe Beimischungen durch andere Banden auf, wie man aus Tab. 10 für die Amplituden der Basisfunktionen erkennen kann. Im Rahmen des Bohrschen Modells lassen sich die berechneten Ergebnisse als eine starke Kopplung des einzelnen Teilchens an den Kernrumpf deuten und man erwartet deshalb für das Verhältnis der reduzierten E_2 -Matrixelemente einen Wert, der durch Gleichung 21 gegeben ist.

Tab. 10a : Ergebnisse der Coriolisrechnung für ¹⁶³Dy

Spin I	K ^π (Nn _z λ)	Energie		Amplitude der Wellenfunktion		
		theo.	exp.	1/2 ⁻ (521)	3/2 ⁻ (521)	5/2 ⁻ (523)
5/2	5/2 ⁻ (523)	0.2	0.0	0.0006	0.0271	0.9996
7/2		73.3	73.4	0.0013	0.0420	0.9991
9/2		167.3	167.3	0.0022	0.0555	0.9985
11/2		282.0	281.6	0.0031	0.0683	0.9977
13/2		417.8	415.1	0.0046	0.0809	0.9967
15/2		574.4	567.6	0.0056	0.0931	0.9956
1/2	1/2 ⁻ (521)	351.1	351.1	1.0000	--	--
3/2		389.0	389.7	0.9818	0.1901	--
5/2		428.1	427.7	0.9767	0.2144	-0.0064
7/2		515.4	514.5	0.9199	0.3917	-0.0176
9/2		588.0		0.9538	0.2999	-0.0188
3/2	3/2 ⁻ (521)	421.5	421.8	-0.1901	0.9818	--
5/2		475.4	475.4	-0.2145	0.9764	-0.0264
7/2		553.0	553.0	-0.3921	0.9191	-0.0381
9/2		647.9	644.0	-0.3005	0.9524	-0.0522
11/2		771.1		-0.5114	0.8575	-0.0571

Die Coriolisrechnung wurde durchgeführt mit den Parametern:

$$E_{3/2}^{\circ} = 380.92 \pm 0.45 \text{ keV}, E_{5/2}^{\circ} = -91.38 \pm 0.15 \text{ keV}$$

$$a = 0.236 \pm 0.008, \hbar^2/2\theta = 10.51 \pm 0.01 \text{ keV}$$

$$A_{1/2, 3/2} = -3.51 \pm 0.20 \text{ keV}, A_{3/2, 5/2} = -5.73 \pm 0.25 \text{ keV}$$

Tab. 10b : Ergebnisse der Coriolisrechnung für ^{167}Er .

I	Spin	Energie		Amplitude der Wellenfunktion		
	$K^{\pi} (Nn\lambda)$	theo.	exp.	$3/2^+(651)$	$5/2^+(642)$	$7/2^+(633)$
$7/2$	$7/2^+(633)$	-2.0	0.0	0.0009	0.0154	0.9999
$9/2$		81.5	79.3	0.0018	0.0234	0.9997
$11/2$		181.4	177.6	0.0029	0.0304	0.9995
$13/2$		299.4	293.7	0.0042	0.0371	0.9993
$15/2$		435.6	432.4	0.0057	0.0436	0.9990
$17/2$		589.9	592.0	0.0073	0.0500	0.9987
$19/2$		762.3	772.0	0.0092	0.0564	0.9984
$3/2$	$3/2^+(651)$	532.0	532.0	1.0000	--	--
$5/2$		578.0	574.5	0.9948	0.1021	--
$7/2$		638.4	641.7	0.9880	0.1547	-0.0033
$9/2$		716.2		0.9799	0.1991	-0.0064
$11/2$		811.4		0.9711	0.2383	-0.0101
$5/2$	$5/2^+(642)$	816.0	812.5	-0.1021	0.9948	--
$7/2$		883.3	874.0	-0.1547	0.9878	-0.0151
$9/2$		969.8	933.0	-0.1992	0.9797	-0.0225
$11/2$		1075.2		-0.2385	0.9707	-0.0289
$13/2$		1200.	1205.0	-0.2735	0.9612	-0.0345

Die Coriolisrechnung wurde durchgeführt mit den Parametern:

$$E_{3/2}^{\circ} = 500.83 \pm 14.11 \text{ keV}, E_{5/2}^{\circ} = 733.82 \pm 44.11 \text{ keV},$$

$$E_{7/2}^{\circ} = -143.40 \pm 1.59 \text{ keV}, \hbar^2/2\theta = 9.11 \pm 0.03 \text{ keV},$$

$$A_{3/2, 5/2} = -10.81 \pm 4.69 \text{ keV}, A_{5/2, 7/2} = -5.11 \pm 1.77 \text{ keV}$$

7.2 Messung und Auswertung der Coulombanregungswahrscheinlichkeiten

Die Durchführung der Coulombanregungsexperimente und die Auswertung der Anregungswahrscheinlichkeiten erfolgte analog den beschriebenen Untersuchungen an deformierten gg-Kernen. In diesem Abschnitt der Arbeit sollen lediglich die Unterschiede diskutiert werden.

