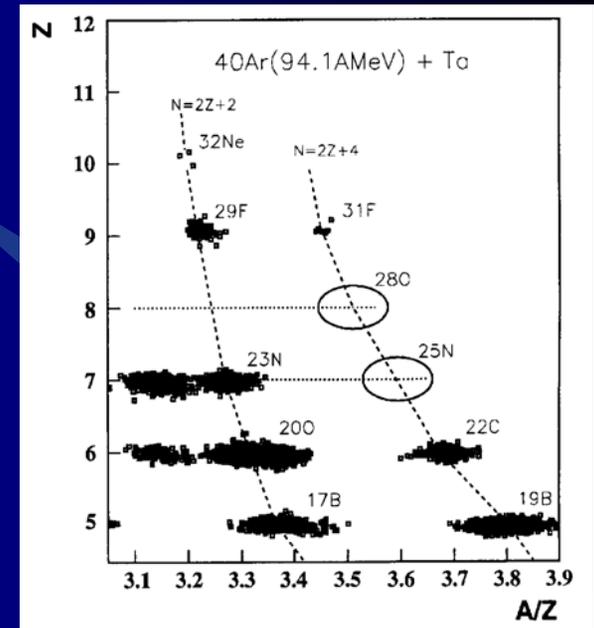
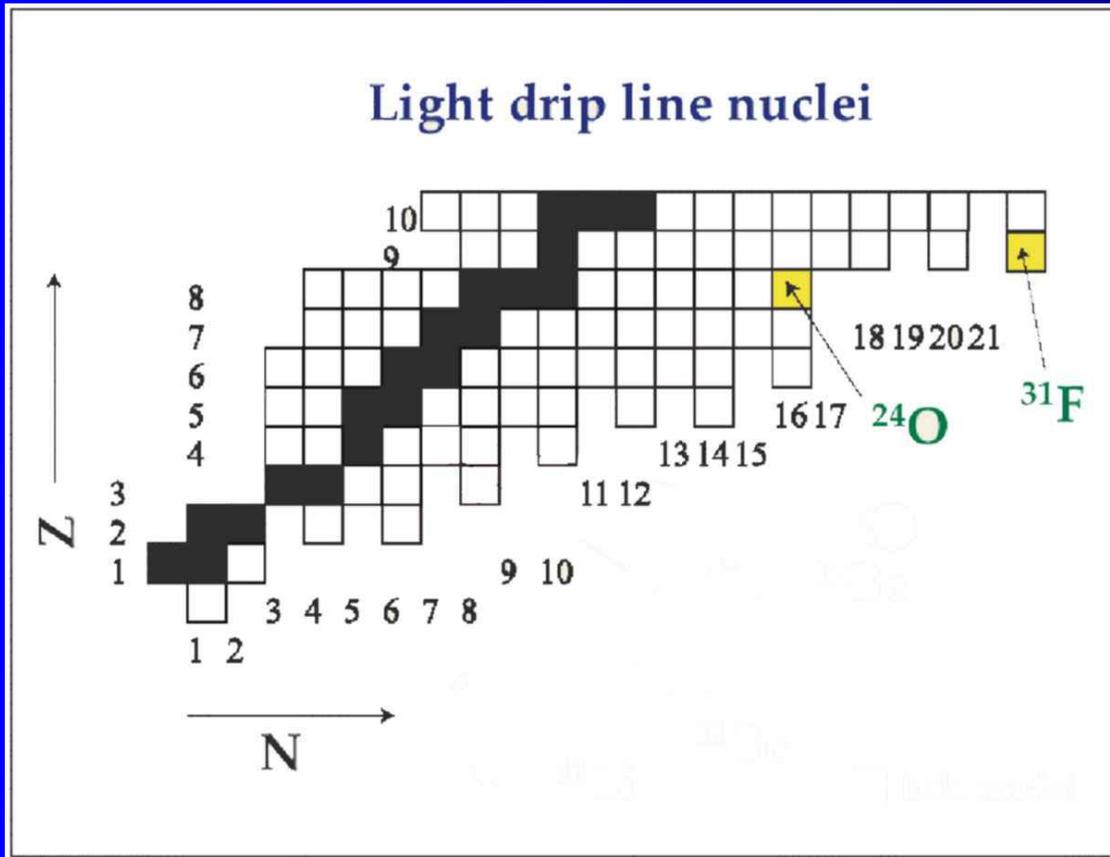


# Grenzen der Stabilität

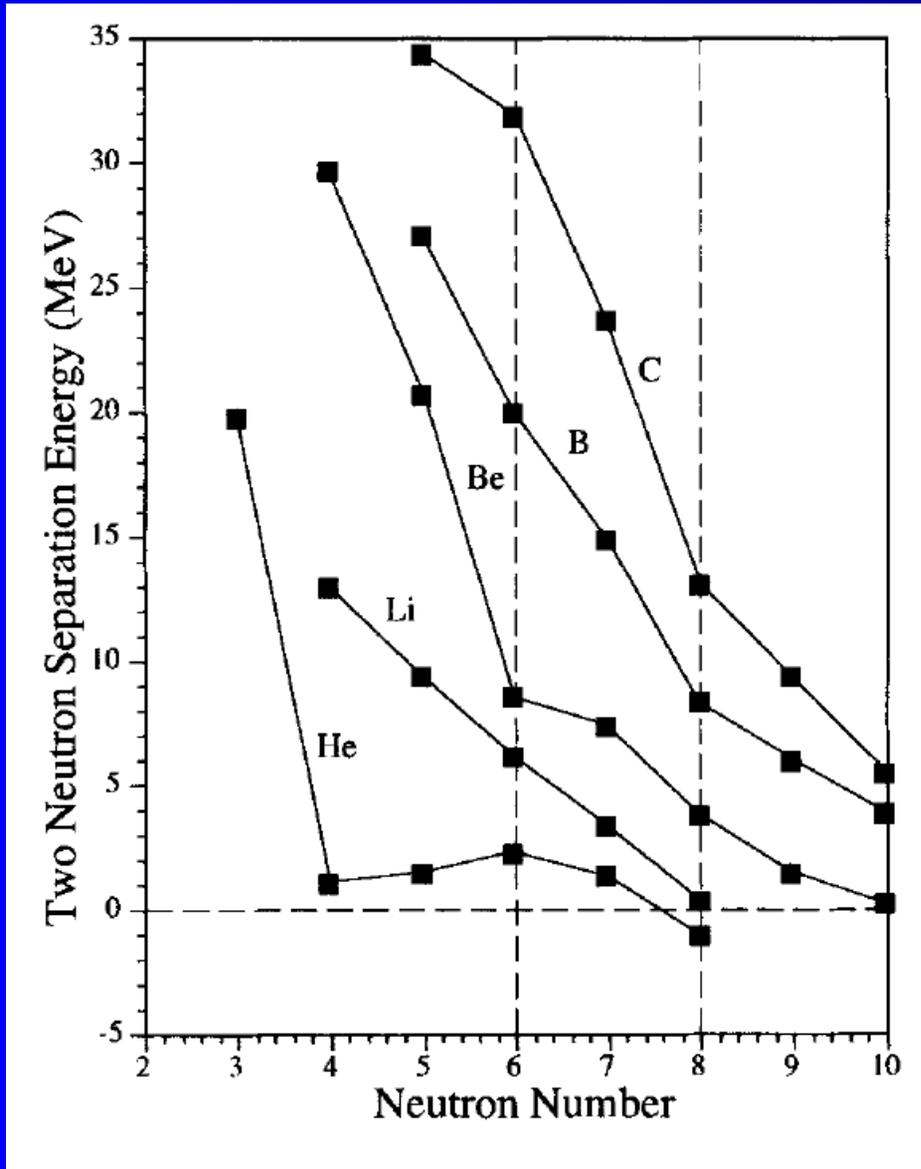


$^{24}\text{O}$  das letzte gebundene O Isotop

$^{31}\text{F}$  mit einem Proton mehr hat 6 Neutronen mehr

**Was passiert an der Dripline?**

# Phänomene an den Grenzen der Stabilität



Was passiert wenn man mehr und mehr Neutronen hinzufügt?

Die Separationsenergie wird immer kleiner.

An der Abbruchkante kostet es keine Energie zwei Neutronen zu entfernen.

Kerne mit negativer Separationsenergie sind ungebunden.

# Kerne weitab der Stabilität

- werden nur mit geringen Raten erzeugt
- sind kurzlebig

Brauche möglichst einfache Messung um Information zu gewinnen:

Komplizierte Messungen:

Masse, Spin

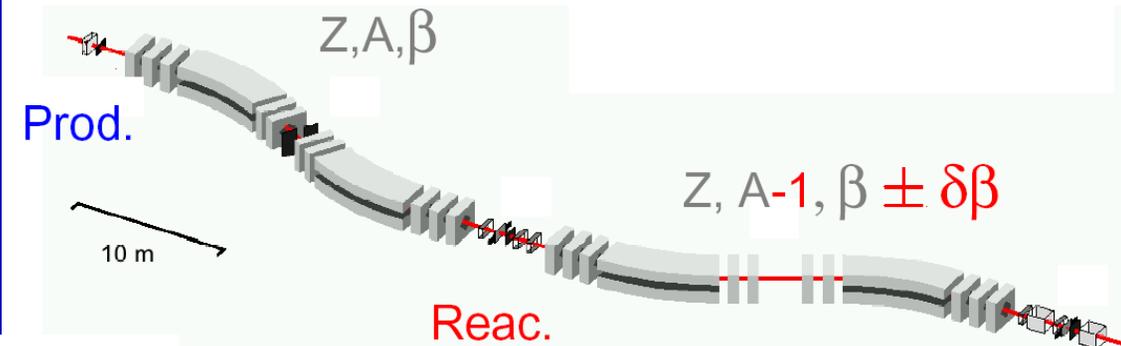
magnetisches Moment, Quadrupolmoment

Einfache Messung:

Schieße exotischen Kern auf ein Target und miss den totalen Reaktionsquerschnitt!!

# Messung des Totalen Wechselwirkungsquerschnitts

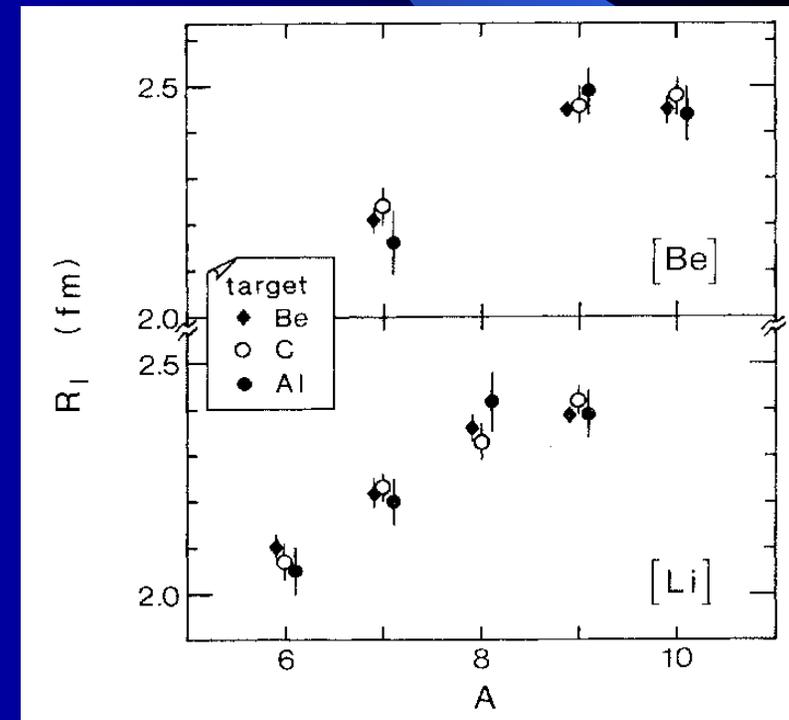
- 800 MeV/u  $^{11}\text{B}$  Primärstrahl
- Fragmentation
- Fragmentseparator



$$\sigma_I(p, t) = \pi [R_I(p) + R_I(t)]^2,$$

TABLE I. Interaction cross sections ( $\sigma_I$ ) in millibarns.