Die Messungen wurden durch Beschuß von dünnen ($10-30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$), hochangereicherten ($>91\%$) Targets von ^{163}Dy und ^{167}Er mit 12 MeV Alphateilchen durchgeführt. Die Einschußenergie ist identisch mit Messungen an benachbarten gg-Kernen (Wol-74). Zum Nachweis der gestreuten Alphateilchen wurden zwei Si-Oberflächensperrschichtdetektoren symmetrisch zum Strahl unter einem Laborwinkel von 160° benutzt, um die Statistik zu verbessern. Fig. 20 zeigt zwei repräsentative Spektren von ^{163}Dy und ^{167}Er . Das erreichte Auflösungsvermögen betrug etwa 21 keV.

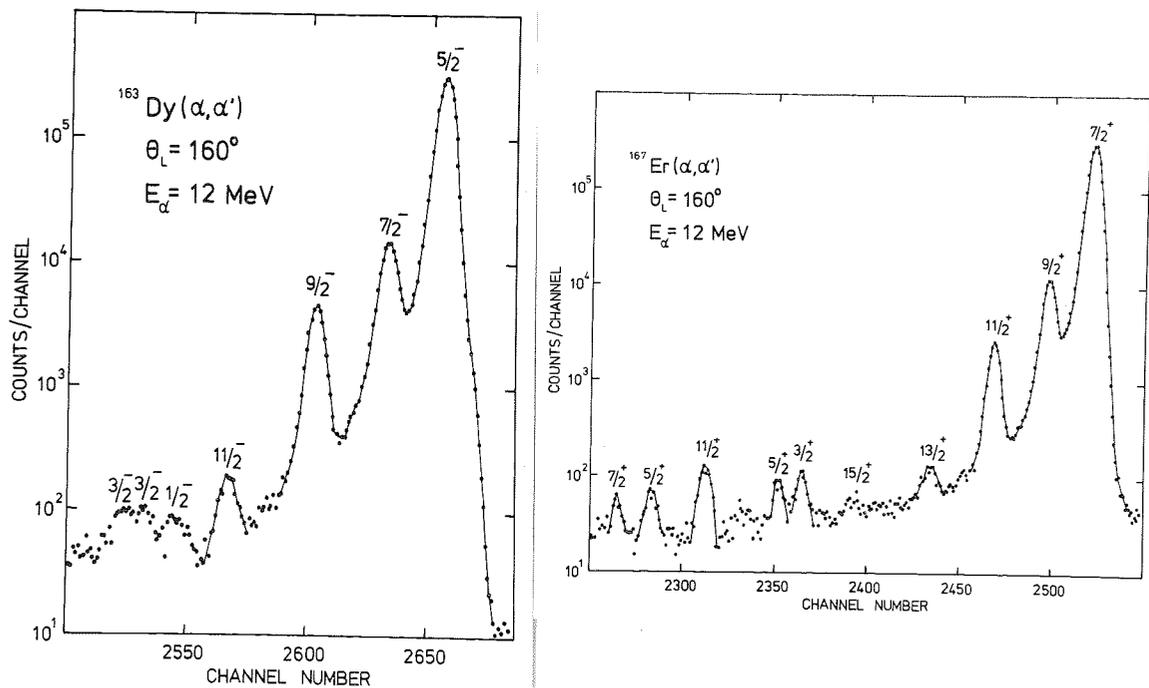


Fig. 20 : Spektren der an ^{163}Dy und ^{167}Er gestreuten Alphateilchen.

Nach Abzug der Verunreinigungen wurde das Intensitätsverhältnis des ersten inelastischen Peaks zur elastischen Streuung ($^{163}\text{Dy}:P_{7/2}/P_{5/2}$ und $^{167}\text{Er}:P_{9/2}/P_{7/2}$) mit dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Peakflächenprogramm bestimmt. Die relativen Wirkungsquerschnitte der übrigen Niveaus erhielten wir mit einem Polynomfit vierten Grades durch Bestimmung des Untergrundes unter den Peaks. Insgesamt konnten die Intensitäten des 7/2, 9/2 und 11/2-Zustandes von ^{163}Dy auf etwa 5%, 1% und 7% genau gemessen werden. Fehler vergleichbarer Größe erhält man für das Alphastreueperiment an ^{167}Er .

Da auch bei diesen Experimenten der Sommerfeldparameter ca. 12 ist (nicht sehr groß gegen eins), wurde bei der Analyse ein quantenmechanisches Programm zur Bestimmung der E2- und E4-Matrixelemente benutzt.^{t)}

Bei der quantenmechanischen Analyse der Wirkungsquerschnitte wurden alle E2- und E4-Matrixelemente der Grundzustandsbande bis zum 11/2-Zustand für ^{163}Dy und 13/2-Zustand für ^{167}Er berücksichtigt. Ob die Beschränkung auf vier Niveaus gerechtfertigt ist, wurde durch Rechnungen mit dem semiklassischen Winther-de Boer Coulombanregungsprogramm überprüft, bei denen auch höhere Niveaus der Grundzustandsbande und mehrere Vibrationsbanden berück-

t) Für die Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeiten danken wir Herrn Dr. Tolsma; einen Vergleich verschiedener quantenmechanischer Coupled Channel Programme zeigt Tab. 11 für die Coulombanregung von ^{166}Er mit Alphateilchen.

	AROSA ^{a)}	Pelte-Smilansky	Tolsma ^{b)}
$\frac{d\sigma_{0^+}}{d\Omega}$	0.1715	0.1714	0.1714
$\frac{d\sigma_{2^+}}{d\Omega}$	0.01398	0.01398	0.01384
$\frac{d\sigma_{4^+}}{d\Omega}$	0.0001845	0.0001843	0.0001825

a) Ros-74 , b) Tol-75

sichtigt wurden. Das Ergebnis dieser Analyse, dargestellt in Tabelle 12 für ^{167}Er , erlaubt die Vernachlässigung höherer Niveaus und erspart somit extrem langwierige Rechnungen mit dem quantenmechanischen Coulombanregungsprogramm. Durch die quantenmechanischen Korrekturen wird der in semiklassischer Näherung berechnete Wirkungsquerschnitt des $11/2$ -Zustandes in ^{163}Dy um 7,3% abgesenkt.

Tab.12 : Korrekturen (in Prozent) der berechneten Anregungswahrscheinlichkeiten (Vierniveaurechnung) von ^{167}Er durch Berücksichtigung weiterer Zustände.

	$P_{7/2}$	$P_{9/2}$	$P_{11/2}$	$P_{13/2}$
$15/2^+$ -Niveau ($K=7/2$)	-	+0.01	-0.66	-1.58
$K=3/2$ - Bande	-0.04	+0.05	-0.01	+0.01
$K=5/2$ - Bande	-0.02	-0.06	-0.14	-0.03
$K=11/2$ - Bande	-0.03	+0.08	+0.08	+0.24
zusammen	-0.09	+0.08	-0.73	-1.36

7.2.1 Überprüfung der Kopplungsstärke mittels der reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten

Zur Auswertung der experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten ist die Benutzung eines kollektiven Kernmodells notwendig, um die einzelnen E2- und E4-Matrixelemente aus dem Quadrupolmoment und Hexadekapolmoment zu berechnen. Die Rechtfertigung des Kernmodells kann aus den beiden reduzierten E2-Übergangswahrscheinlichkeiten zum zweiten und dritten Niveau der Grundzustandsbande überprüft werden. Nimmt man an, daß die Kerngestalt des Rumpfes von der Rotation nicht beeinflusst wird (starrer Rotator), so liefert Gleichung 21 das Verhältnis für die E2-Übergänge

$$(23) \quad \frac{B(E2; I_g \rightarrow I_g + 1)}{B(E2; I_g \rightarrow I_g + 2)} = \frac{I_g (2I_g + 3)}{2(I_g + 1)}$$

Sowohl für ^{163}Dy als auch für ^{167}Er stimmt das Ergebnis innerhalb der Fehlergrenzen mit dem theoretischen Wert überein.

$$\frac{B(E2; 5/2 \rightarrow 7/2)}{B(E2; 5/2 \rightarrow 9/2)} = 2.76 \pm 0.14 \quad (2.86_{\text{theo.}})$$

$$\frac{B(E2; 7/2 \rightarrow 9/2)}{B(E2; 7/2 \rightarrow 11/2)} = 3.81 \pm 0.15 \quad (3.89_{\text{theo.}})$$

Damit ist die Benutzung der Rotatorbeziehung bei der Berechnung der einzelnen Matrixelemente gerechtfertigt.

7.2.2 Bestimmung der E2- und E4-Matrixelemente

Nachdem die E2-Matrix durch zwei gemessene Anregungswahrscheinlichkeiten festgelegt ist, kann aus dem Wirkungsquerschnitt des dritten angeregten Zustandes das Hexadekapolmoment bestimmt werden. Von den beiden möglichen Lösungen für das E4-Matrixelement wurde wieder die mit positivem Vorzeichen gewählt (s. Kap. 5.4). In Tabelle 13 sind die E2- und E4-Matrixelemente zusammengefaßt.

Tab. 13 : E2- und E4-Matrixelemente von ^{163}Dy und ^{167}Er .

^{163}Dy :

$$\langle 7/2, 5/2 // M(E2) // 5/2, 5/2 \rangle = 3.83^{+0.09}_{-0.10} \quad (\text{eb})$$

$$\langle 9/2, 5/2 // M(E2) // 5/2, 5/2 \rangle = 2.31^{+0.02}_{-0.01} \quad (\text{eb})$$

$$\langle 11/2, 5/2 // M(E4) // 5/2, 5/2 \rangle = 0.60^{+0.42}_{-0.60} \quad (\text{eb}^2)$$

^{167}Er :

$$\langle 9/2, 7/2 // M(E2) // 7/2, 7/2 \rangle = 4.38^{+0.08}_{-0.08} \quad (\text{eb})$$

$$\langle 11/2, 7/2 // M(E2) // 7/2, 7/2 \rangle = 2.24^{+0.01}_{-0.01} \quad (\text{eb})$$

$$\langle 13/2, 7/2 // M(E4) // 7/2, 7/2 \rangle = 0.77^{+0.39}_{-0.51} \quad (\text{eb}^2)$$

7.2.3 Vergleich der Kerngestalt mit benachbarten gg-Kernen

Die elektrischen Multipolmomente $Q_{\lambda 0}$ der Kerne mit gerader und ungerader Massenzahl sollen miteinander verglichen werden. Zunächst muß das Quadrupol- und Hexadekapolmoment aus dem reduzierten E2- bzw E4-Matrixelement berechnet werden. Das statische elektrische Multipolmoment der Ordnung λ ist definiert als das diagonale Matrixelement im körperfesten System.

$$(24) \quad eQ_{\lambda 0} = \sqrt{\frac{16\pi}{2\lambda+1}} \langle K/M(E\lambda, 0)/K \rangle$$

Dieses innere Matrixelement bildet den Zusammenhang zwischen dem reduzierten $E\lambda$ -Matrixelement und dem Multipolmoment $Q_{\lambda 0}$, wie man aus Gleichung (8) und (21) für die Kerne im mittleren Bereich der Lanthaniden hervorgeht. In Tabelle 14 werden die Quadrupol- und Hexadekapolmomente von ^{163}Dy und ^{167}Er mit denen der geraden Isotope verglichen.