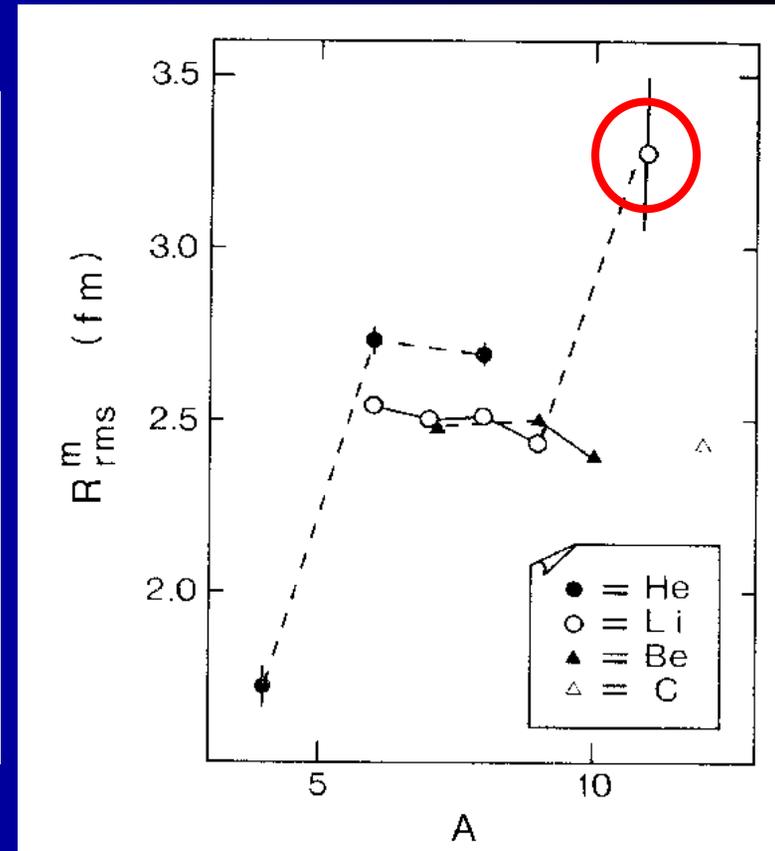
Beam	Be	Target C	Al
$^6\text{Li}$	$651 \pm 6$	$688 \pm 10$	$1010 \pm 11$
$^7\text{Li}$	$686 \pm 4$	$736 \pm 6$	$1071 \pm 7$
$^8\text{Li}$	$727 \pm 6$	$768 \pm 9$	$1147 \pm 14$
$^9\text{Li}$	$739 \pm 5$	$796 \pm 6$	$1135 \pm 7$
$^7\text{Be}$	$682 \pm 6$	$738 \pm 9$	$1050 \pm 17$
$^9\text{Be}$	$755 \pm 6$	$806 \pm 9$	$1174 \pm 11$
$^{10}\text{Be}$	$755 \pm 7$	$813 \pm 10$	$1153 \pm 16$



# Stark erhöhter Radius von $^{11}\text{Li}$

TABLE I. Interaction cross sections ( $\sigma_I$ ) in millibarns.

Beam	Be	Target C	Al
$^6\text{Li}$	$651 \pm 6$	$688 \pm 10$	$1010 \pm 11$
$^7\text{Li}$	$686 \pm 4$	$736 \pm 6$	$1071 \pm 7$
$^8\text{Li}$	$727 \pm 6$	$768 \pm 9$	$1147 \pm 14$
$^9\text{Li}$	$739 \pm 5$	$796 \pm 6$	$1135 \pm 7$
$^{11}\text{Li}$		$1040 \pm 60$	
$^7\text{Be}$	$682 \pm 6$	$738 \pm 9$	$1050 \pm 17$
$^9\text{Be}$	$755 \pm 6$	$806 \pm 9$	$1174 \pm 11$
$^{10}\text{Be}$	$755 \pm 7$	$813 \pm 10$	$1153 \pm 16$



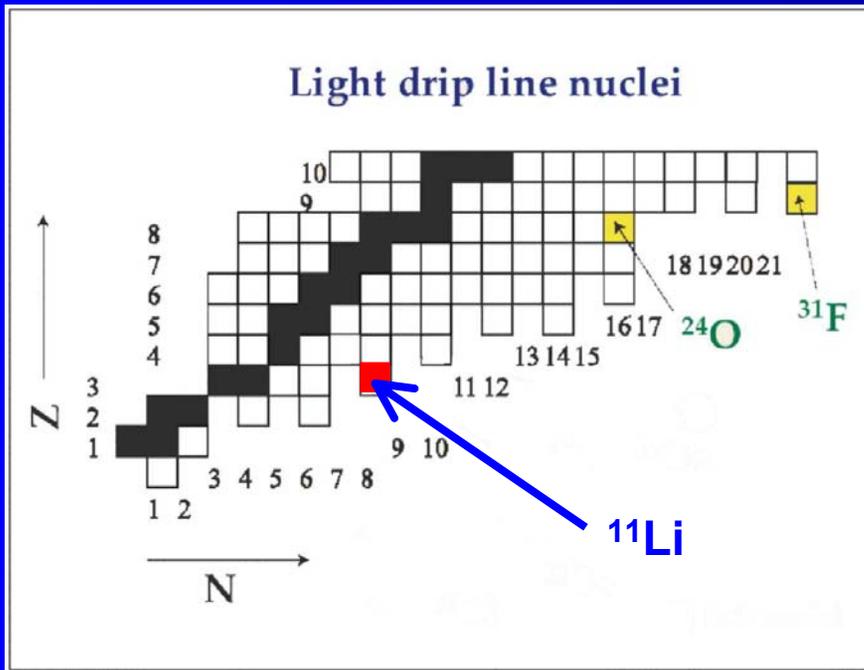
Grund für größeren Radius?

Deformation

ausgedehnte Wellenfunktion

→ Messung von magnetischem Moment und Quadrupolmoment

# Beispiel $^{11}\text{Li}$ an der Neutronen-Dripline



$^{11}\text{Li}$  ist das schwerste gebundene Li Isotop

$^{10}\text{Li}$  nicht gebunden

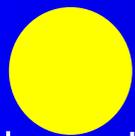
$$S_{2n}(^{11}\text{Li}) = 295 \text{ (35) keV}$$

Nur der Grundzustand gebunden.

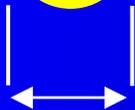
→ ausgedehnte Wellenfunktion?

→ Deformation ?

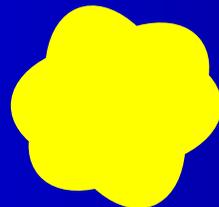
→ erhöhter Wirkungsquerschnitt für Reaktionen



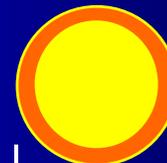
$$\sigma = \pi R^2$$



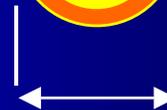
R



Deformation



$$\sigma = \pi(R + \Delta)^2$$

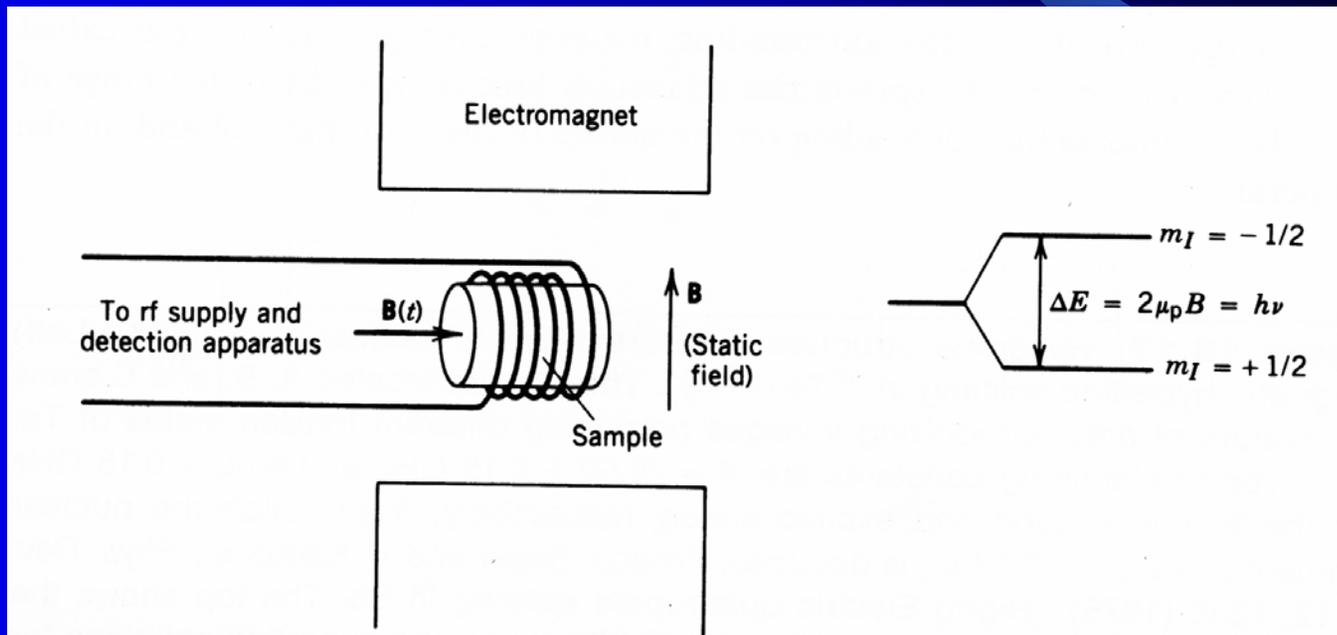


R+Δ

**Brauchen mehr Informationen über Grundzustandseigenschaften!!**

# Messung von Magnetischen Momenten – NMR 1

- Untersuchte Kerne im Festkörper oder in einer Flüssigkeit
- Resonanz wird durch Absorption der RF Strahlungsleistung gemessen

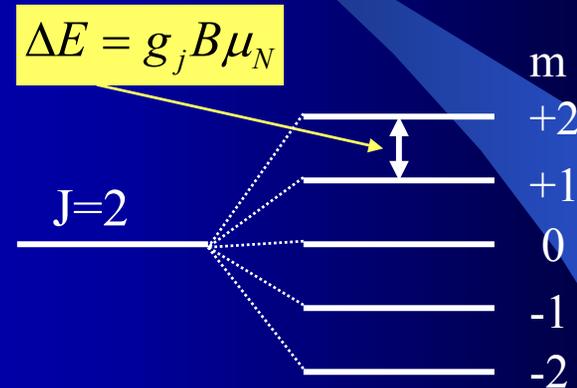


# Magnetisches Dipolmoment – Zeemann Effekt

- Zustand mit  $j$ :  $2j+1$  magnetische Unterzustände
- Energie eines magnetischen Momentes im B- Feld:

$$E = g_j B \mu_N m_j$$

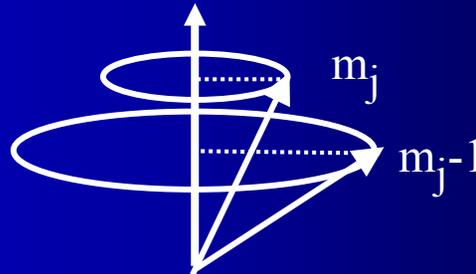
Aufhebung der Entartung der magnetischen Unterzustände



Bei Einstrahlung von RF-Strahlung können Übergänge induziert werden.

Bedingung:

$$\hbar \omega_{RF} = n \cdot \Delta E$$



# Hyperfeinwechselwirkung – magnetische HF-WW

- Verwende totalen Drehimpuls

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$$

Kernspin   Elektronendrehimpuls

Eigenwerte von  $F^2$ :  $|\mathbf{I}-\mathbf{J}| \leq \mathbf{F} \leq \mathbf{I}+\mathbf{J}$

- Magnetische Hyperfeinwechselwirkung:

$$E_M = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_e$$



$$E_M = \frac{A}{\hbar^2} \vec{I} \cdot \vec{J}$$

$$\vec{I} \cdot \vec{J} = \frac{\hbar^2}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

Enthält magnetische Kern- und Elektroneneigenschaften


$$E_M = \frac{A}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

# Hyperfeinwechselwirkung – Quadrupol-HF-WW

- Wechselwirkung eines externen Potentials (Hüllenelektronen) mit einer Ladungsverteilung (Kern)

$$E_{EM} = \int \rho(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}) dV$$

Taylorentwicklung des Potentials:

$$E_{EM} = \underbrace{\Phi(\vec{r})_0 \cdot eq}_{Monopol} + \underbrace{\sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right)_0 \cdot ep_i}_{Dipol} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_0}_{Quadrupol} eQ'_{ij}$$

$$\langle E_Q \rangle = eQ_{lab} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right)_0 \left( \frac{3 \langle \hat{I} \cdot \hat{J} \rangle^2 \hbar^{-4} + \frac{3}{2} \langle \hat{I} \cdot \hat{J} \rangle \hbar^{-2} - I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)J(2J-1)} \right)$$

# Hyperfeinwechselwirkung - Zusammenfassung

- Energieaufspaltung zwischen Hyperfeinzuständen ist gegeben durch:

$$\Delta E_{HF} = A \cdot \frac{C}{2} + B \cdot \frac{3C(C+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{I(2I-1)J(2J-1)}$$