Tab.14 : Vergleich der Quadrupol- (Q_{20}) und Hexadekapol- (Q_{40})-Momente mit benachbarten gg-Kernen

	$Q_{20}(\text{b})$	$Q_{40}(\text{b}^2)$	
^{162}Dy	7.36 ± 0.03	0.64 ± 0.24	(Erb-72)
^{163}Dy	7.29 ± 0.12 -0.13	1.02 ± 0.71 -1.02	
^{164}Dy	7.54 ± 0.04	0.54 ± 0.24 -0.28	(Wol-74)
^{166}Er	7.67 ± 0.03	0.52 ± 0.26 -0.38	(Wol-74)
^{167}Er	7.60 ± 0.10	1.35 ± 0.69 -0.90	
^{168}Er	7.61 ± 0.06	0.47 ± 0.28 -0.43	(Erb-72)

Die Übereinstimmung ist recht gut - besonders wenn man die Größe der Fehler berücksichtigt. Auf Grund der vorliegenden Untersuchungen darf man annehmen, daß sich die Kernmomente stark deformierter ug-Kerne nicht signifikant von denen benachbarter gg-Kerne unterscheiden.

7.3 Bestimmung von Interband-B(E2)-Werten

Neben den Zuständen der Grundzustandsbande wurden mit dem α -Coulombanregungsexperiment auch Zustände höherer Anregungsenergien bevölkert (s. Fig. 20). Während die Trennung der Peaks im Spektrum der an ¹⁶³Dy gestreuten Alphateilchen nicht möglich war, konnten die B(E2)-Werte für ¹⁶²Er zwischen der Grundzustandsbande und den höheren Banden bestimmt werden.

Die Auswertung der gemessenen Wirkungsquerschnitte wurde mit dem Winther-de Boer Coulombanregungsprogramm durchgeführt. Obwohl der Sommerfeldparameter η etwa 12 ist, wurde auf die Durchführung quantenmechanischer Rechnungen verzichtet, da für Einstufenprozesse quantenmechanische Korrekturen vernachlässigbar sind. Bei der Analyse wurden alle E2- und E4-Übergänge zwischen den ersten fünf Zuständen der Grundzustandsrotationsbande berücksichtigt, die man aus den Ergebnissen von Tabelle 13 erhält.

Für Übergänge zwischen verschiedenen Banden gilt (Dav-65):

$$\begin{aligned}
 B(E\lambda; I_i K_i \rightarrow I_f K_f) = & \left| (I_i \lambda K_i K_f - K_i / I_f K_f) \langle K_f / M(E\lambda, K_f - K_i) / K_i \rangle \right. \\
 (25) \quad & \left. + (-)^{I_i + 1} (-)^{I_i + 1 + \frac{1}{2}} (I_i \lambda - K_i K_f + K_i / I_f K_f) \langle K_f / M(E\lambda, K_f + K_i) / -K_i \rangle \right|^2
 \end{aligned}$$

wobei $(-)^{I_i}$ die Parität des Anfangszustandes ist. Der erste Summand ist hierbei der entscheidende, da der zweite nur dann einen Beitrag liefert, wenn $\lambda \geq K_i + K_f$ ist. Der Zusammenhang zwischen den Übergangsmatrixelementen ist durch das innere Matrixelement gegeben, das man an einem beliebigen Interband-B(E λ)-Wert anpaßt. Die Quadrupolmomente der höheren Banden wurden aus den gleichen Gründen berücksichtigt wie in Kap. 6 für die gg-Kerne.

Die B(E2)-Werte, die man aus den experimentellen Anregungswahrscheinlichkeiten erhält, sind in Tabelle 15 angegeben. Für einige reduzierte Übergangswahrscheinlichkeiten treten erhebliche Abweichungen zu früheren Coulombanregungsexperimenten mit ¹⁶O-Ionen auf (Tve-69). Die Ursache ist

noch nicht genau geklärt, obwohl die Vermutung nahe liegt, daß die Differenzen auf eine unterschiedliche Auswertung der Anregungswahrscheinlichkeiten zurückzuführen sind, da das Quadrupolmoment der höheren Banden in der zitierten Arbeit vernachlässigt wurde.

Tab.15 : Reduzierte Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen der Grundzustandsbande ($K=7/2$) und höheren Banden ($K=3/2, 5/2, 11/2$).