**Kernspin**

$$C = [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

Physikalische Information über den Kern steckt in A und B

$$A = \frac{\mu_N g_I B_J(0)}{J}$$

**g-Faktor**

$$B = eQ_{lab} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)_0 = eQ_{lab} \left( \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} \right)_0$$

**Quadrupolmoment,  
Radius**

# Hyperfeinwechselwirkung – Magnetisch + Quadrupol

- Beispiel:  $^{23}\text{Na}$  (Kernspin  $I = 3/2$ )

**F: 1 → 0    $\Delta E = A - B$**

**F: 2 → 1    $\Delta E = 2A - B$**

**F: 3 → 1    $\Delta E = 3A + B$**

**$A/h = 19,7 \text{ MHz}$**

**$B/h = 3,3 \text{ MHz}$**

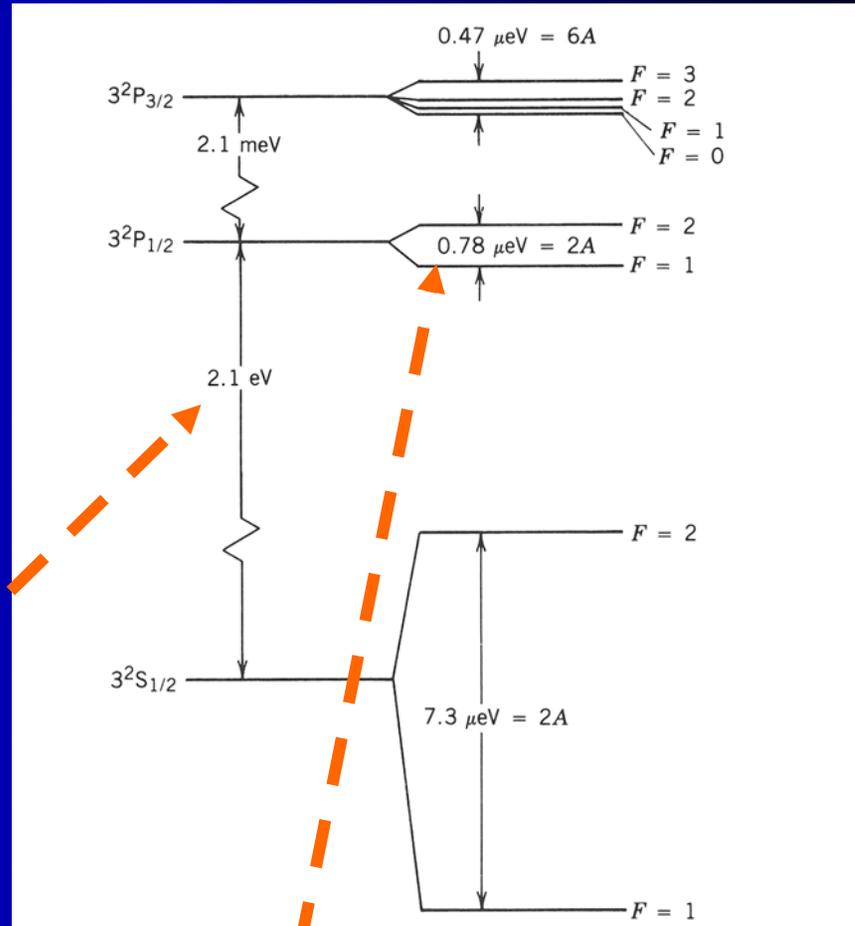
Größenordnung:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\Delta E} = \frac{2\pi \cdot 197 \text{ MeV fm}}{2,1 \text{ eV}}$$

$$\approx \frac{6,28 \cdot 2 \times 10^2 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 10^{-15} \text{ m}}{2,1 \text{ eV}}$$

$$\approx 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

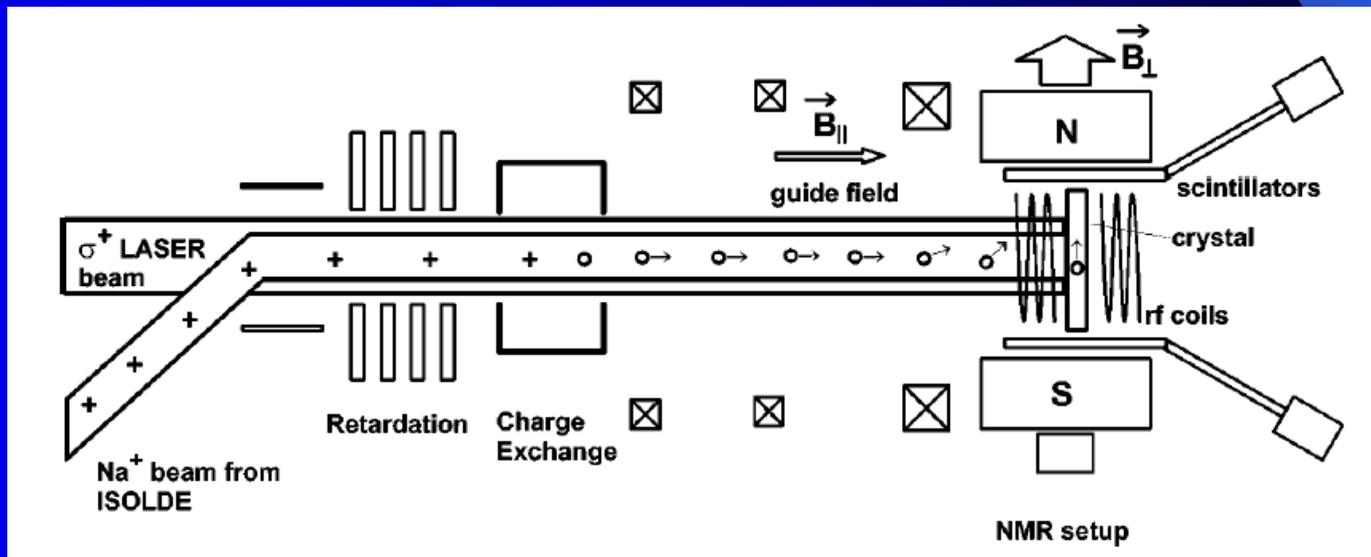
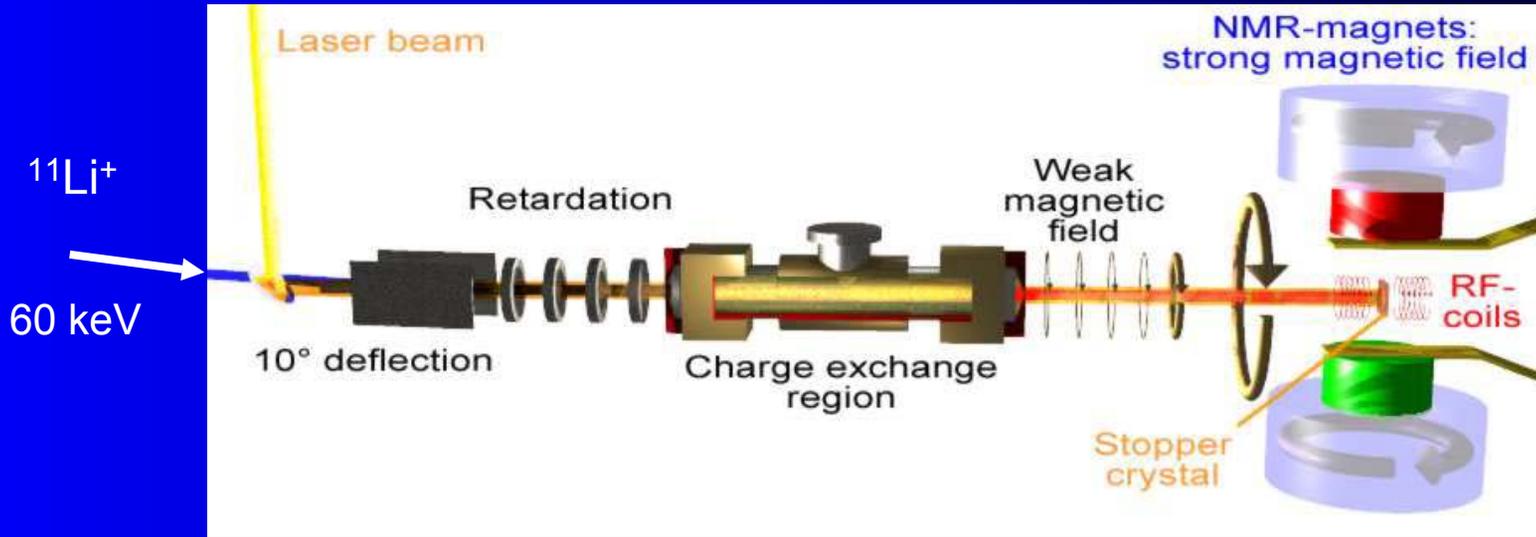
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{600 \text{ nm}} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{6 \times 10^{-7} \text{ m}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$



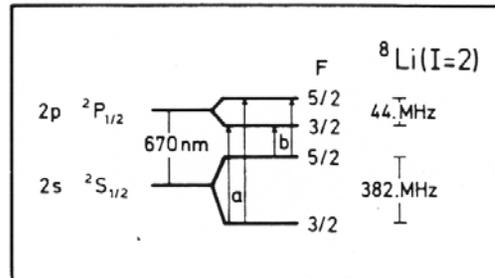
Notwendige Auflösung:

$$\frac{0,78}{2,1} 10^{-6} \approx 4 \times 10^{-7}$$

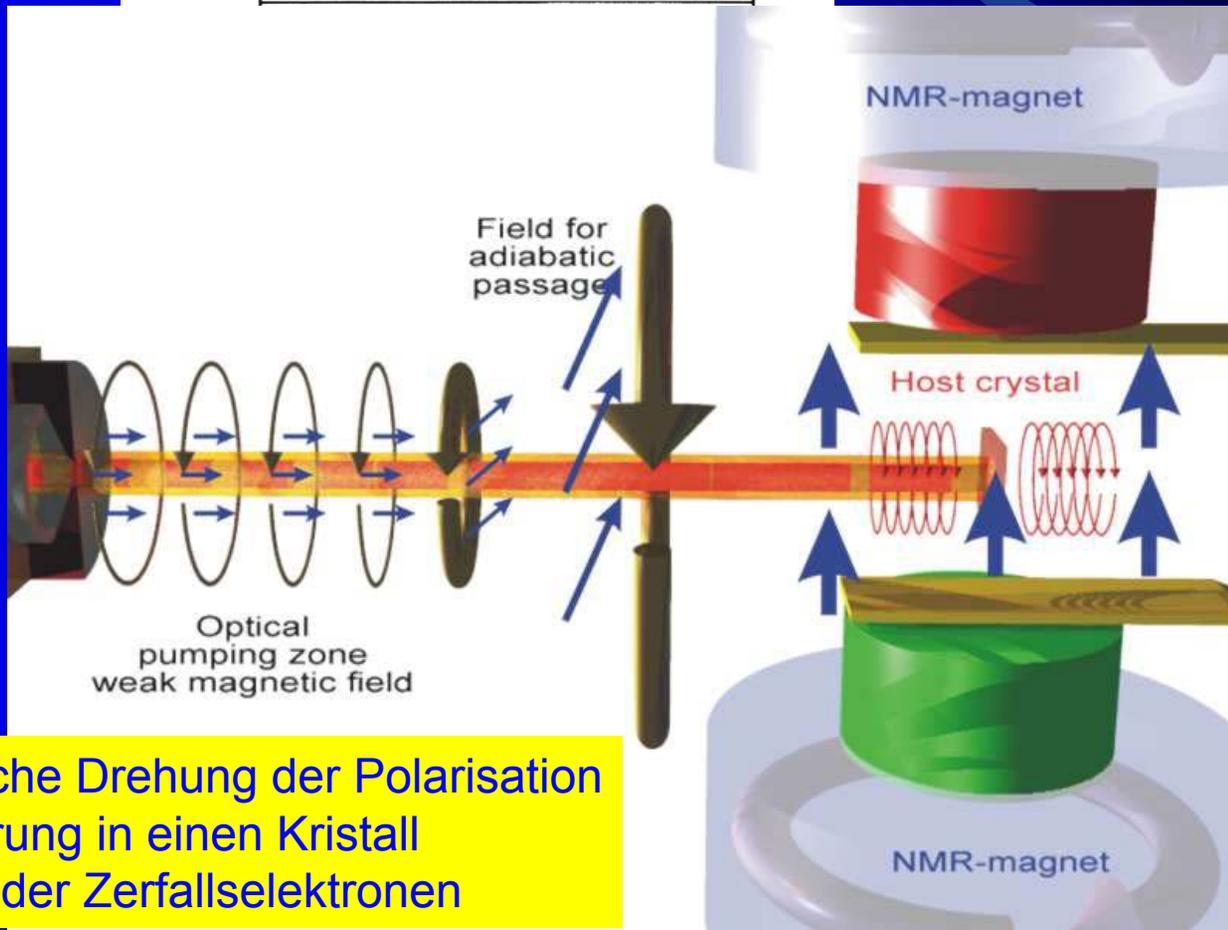
# Beta NMR - 1



# Beta NMR - 2



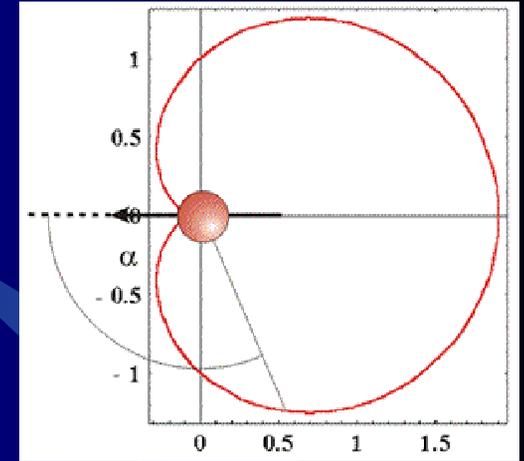
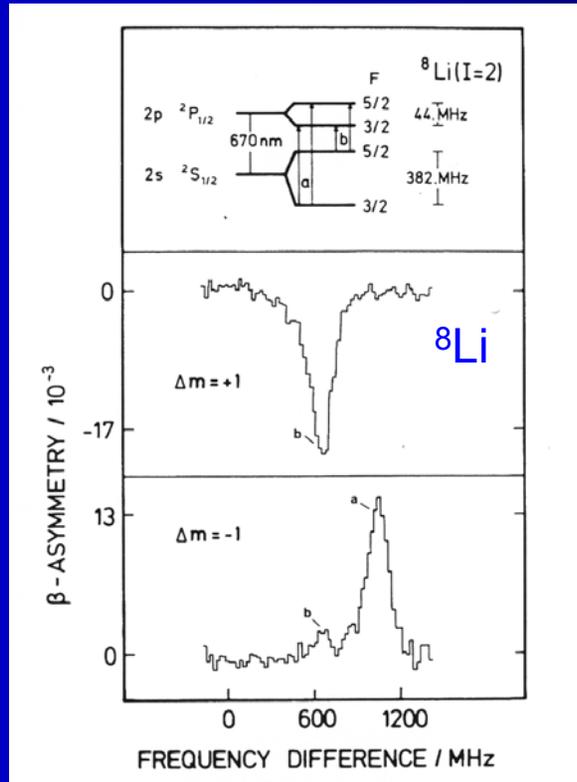
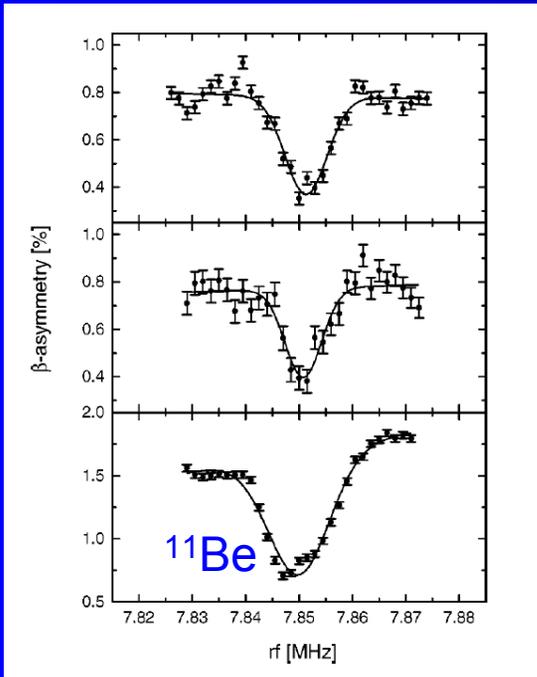
Polarisation durch  
Anregung der  
Hyperfeinniveaus



- adiabatische Drehung der Polarisation
- Implantierung in einen Kristall
- Messung der Zerfallselektronen

# Beta NMR - 3

Messung der Asymmetrie als Funktion von  
RF Frequenz                      Laserfrequenz

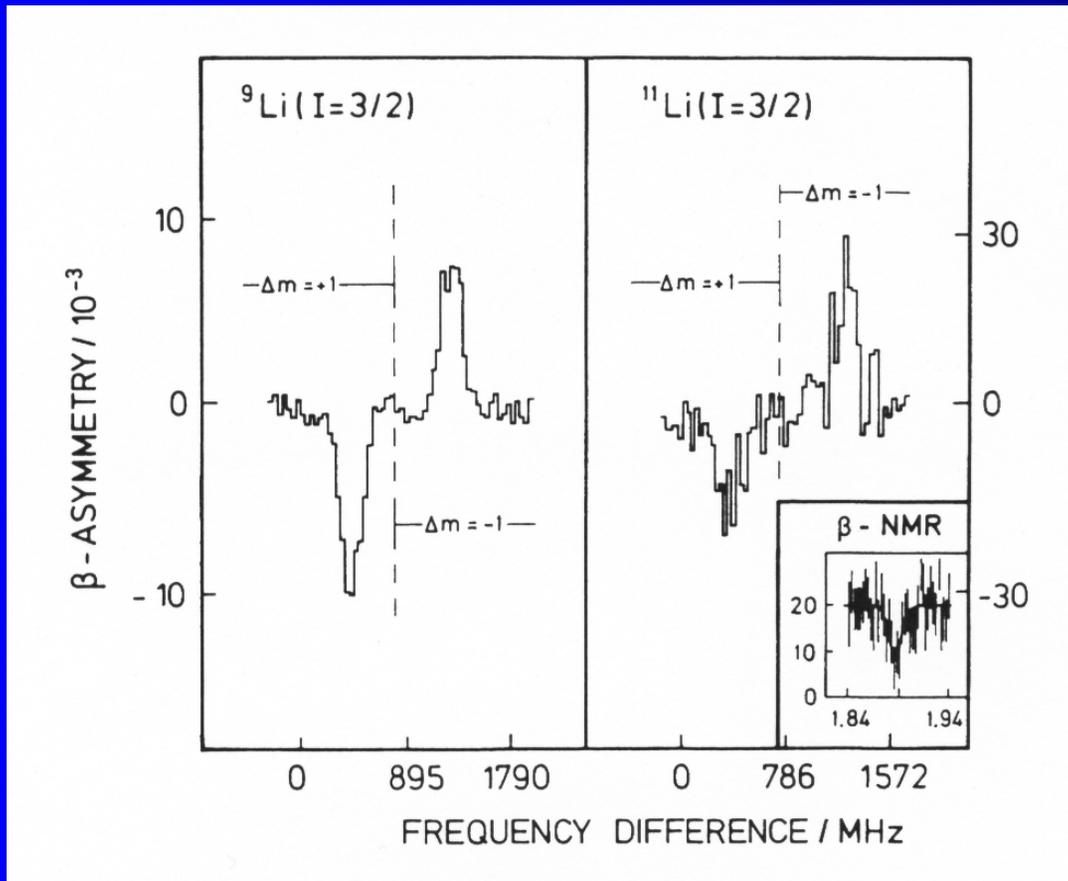


Intensitätsverteilung  
der Elektronen

Messung der Asymmetrie

$$A = \frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}}$$

# Magnetisches Moment und Spin von $^{11}\text{Li}$



$10^7 / \text{sec}$

$10^3 / \text{sec}$

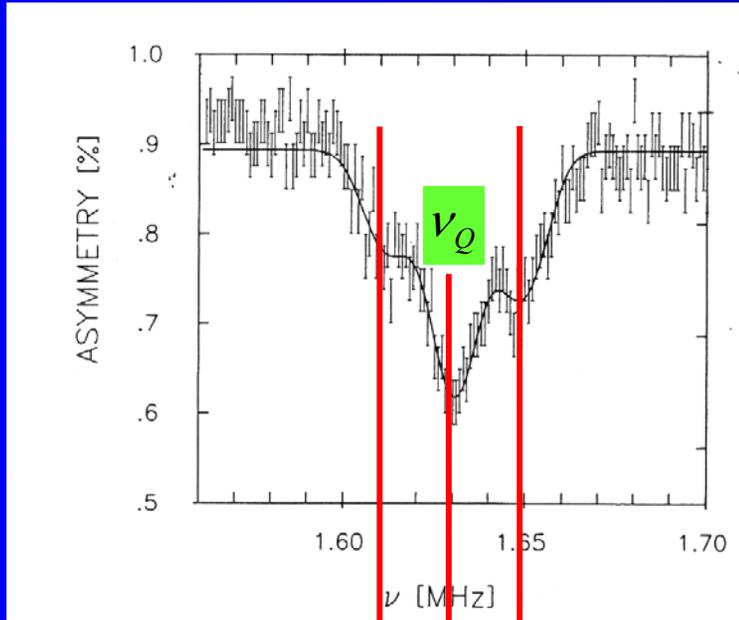
$$J(^{11}\text{Li})_{\text{g.s.}} = 3/2$$

$$\mu(^{11}\text{Li}) = 3,6673(25)\mu_N$$

$$\mu_{sp}(\pi p_{3/2}) = 3,79\mu_N$$

$^{11}\text{Li}$  besteht im Grundzustand aus gepaarten Neutronen und einem  $p_{3/2}$  Proton

# Quadrupolmoment von ${}^9\text{Li}$ und ${}^{11}\text{Li}$



$\Delta m = -1$

$\Delta m = +1$

$\Delta_Q$

$\Delta m = 0$

Hyperfeinwechselwirkung

$$E_Q = \frac{1}{4} h \nu_Q (3 \cos^2 \theta - 1) \left[ m_I^2 - \frac{1}{3} I(I+1) \right]$$

Resonanzfrequenz

$$\nu_Q = \frac{3eQ}{2hI(2I-1)} \left( \frac{d\phi}{dz} \right)$$

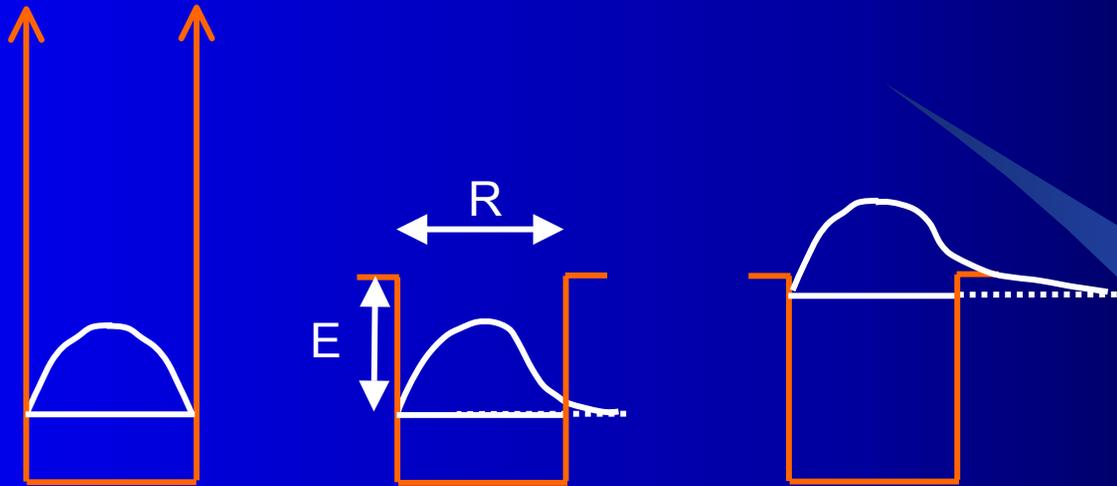
Vergleich von  $\Delta_Q$  in  ${}^9\text{Li}$  und  ${}^{11}\text{Li}$

$$\frac{\Delta_Q({}^{11}\text{Li})}{\Delta_Q({}^9\text{Li})} = \frac{Q({}^{11}\text{Li})}{Q({}^9\text{Li})} = 1,14(16)$$

$$Q({}^{11}\text{Li}) = 31,2(45) \text{ mb}$$

→ Sphärisch und großer Radius nicht wegen Deformation

# Was kann man an der Neutronen-Dripline erwarten?



$$\Psi(r) \propto \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\kappa^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$$

Je kleiner die Bindungsenergie, je ausgedehnter die Wellenfunktion

Neutron-Core Abstand:

$$\Delta r_{c-n} \approx \frac{1}{\kappa}$$

$$\Psi(r) = \sqrt{2\pi\kappa} \frac{e^{-\kappa r}}{\kappa r} \frac{e^{\kappa R}}{\sqrt{1 + \kappa R}}$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{2\kappa^2} (1 + \kappa R) = \frac{\hbar^2}{4\mu_n S_n} (1 + x)$$

Fourier-Transformierte:

$$|F(p)|^2 = \hbar\kappa \frac{1}{\pi^2 (\kappa^2 \hbar^2 + p^2)^2}$$

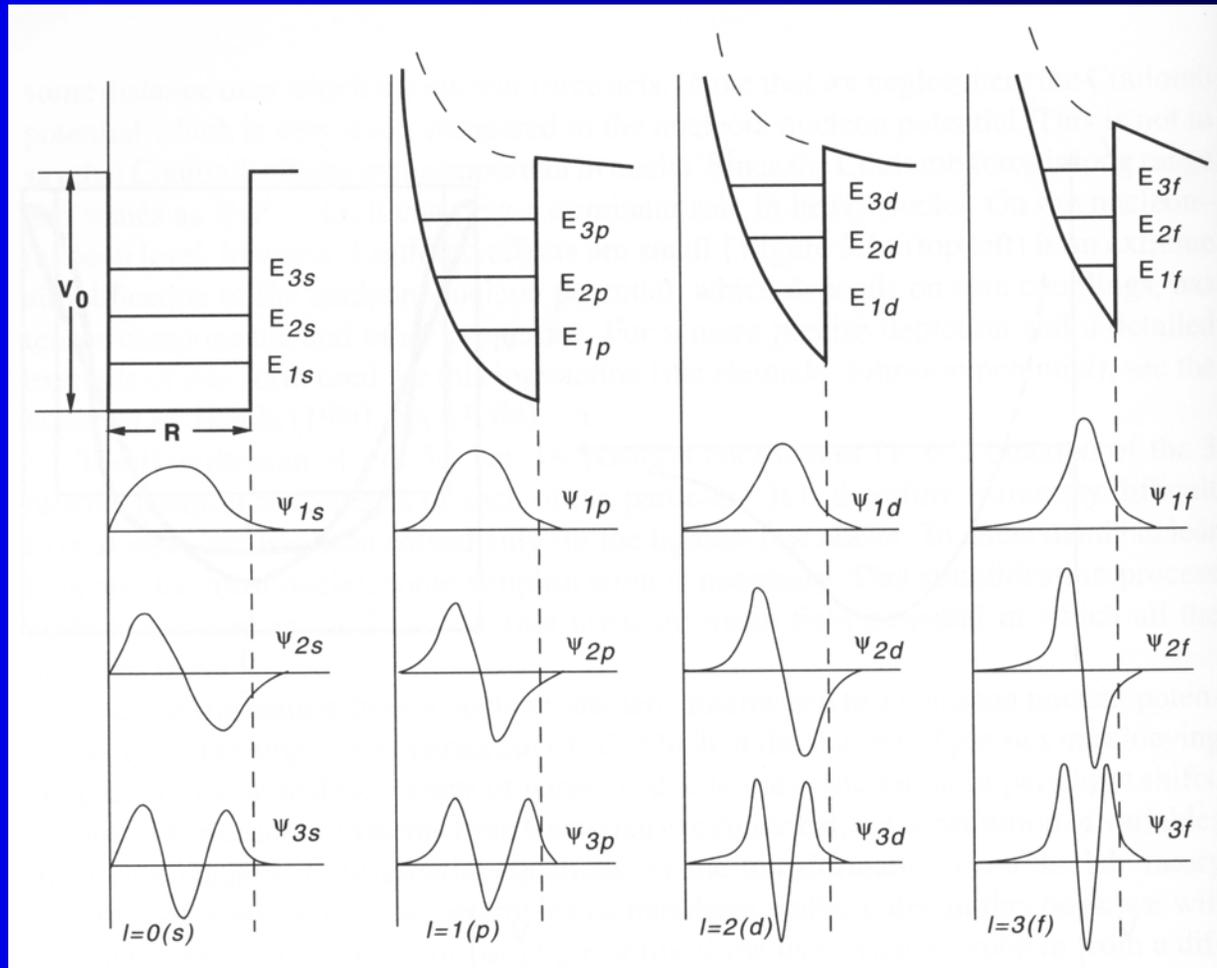
# Größenordnungen

$$A = 10 \rightarrow \mu = 1,1m_N$$

$$\kappa^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2} = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot E(\text{MeV})}{\left(197 \frac{\text{MeVfm}}{c}\right)^2} \approx \frac{2 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^4} \frac{E(\text{MeV})}{\text{MeV}} \text{fm}^{-2}$$

E	$\kappa^2$	$\kappa$	$1/\kappa \approx r$
7 MeV	0,35 fm <sup>-2</sup>	0,6 fm <sup>-1</sup>	1,7 fm
1 MeV	0,05 fm <sup>-2</sup>	0,2 fm <sup>-1</sup>	4,5 fm
0,1 MeV	0,005 fm <sup>-2</sup>	0,07 fm <sup>-1</sup>	14 fm

# Einfluss des Bahndrehimpulses



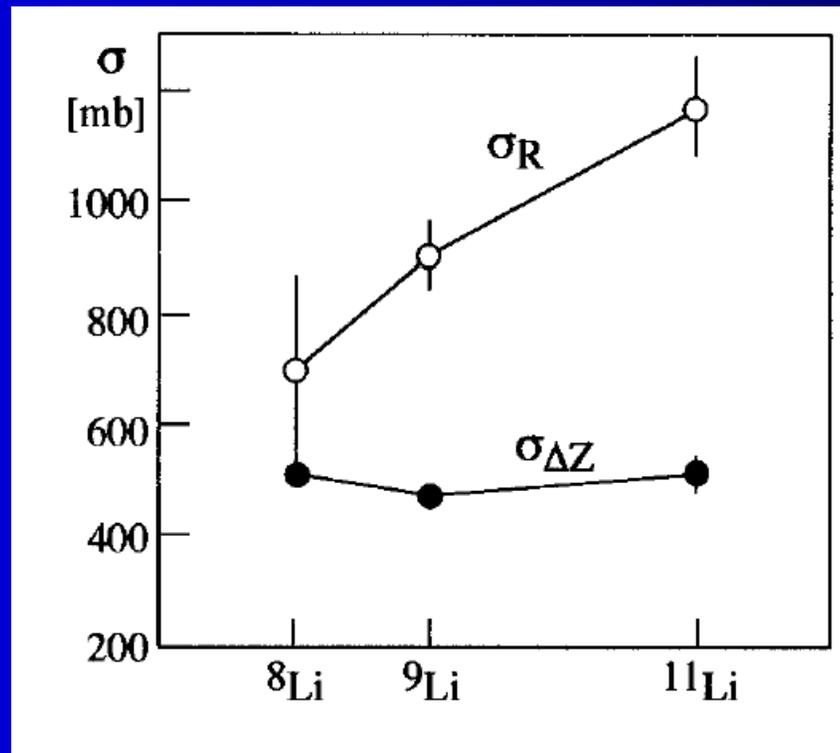
Zentrifugalbarriere lokalisiert die Wellenfunktion für großen Bahndrehimpuls!

## Weiterer Test – Reaktionen mit Ladungsänderung

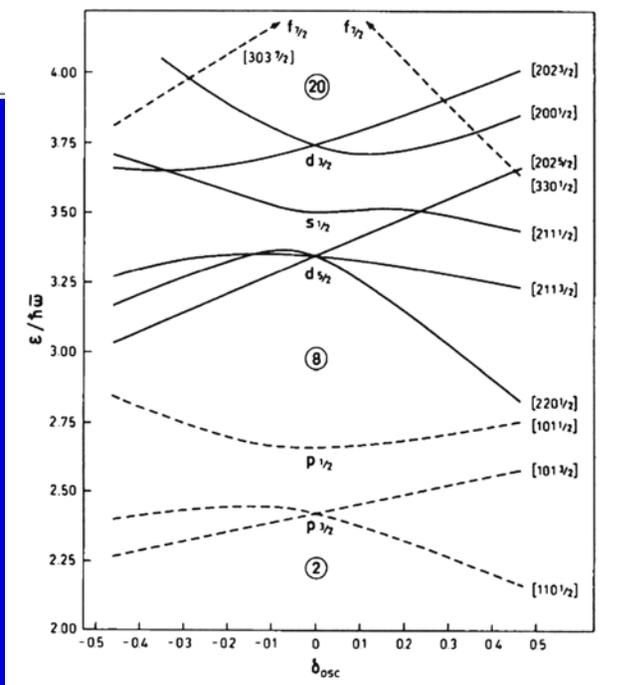
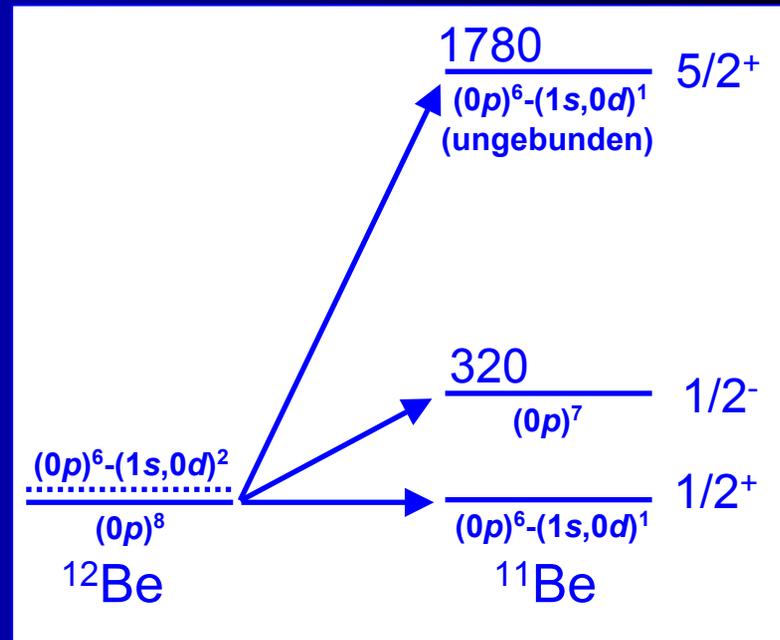
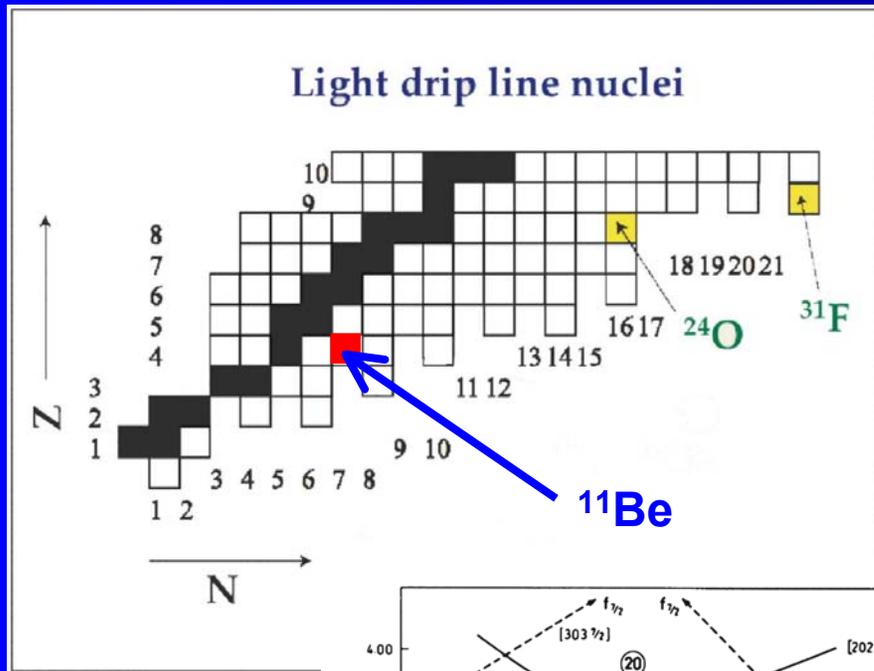
- Der Total Reaktionsquerschnitt steigt für große Neutronenzahl an.
- Der Wirkungsquerschnitt für Reaktionen mit Ladungsänderung bleibt konstant.

→ Ladungsdichteverteilung ändert sich von  ${}^8\text{Li}$  bis  ${}^{11}\text{Li}$  nicht wesentlich

→ Neutronen sind für Erhöhung des Wirkungsquerschnitts verantwortlich.



# $^{11}\text{Be}$ ist auch in der Nähe der Dripline



Erklärung für  $s_{1/2}$  Grundzustand ?

Deformation?

Nicht konsistent mit Nilsson Model!!