(Tve-69)		
$B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 3/2, 3/2) = 0.030_{-0.003}^{+0.002}$	0.038 \pm 0.004	(eb) ²
$B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 5/2, 3/2) = 0.022_{\pm}0.002$	0.016 \pm 0.003	(eb) ²
$B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 5/2, 5/2) = 0.035_{\pm}0.004$		(eb) ²
$B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 7/2, 5/2) = 0.024_{-0.003}^{+0.004}$		(eb) ²
$B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 11/2, 11/2) = 0.062_{\pm}0.003$	0.048 \pm 0.008	(eb) ²

Für die $K=3/2$ und $K=5/2$ Bande wurden jeweils zwei Anregungswahrscheinlichkeiten gemessen, so daß man das Verhältnis der $B(E2)$ -Werte mit den Vorhersagen aus Gleichung (25) vergleichen kann.

$$\frac{B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 3/2, 3/2)}{B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 5/2, 3/2)} = 1.37_{-0.18}^{+0.19} \quad (1.50_{\text{theo.}})$$

$$\frac{B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 5/2, 5/2)}{B(E2; 7/2, 7/2 \rightarrow 7/2, 5/2)} = 1.43_{-0.29}^{+0.26} \quad (1.04_{\text{theo.}})$$

Aus der Tabelle 10 für die Amplituden der Wellenfunktion ist eine starke Kopplung zwischen der $K=5/2$ und der $K=3/2$ Bande festzustellen. Eine Berechnung der Dreibandmischung ($K=7/2, 5/2, 3/2$) ist jedoch mit den wenigen gemessenen $B(E2)$ -Werten nicht möglich, da zu viele Parameter an das Experiment angepaßt werden müssen. Abschätzungen zeigen jedoch, daß bei Einschluß einer Bandmischung das experi-

mentelle Verhältnis der $B(E2)$ -Werte in der richtigen Richtung verändert wird. Durch Coulombanregung mit schwereren Ionen sollte eine Aussage über die Kopplung der Banden aus den reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten möglich sein.

Die inneren Matrixelemente für Übergänge mit $\Delta K=2$ stimmen ebenfalls gut mit denen benachbarter gg -Kerne überein.

$$\langle K'=K+2/M(E2, \pm 2)/K \rangle \text{ (eb)}$$

¹⁶⁶ Er	0.265±0.005	
¹⁶⁷ Er	0.248±0.007 _{K=11/2}	0.249±0.012 _{K=3/2}
¹⁶⁸ Er	0.255±0.005	

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Coulombanregung mit Alphateilchen geeignet ist sowohl die Quadrupol- und Hexadekapolmomente als auch Interbandmatrixelemente von ug -Kernen zu bestimmen. Als Folge der höheren Niveaudichte war außerdem eine Überprüfung der $E2$ -Matrix an Streuexperimenten mit schweren Ionen nicht notwendig. Obwohl keine Kerngestaltsänderungen zu benachbarten Isotopen mit gerader Massenzahl beobachtet wurden, sollten die Untersuchungen besonders im Übergangsbereich zwischen sphärischen und deformierten Kernen fortgesetzt werden, da sich diese Kerne durch besonders große Hexadekapolmomente auszeichnen und mögliche Unterschiede zwischen gg - und ug -Kernen eher meßbar sein sollten.

8. Ausblick auf Coulombanregungsexperimente mit schweren Ionen

Bei Benutzung schwererer Projektile vergrößert sich die Anregungsenergie und der Drehimpuls, der auf den deformierten Kern übertragen wird. Fig. 21 zeigt die berechneten Wirkungsquerschnitte der Grundzustandsrotationsbande, die man durch Streuung von ^{16}O , ^{40}Ar , ^{84}Kr und ^{132}Xe an ^{156}Gd mit Einschußenergien nahe der Coulombbarriere erhalten kann.

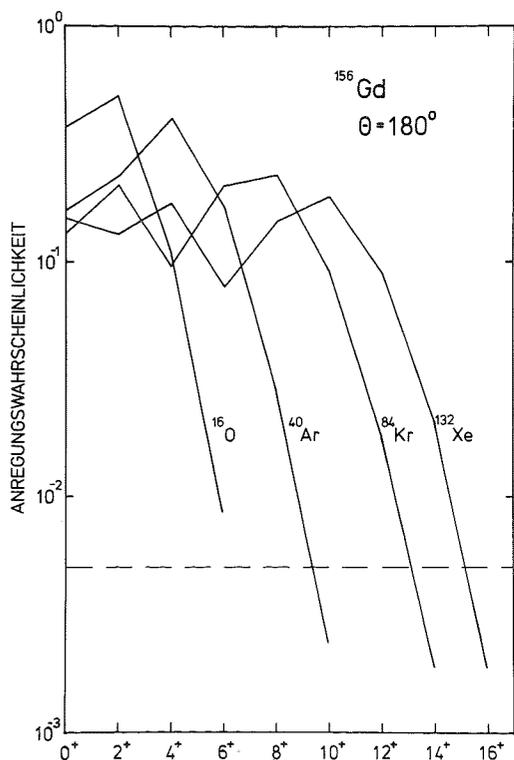


Fig. 21 :

Berechnete Wirkungsquerschnitte, die man durch Streuung von ^{16}O , ^{40}Ar , ^{84}Kr und ^{132}Xe an ^{156}Gd erhalten kann. Oberhalb der gestrichelten Linie dürfte die Anregung der Zustände nachzuweisen sein.

Die Rechnungen wurden mit dem Winther-de Boer Coulombanregungsprogramm unter Einschluß aller auf Grund der Drehimpulsauswahlregeln erlaubten E2- und E4-Matrixelemente durchgeführt, wobei das Rotatormodell den Zusammenhang zwischen den einzelnen Matrixelementen bildete. Bei der großen Anzahl der Zustände war eine Beschränkung der magnetischen Zustände notwendig ($M_{\max} = 4$).