**Ausgedehnte Wellenfunktion??**

# Abschätzungen für $^{11}\text{Be}$

$$\frac{1780}{(0p)^6 \cdot (1s, 0d)^1} \quad 5/2^+ \quad \text{(ungebunden)}$$

$$\Psi(r) \propto \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\kappa^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$$

$$\frac{320}{(0p)^7} \quad 1/2^-$$

$$E = 0,18 \text{ MeV}$$

$$1/\kappa = 10 \text{ fm}$$

$$\frac{\quad}{(0p)^6 \cdot (1s, 0d)^1} \quad 1/2^+ \quad ^{11}\text{Be}$$

$$E = 0,50 \text{ MeV}$$

$$1/\kappa = 6,3 \text{ fm}$$

Eine einfache Abschätzung lässt erwarten, dass in beiden  $J=1/2$  Zuständen die Wellenfunktionen stark ausgedehnt sind.

Zum Vergleich:

$$R(^{10}\text{Be}) \approx 2,4 \text{ fm}$$

$$R(A=11) = 1,2 \cdot A^{1/3} = 2,7 \text{ fm}$$

# Test der ausgedehnten Wellenfunktion

Was bedeutet es, wenn die Wellenfunktion im Orts-Raum ausgedehnt ist?

Wellenfunktion im Impulsraum:

$$\tilde{\Psi}(\underline{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d^3 p \Psi(\underline{r}) e^{-i\underline{p}\cdot\underline{r}/\hbar}$$

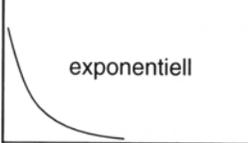
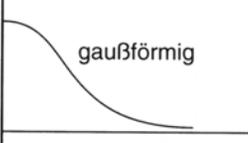
Fourier Transformation

Erinnerung:

Formfaktor und Ladungsverteilung

**Formfaktor:**

$$F(\vec{q}) = \frac{1}{Ze} \int \rho(\vec{r}') e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}'} d\tau'$$

$\rho(r)$	$ F(q^2) $	Beispiel
punktförmig	konstant	Elektron
	Dipol	Proton
	gaußförmig	${}^6\text{Li}$
homogene Kugel		-
Kugel mit diffusem Rand		${}^{40}\text{Ca}$

$r \rightarrow$                        $|q| \rightarrow$

# Impulsverteilung

Bezug zu unserem Problem:

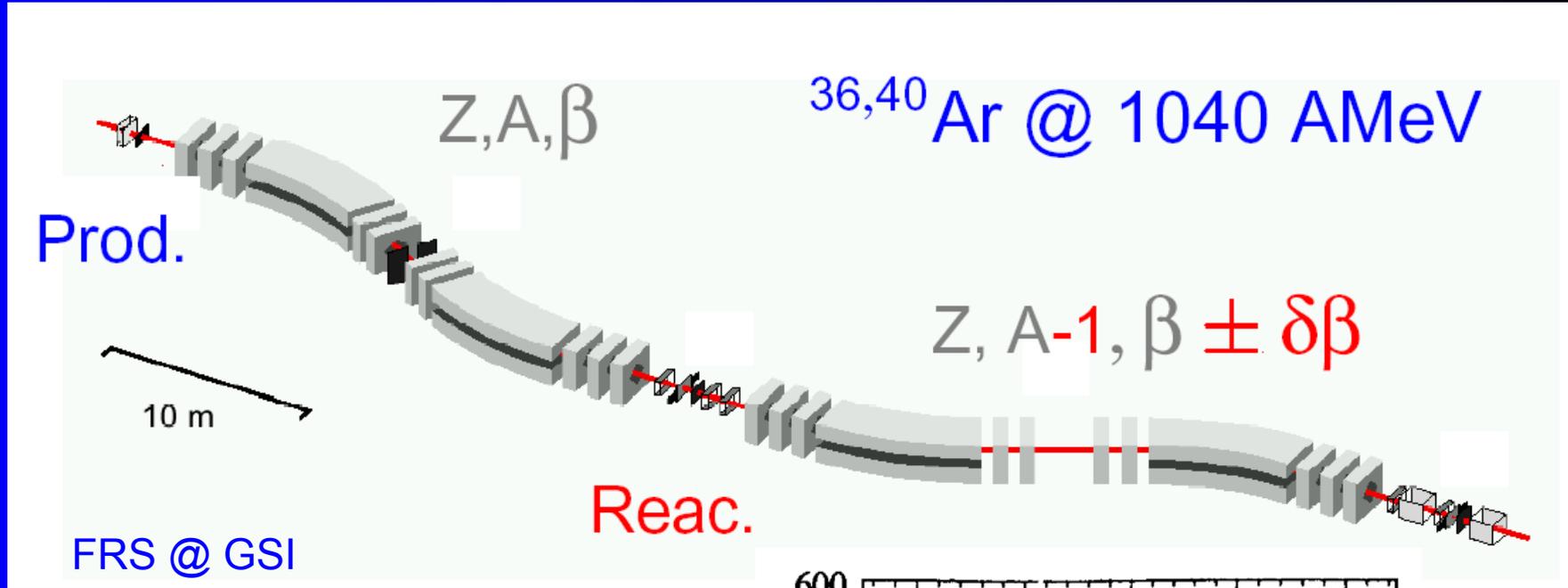
- Impulsverteilung der stark gebundenen Teilchen breit
- Impulsverteilung der schwach gebundenen Teilchen schmal

Messung der Impulsverteilung des schwach gebundenen Neutrons:

Was muss getan werden:

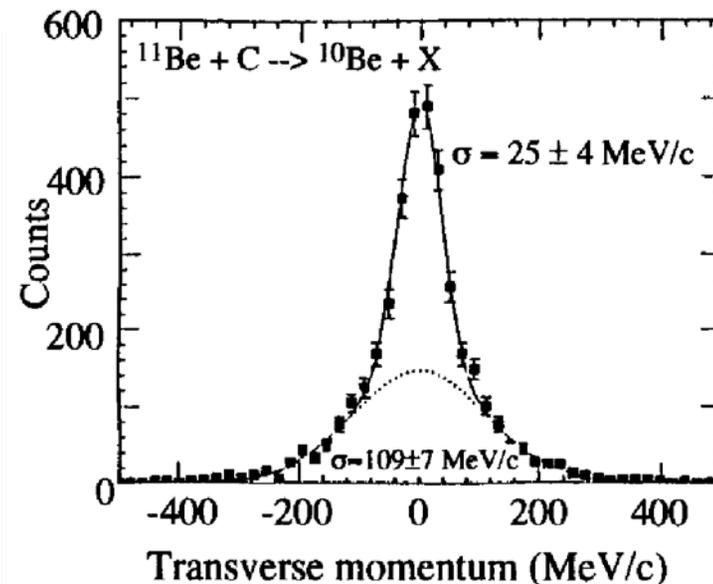
- $^{11}\text{Be}$  wird erzeugt durch Fragmentation
- Reaktion an verschiedenen Targets
- Messung der Impuls der Reaktionsprodukte
- Identifikation der Reaktionen, in denen das letzte Neutron abgestreift wurde

# Gemessene Impulsverteilung des letzten Neutrons in $^{11}\text{Be}$

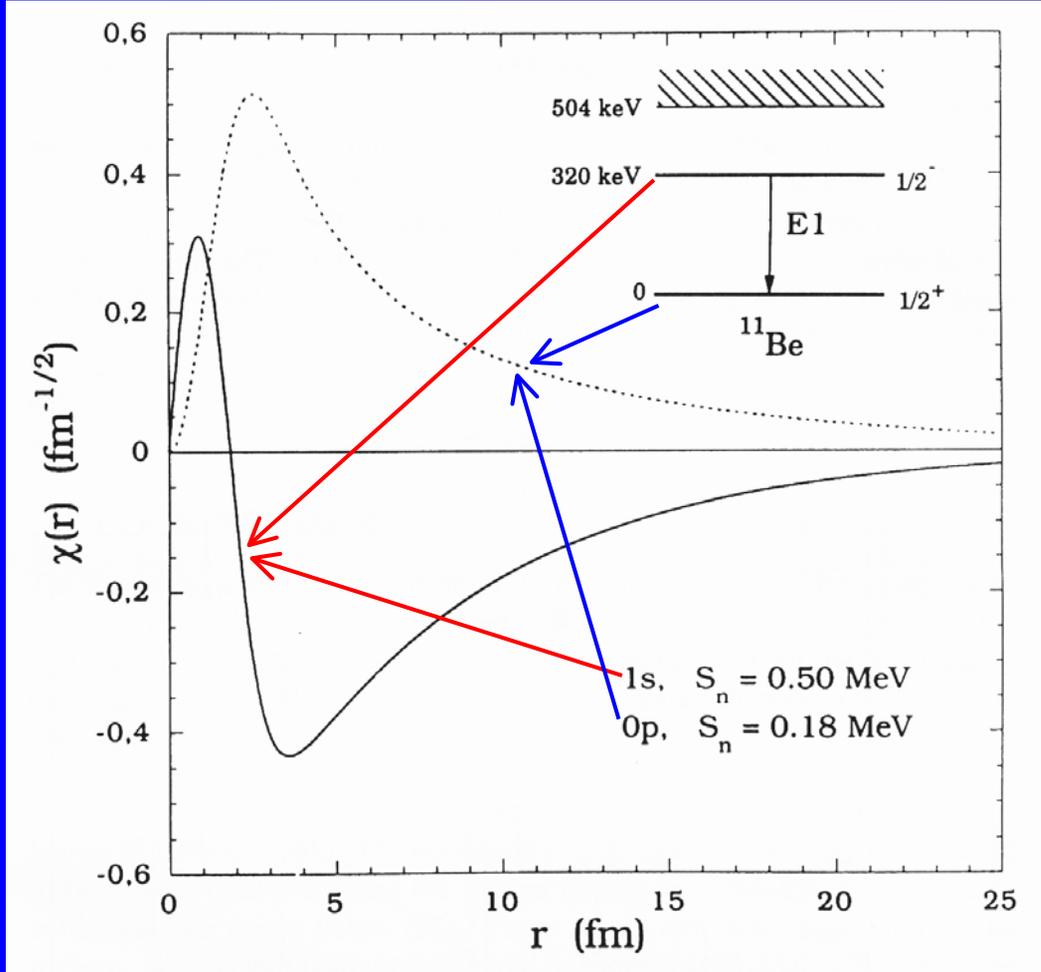


Man beobachtet eine schmale Impulsverteilung für den Aufbruch von  $^{11}\text{Be}$

→ Beweis der ausgedehnten Wellenfunktion



# Wellenfunktion des letzten Neutrons in $^{11}\text{Be}$



$1/\kappa = 10 \text{ fm}$

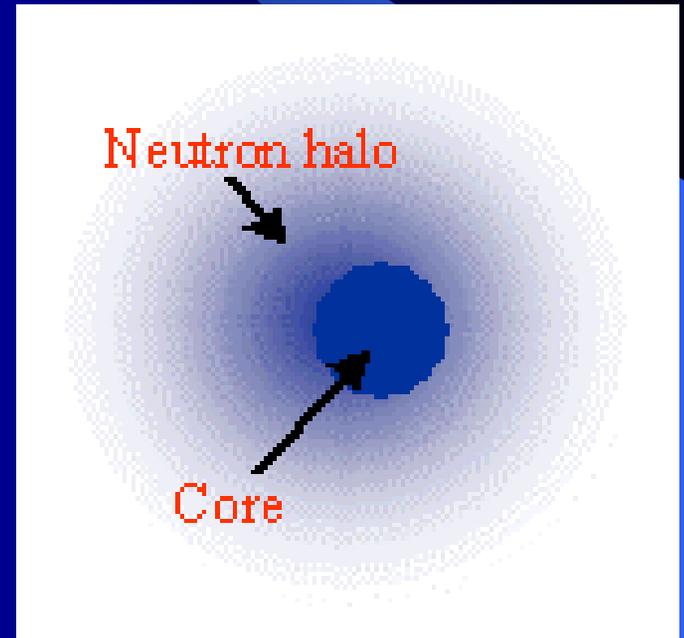
$1/\kappa = 6,3 \text{ fm}$

Lehrbuch:

$R = 1,2 A^{1/3} = 2,7 \text{ fm}$

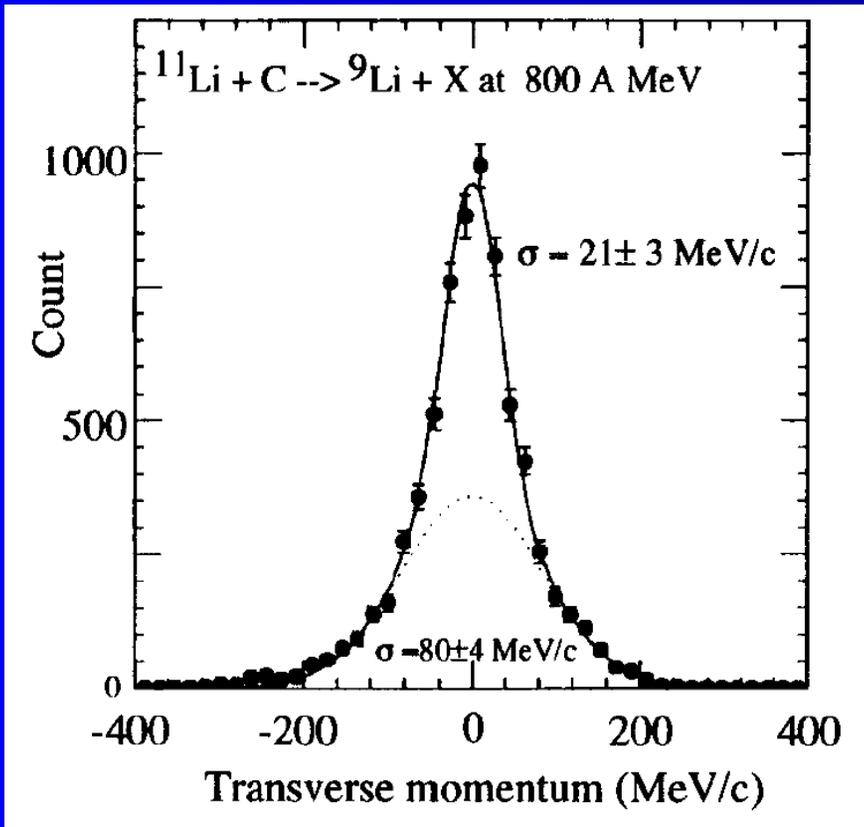
$R_{\text{rms}}(1s) = 6,0 \text{ fm}$

$R_{\text{rms}}(0p) = 5,7 \text{ fm}$



**$^{11}\text{Be}$  ist ein Ein-Neutronen Halo !!**

# Impulsverteilung in $^{11}\text{Li}$



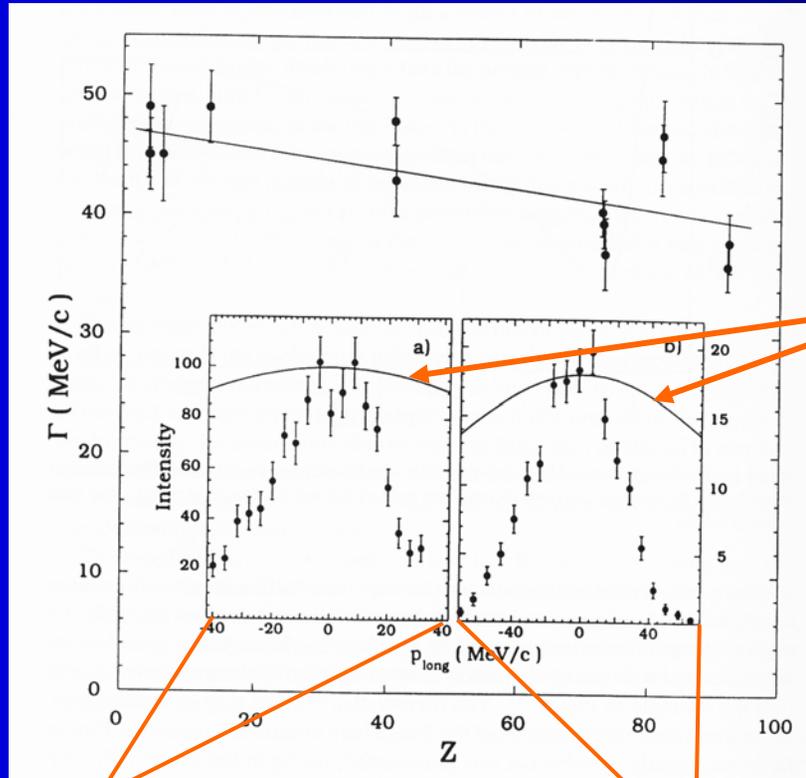
Gezeigte Messungen in  $^{11}\text{Be}$  und  $^{11}\text{Li}$  sind beide an Kohlenstofftargets durchgeführt worden!

## Frage:

Könnte es sein, dass man die Breite aufgrund des gewählten Targets so schmal ist?

# Breite der Impulsverteilung für verschiedene Targets

Breite der Impulsverteilung in  
Abhängigkeit des Targetkerns



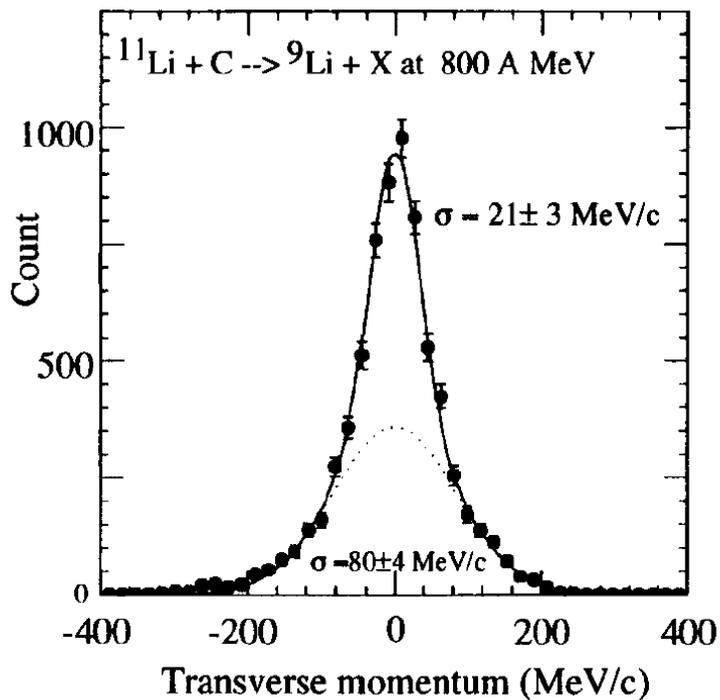
Impulsverteilung für  $^{12}\text{C}$

Be Target  
 $E(^{11}\text{Li}) = 66 \text{ MeV/u}$

Al Target  
 $E(^{11}\text{Li}) = 280 \text{ MeV/u}$

**Effekt ist im wesentlichen unabhängig vom Target und von der Energie!**

# Die Struktur von $^{11}\text{Li}$



Beim Aufbruch von  $^{11}\text{Li}$  wird nicht nur ein Neutron herausgeschlagen sondern zwei Neutronen.

Die Gründe:

- $^{10}\text{Li}$  ist nicht gebunden
- Paarungskraft führt zu Korrelationen der beiden Neutronen

**Interpretation:**

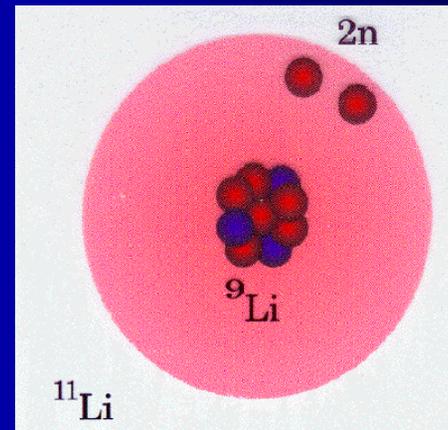
Man kann  $^{11}\text{Li}$  sehr vereinfacht beschreiben als einen  $^9\text{Li}$  Core plus einem Di-Neutron

Man kann wieder die Argumente der ausgedehnten Wellenfunktion mit exponentiellem Abfall verwenden:

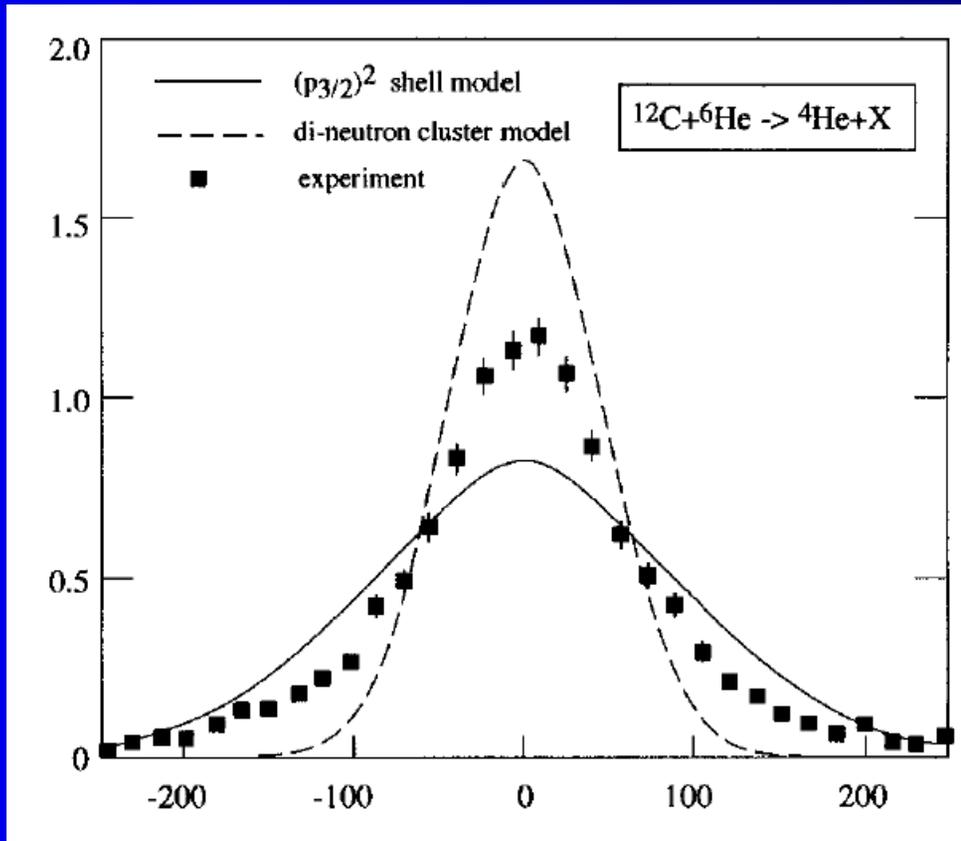
$$S_{2n} = 250 \text{ (80) keV}$$

$$\Psi(r) \propto \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

$$\kappa^2 = \frac{2\mu_{2n}S_{2n}}{\hbar^2}$$



# Anderer Zwei-Neutronen Halo Kern: ${}^6\text{He}$



Experimentelle Impulsverteilung lässt sich nur durch ein Hybrid-Modell aus Schalenmodell und Di-Neutron Cluster beschreiben.

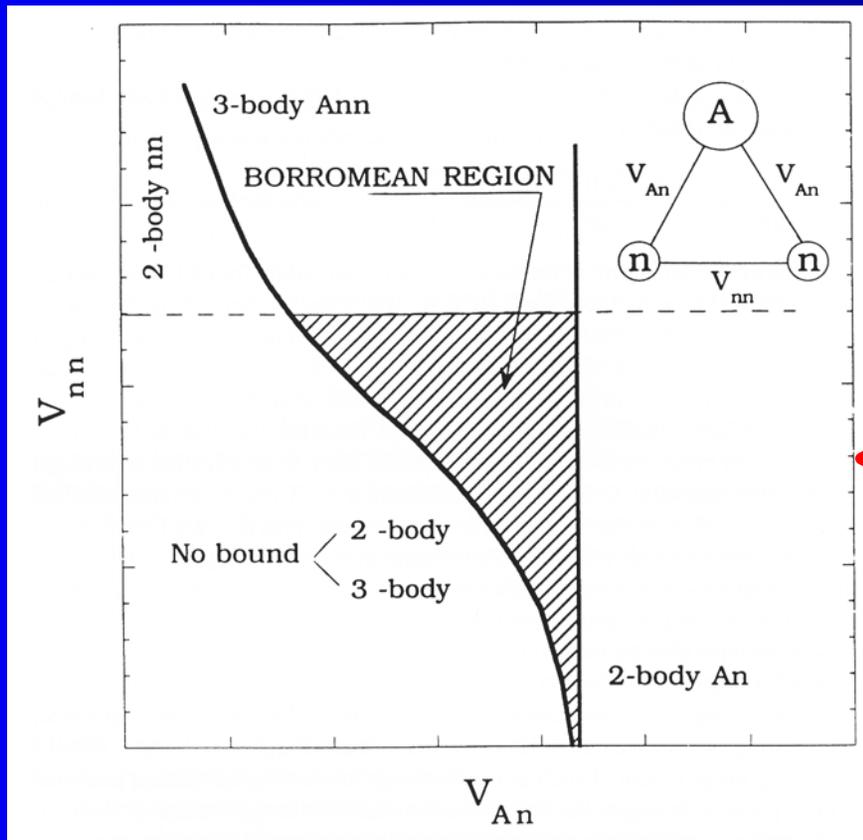
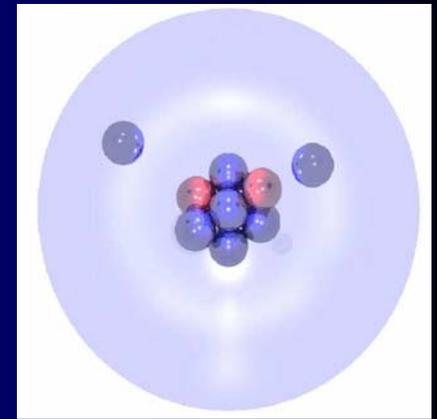
Exakte Rechnungen müssen dem Rechnung tragen.