Die schwersten Projektile, die bis jetzt zur Coulombanregung benutzt wurden, waren Ar (Eic-73), Kr und Xe (Gro-75). Betrachtet man die Streuung von ^{40}Ar an ^{232}Th und ^{238}U (Eic-73) bei einer Einschußenergie von 145 MeV, so ist die Anregung

bis zum 12^+ -Zustand der Grundzustandsrotationsbande beobachtbar. Die Auswertung der gemessenen Wirkungsquerschnittsverhältnisse machte die Berücksichtigung von Interband- und Hexadekapolmatrixelementen notwendig. Berechnet man die $E\lambda$ -Matrixelemente im Rahmen des Rotatormodells aus dem Quadrupol- $\langle 2\|M(E2)\|0\rangle$ und dem Hexadekapolmoment $\langle 4\|M(E4)\|0\rangle$ und die Anregungswahrscheinlichkeiten mit dem semiklassischen Winther-de Boer Coulombanregungsprogramm, so wird der Einfluß der $E4$ -Matrix auf die Ergebnisse von maximal 30% deutlich (Tab.16).

Tab.16 : Vergleich der gemessenen und berechneten Anregungswahrscheinlichkeit mit und ohne $E4$ -Matrix (Gow-72)

	Experiment/Teorie	
	nur $M(E2)$	mit $M(E4)$
6^+	1.00 ± 0.05	1.00 ± 0.05
8^+	1.08 ± 0.05	1.01 ± 0.05
10^+	1.21 ± 0.08	1.05 ± 0.07
12^+	1.30 ± 0.20	1.00 ± 0.14

Die Entvölkerung der Grundzustandsbande von 1 bis 8% durch die Anregung der Beta-, Gamma- und Oktupolvibrationsbande muß ebenfalls berücksichtigt werden.

Die Rechtfertigung einer semiklassischen Auswertung für solche Experimente war bis vor wenigen Jahren unbestritten. Trotz eines Sommerfeldparameters $\eta \sim 137$ sind quantenmechanische Korrekturen nach Abschätzungen von Eichler für die am höchsten angeregten Zustände jedoch notwendig (10 bis 15% für den 10^+ und 12^+ Zustand).

Zur Auswertung multipler Coulombanregungsexperimente ist deshalb eine exakte Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeiten und die Kenntnis der wichtigsten Matrixelemente, besonders das des Hexadekapolmomentes, notwendig.

9. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden mit Hilfe der Coulombanregung Quadrupol- und Hexadekapolmomente der Isotope ¹⁵⁰Nd, ^{154,156}Gd, ¹⁶³Dy, ¹⁶⁷Er und ^{172,174,176}Yb gemessen. Der Schwerpunkt dieser Untersuchungen lag auf einer Bestimmung der Kernmomente im Übergangsbereich zwischen sphärischen und stark deformierten Kernen und bei Kernen mit ungerader Massenzahl.

Im Bereich der Massenzahl A=156 bis 184 wird die Struktur deformierter Kerne durch das Rotatormodell gut beschrieben. Lediglich in den Grenzbereichen der Lanthaniden wurden signifikante Abweichungen von den theoretischen Vorhersagen des Rotatormodells beobachtet, die auf eine starke Rotations-Vibrationsmischung zurückzuführen sind. Um unsere Coulombanregungsexperimente an diesen "weichen" Kernen ¹⁵⁰Nd, ¹⁵²Sm und ¹⁵⁴Gd auswerten zu können, war eine Modifizierung des Rotations-Vibrationsmodells notwendig. Im Verlauf der Analyse wurde außerdem festgestellt, daß quantenmechanische Rechnungen zur Bestimmung höherer Multipolmomente durchgeführt werden müssen, da die semiklassische Theorie der Coulombanregung nicht anwendbar ist.

Die Messung der Quadrupol- und Hexadekapolmomente vervollständigt frühere Untersuchungen des Autors und zeigt eine systematische Abhängigkeit der Ladungsdeformation von der Massenzahl A: Man findet die größten positiven Hexadekapoldeformationen β_4^c bei A=154; mit zunehmender Massenzahl verringert sich die Hexadekapoldeformation, bis sie schließlich im mittleren Bereich der Lanthaniden verschwindet. In der zweiten Hälfte dieses deformierten Gebietes wurden negative β_4^c -Werte gemessen. Die erhaltene Ladungsdeformation der Kerne unterscheidet sich kaum von ihrer Massendeformation, die man durch Streuung von Alphateilchen bei Einschußenergien oberhalb der Coulombbarriere bestimmt.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden zum ersten Mal die Hexadekapolmomente an deformierten ug-Kernen gemessen.

Bei der Auswertung der experimentellen Coulombanregungswirkungsquerschnitte müssen hierbei Bandmischung als Folge des Corioliseffektes und quantenmechanische Korrekturen berücksichtigt werden. Die erhaltenen Multipolmomente unterscheiden sich wenig von denen benachbarter gg-Kerne.

Neben den Übergängen in der Grundzustandsbande konnten einige Vibrationszustände im Teilchenspektrum der gestreuten Alphateilchen beobachtet werden, deren Auswertung Interbandmatrixelemente lieferte. Alle experimentellen Daten zusammengenommen bilden einen kompletten Satz von Matrixelementen, die die Grundlage zur Auswertung zukünftiger Coulombanregungsexperimente mit schweren Ionen bilden können.

10. Literaturverzeichnis

- Ald-56: K.Alder, A.Bohr, T.Huus, B.Mottelson, A.Winther,
Rev.mod.Phys.28(1956),432
- Ald-60: K.Alder, A.Winther, K.Danske Vidensk.Selsk.mat.-
fys.Medd.32(1960),No8
- Ald-72: K.Alder, F.Roesel, R.Morf, Nucl.Phys.A186(1972),449
- Apo-70: A.A.Aponick, Jr., C.M.Chesterfield, D.A.Bromley,
N.K.Glendenning, Nucl.Phys.A159(1970),367
- Bak-74: C.Baktash, J.X.Saladin, J.O'Brien, I.Y.Lee, J.E.
Holden, Phys.Rev.C10(1974),2265
- Bem-73a: C.E.Bemis, Jr., F.K.Mc Gowan, J.L.C.Ford, Jr., W.T.
Milner, P.H.Stelson, R.L.Robinson, Phys.Rev.C8
(1973),1466
- Bem-73b: C.E.Bemis, Jr., P.H.Stelson, F.K.Mc Gowan, W.T.Milner
J.L.C.Ford, Jr., R.L.Robinson, W.Tuttle, Phys.Rev.C8
(1973),1934
- Ber-68: S.Bernow, S.Devons, I.Duerdoth, D.Hitlin, J.W.Kast,
W.Y.Lee, E.R.Macagno, J.Rainwater, C.S.Wu, Phys.Rev.
Lett.21(1968),457
- Ber-72: W.Bertozzi, T.Cooper, N.Ensslin, J.Heisenberg, S.Ko-
walski, M.Mills, W.Turchinets, C.Williamson, S.P.
Fivozinsky, J.W.Lightbody, Jr., S.Penner, Phys.Rev.
Lett.28(1972),1711
- Boh-52: A.Bohr, K.Danske Vidensk.Selsk.mat.-fys.Medd.26,
(1952),14
- Chr-73: A.Christy, O.Häusser, Nucl.Data A11(1973),281
- Dav-65: J.P.Davidson, Rev.Mod.Phys.37(1965),129
- Dav-66: A.S.Davydov, V.I.Ovcharenko, Sov.Jour.of Nucl.
Phys.3(1966),740
- Dia-71: R.M.Diamond, F.S.Stephens, K.Nakai, R.Nordhagen,
Phys.Rev.C3(1971),344
- Dia-72: R.M.Diamond, G.D.Symons, J.L.Quebert, K.H.Maier,
J.R.Leigh, F.S.Stephens, Nucl.Phys.A184(1972),481
- Ebe-73: W.Ebert, P.Heching, K.Pelz, S.G.Steadman, P.Winkler
Z.Phys.263(1973),191

- Eic-73: E.Eichler, N.R.Johnson, R.O.Sayer, D.C.Hensley,
L.L.Riedinger, Phys.Rev.Lett.30(1973), 568
- Elb-66: B.Elbek, M.Kregar, P.Vedelsky, Nucl.Phys.86(1966), 385
- Erb-72: K.A.Erb, J.E.Holden, I.Y.Lee, J.X.Saladin, T.K.
Saylor, Phys.Rev.Lett.29(1972), 1010
- Fae-65: A.Faessler, W.Greiner, R.K.Sheline, Nucl.Phys.70
(1965), 33
- Frö-57: P.O.Fröman, K.Danske Vidensk.Selsk.mat.-fys.Skr.1,
No.3(1957)
- Göt-72: U.Götz, H.C.Pauli, K.Alder, Nucl.Phys.A192(1972), 1
- Gow-72: F.K.Mc Gowan, Proceedings of heavy ion summer study
ORNL(conf-720669), 1972
- Gre-70: W.Greiner, Eisenberg, North Holland Publ.Company,
'Nuclear Theory', Amsterdam(1970), Band 1
- Gro-75: E.Gross, J.de Boer, R.M.Diamond, F.S.Stephens, P.Tjøm,
Phys.Rev.Lett.35(1975), 565
- Hei-73: J.Heisenberg in Proceedings of International Con-
ference on Nuclear Physics, Munich, 1973, edited by
J.de Boer and H.J.Mang(North-Holland, Amsterdam/
American Elsevier, New York, 1973), Vol.1, S.629
- Hen-67: D.J.Hendrie, N.K.Glenndening, B.G.Harvey, O.N.Jarvis,
H.H.Duhm, J.Sandinos, J.Makoney, Phys.Lett.26B(1967),
127
- Hen-73: D.L.Hendrie, Phys.Rev.Lett.31(1973), 478
- Hub-64: M.G.Huber, Phys.Lett.13(1964), 242
- Ker-56: A.K.Kerman, Dan.Mat.Fys.Medd.30, No.15 (1956)
- Lee-74: I.Y.Lee, J.X.Saladin, C.Baktash, J.E.Holden, J.O'Brien,
Phys.Rev.Lett.33(1974), 383
- Mil-71: W.T.Milner, F.K.Mc Gowan, R.L.Robinson, P.H.Stelson,
R.O.Sayer, Nucl.Phys.A177(1971), 1
- Möl-70: P.Möller, Nucl.Phys.A142(1970), 1
- Nee-70: K.Neergard, P.Vogel, Nucl.Phys.A145(1970), 33
- Pel-73: D.Pelte, private Mitteilung(1973)
- Rei-70: C.W.Reich, I.E.Cline, Nucl.Phys.A169(1970), 181
- Ros-74: F.Roesel, J.X.Saladin, K.Alder, Comput.Phys.Comm.8
(1974), 35
- Rud-71: N.Rud, H.L.Nielsen, K.Wilsky, Nucl.Phys.A167(1971), 401

- Rud-72: N. Rud, G. T. Ewan, A. Christy, D. Ward, R. L. Graham,
J. S. Geiger, Nucl. Phys. A191 (1972), 545
- Say-70: R. O. Sayer, P. H. Stelson, F. K. Mc Gowan, W. T. Milner,
R. L. Robinson, Phys. Rev. C1 (1970), 1525
- Say-72: T. K. Saylor, J. X. Saladin, I. Y. Lee, K. A. Erb, Phys.
Lett. 42B (1972), 51
- Say-74: R. O. Sayer, E. Eichler, N. R. Johnson, D. C. Hensley,
L. L. Riedinger, Phys. Rev. C9 (1974), 1103
- Sha-74: A. H. Shaw, J. S. Greenberg, Phys. Rev. C10 (1974), 263
- Smi-68: U. Smilansky, Nucl. Phys. A112 (1968), 185
- Ste-65: P. H. Stelson, L. Grodzins, Nucl. Data 1 (1965), 21
- Ste-70: F. S. Stephens, R. M. Diamond, N. K. Glendenning, J.
de Boer, Phys. Rev. Lett. 24 (1970), 1137
- Sym-67: G. D. Symons, A. C. Douglas, Phys. Lett. 24B (1967), 11
- Tol-75: L. D. Tolsma, Jour. of Comput. Phys. 17 (1975), 384
und private Mitteilungen
- Ton-70: H. Ton, W. Beens, S. Roodbergen, J. Blok, Nucl. Phys.
A155 (1970), 235
- Tve-69: A. Tveter, B. Herskind, Nucl. Phys. A134 (1969), 599
- War-72: D. Ward, R. L. Graham, J. S. Geiger, N. Rud, A. Christy,
Nucl. Phys. A196 (1972), 9
- Wil-73: W. Wilcke, 1973, Diplomarbeit
- Wol-73: H. J. Wollersheim, 1973, Diplomarbeit
- Wol-74: H. J. Wollersheim, W. Wilcke, Th. Elze, Phys. Lett. 48B
(1974), 323
- Wol-75: H. J. Wollersheim, W. Wilcke, Th. Elze, Phys. Rev. C11
(1975), 2008
- Wol-76a: H. J. Wollersheim, Th. Elze, zur Veröff. eingereicht
- Wol-76b: H. J. Wollersheim, Th. Elze, zur Veröff. eingereicht

Herrn Professor Dr. E. Schopper, Direktor des Instituts für Kernphysik der Universität Frankfurt am Main, danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Institut durchführen zu können.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr. Th. Elze, der diese Arbeit anregte und der durch zahlreiche Rat-schläge ganz entscheidend zum Gelingen der Arbeit bei-trug. Ebenso danke ich Herrn Professor Dr. W. Scheid für hilfreiche Diskussionen bei der Modifizierung des Rota-tions-Vibrationsmodells.

Herrn Dr. L. D. Tolsma (Technische Universität Eindhoven) danke ich für die Durchführung der quantenmechanischen Rechnungen, ohne die eine Auswertung der Coulombanregungs-experimente an ungeraden Kernen nur sehr schwer möglich gewesen wäre.

Den Mitgliedern der Arbeitsgruppe, insbesondere den Herren W. Wilcke und W. Feix, sei für nützliche Diskussionen und Anregungen gedankt, die zur Klärung vieler Probleme beitrugen.

Herrn Meinel, Herrn Schneider und Herrn Baumgarten danke ich für die Unterstützung beim Betrieb des Beschleunigers.

Die umfassenden Rechnungen im Rahmen dieser Arbeit wurden an der UNIVAC 1108 des Rechenzentrums der Universität Frankfurt durchgeführt.

Mein Dank gilt auch allen Mitarbeitern des Institutes, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Lebenslauf

Hans-Jürgen Wollersheim, geb.: 1. Februar 1950 in Büdingen

Eltern : Hans Wollersheim, Justizbeamter und
Erna Wollersheim, geb. Hüter

1956-1960	Besuch der Grundschule in Büdingen
1960-1966	Besuch der Realschule, Büdingen Abschluß: Mittlere Reife
1966-1968	Besuch des Wolfgang Ernst Gymnasiums, Büdingen
1968	Abitur
1968-1969	Wehrdienst beim Bundesgrenzschutz in Fulda
Wi/Sem. 1969	Beginn des Physik-Studiums an der Johann Wolfgang Goethe-Universität
1971	Diplom-Vorprüfung
1973	Diplom-Hauptprüfung
1974	Beginn der Doktorarbeit
1974	Eheschließung mit der Krankenschwester Renate Köhl

Meine akademischen Lehrer waren die Herren

Bass, Bock, Bundke, Czerny, Dänzer, Doiwa, Drechsler,
Elze, Fischer, Freitag, Fulde, Gerhardt, Greiner,
Kiehl, Kulze, Kummer, Landner, Martiensen, Mauck,
Mrowka, Müser, Royen, Schopper, Stelzer, Stummel,
Toepffer.