# Drei-Teilchen Korrelationen

Das Bild  $^{11}\text{Li} = ^9\text{Li} + \text{Di-Neutron}$  ist zu einfach.

Benötige vollständige quantenmechanische Beschreibung unter Berücksichtigung von Drei-Teilchen Korrelationen.

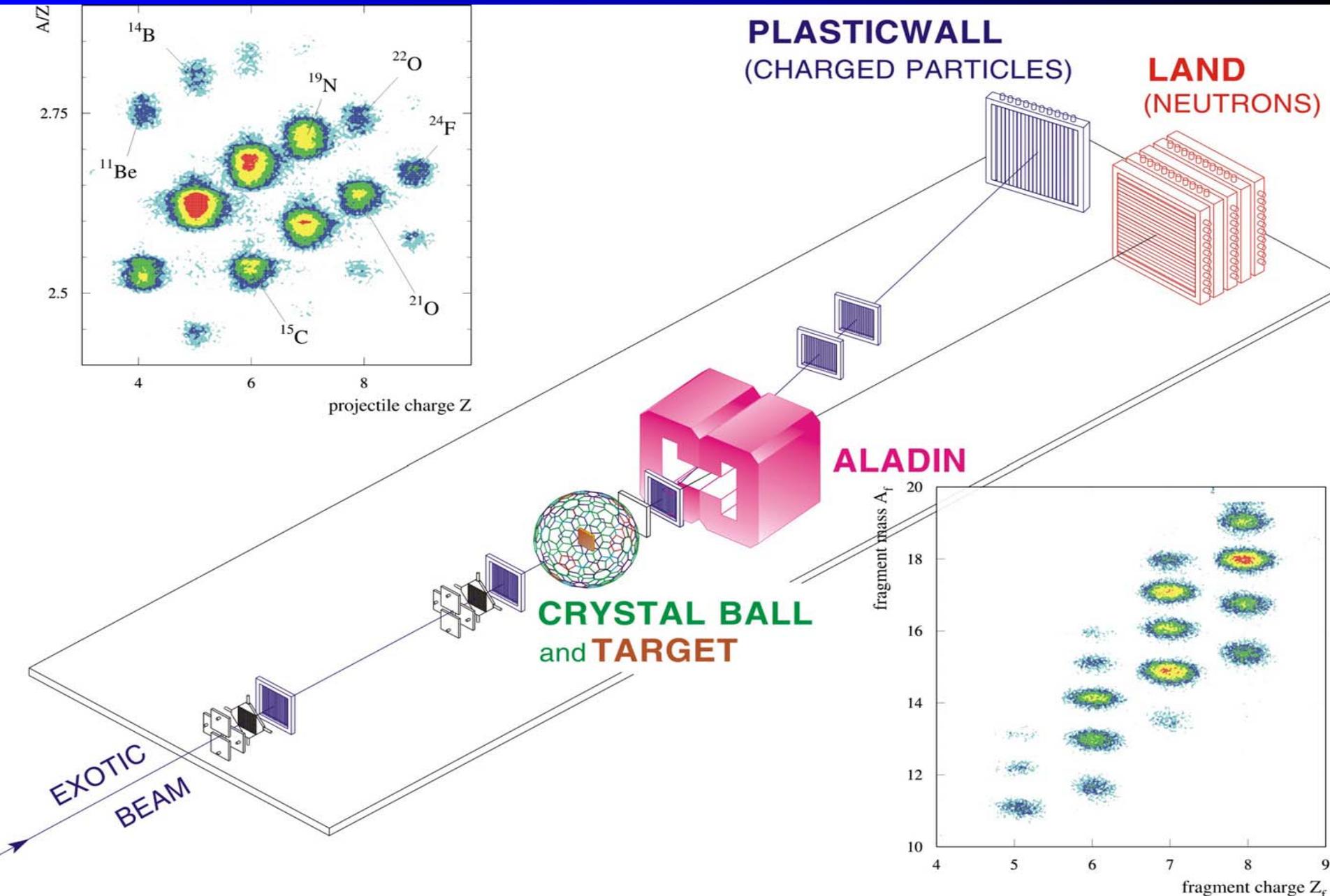
(Geht über Standardbeschreibung weit hinaus!!)



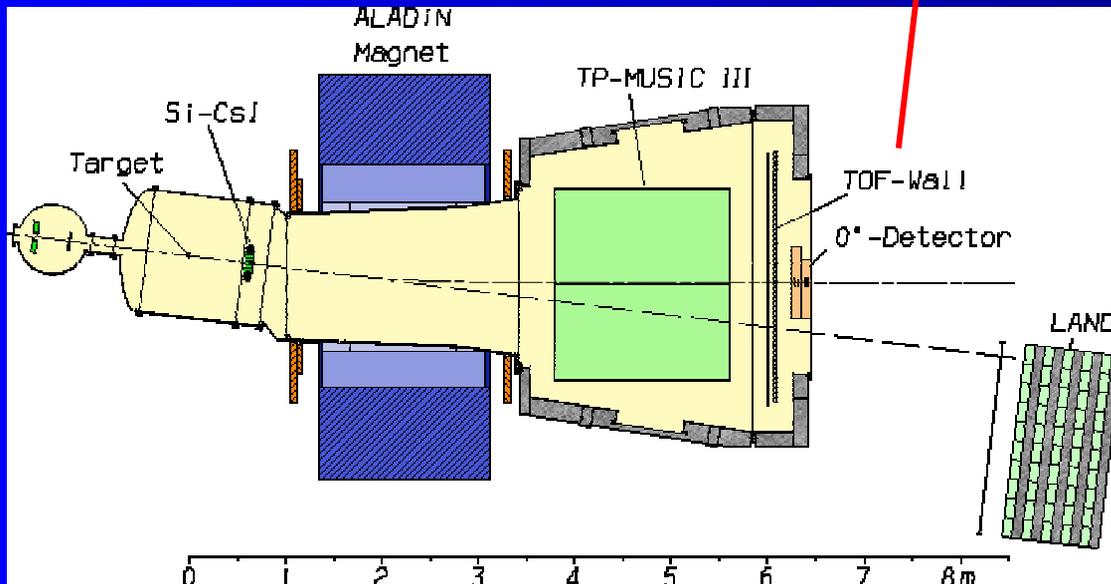
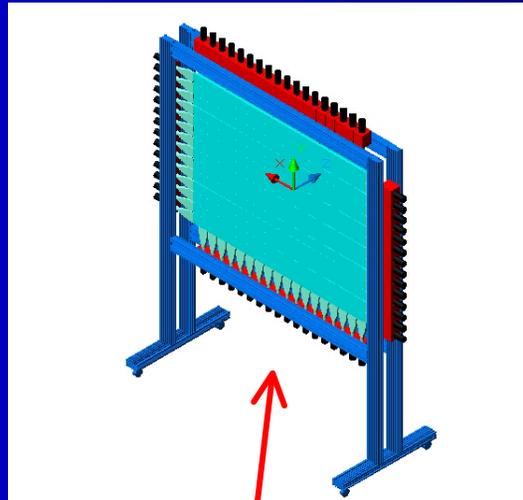
Existenz von 2- und 3-Teilchen Systemen als Funktion der zwei Wechselwirkungsstärken  $V_{nn}$  und  $V_{An}$ .



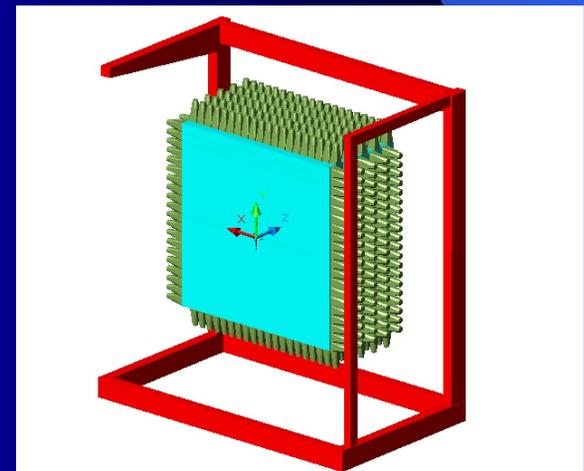
# Exp. Aufbau zur Messung der Korrelationen



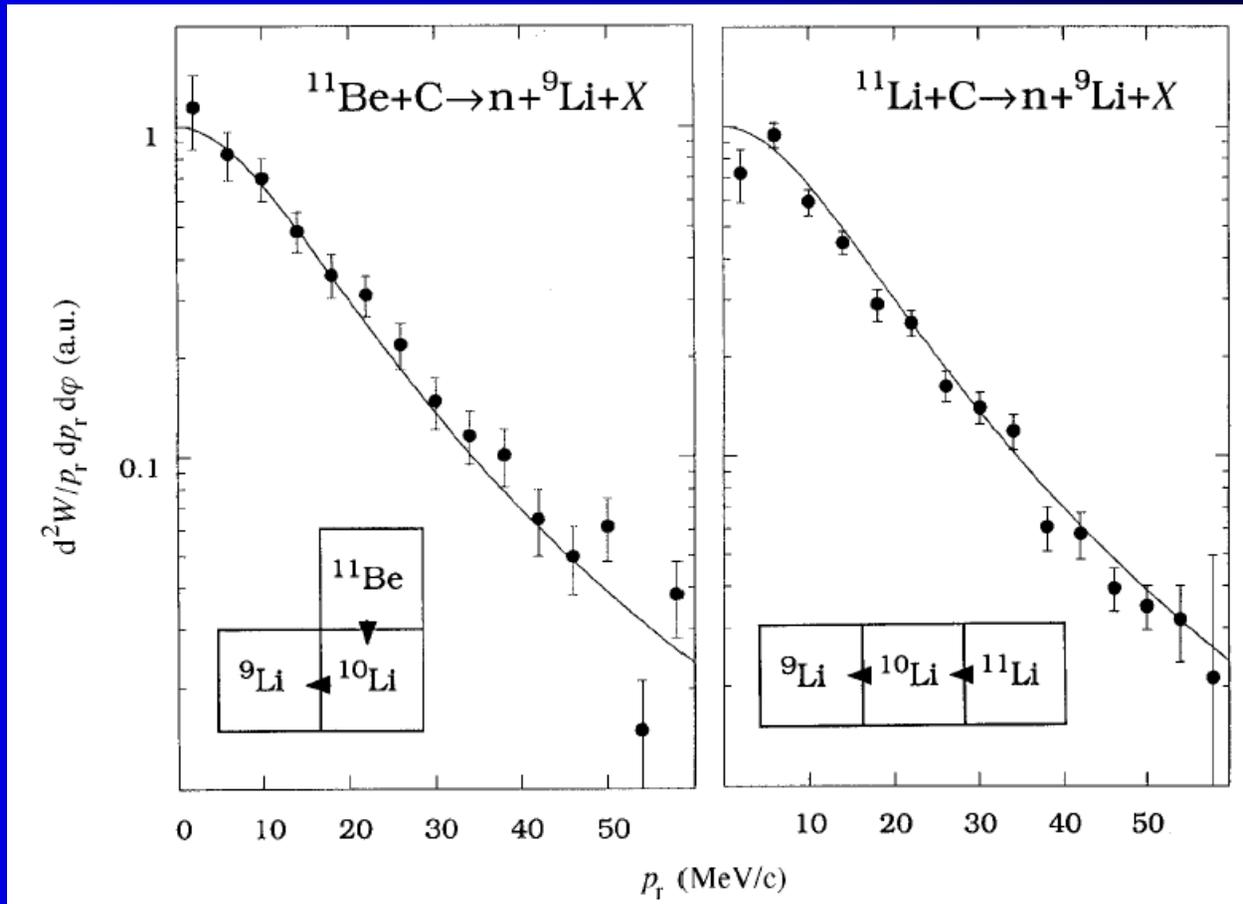
# ALADIN Magnet plus Detektoren



Neutronendetektor LAND  
(Large Area Neutron Detector)



# Aufbruch von Halos in den gleichen Endzustand

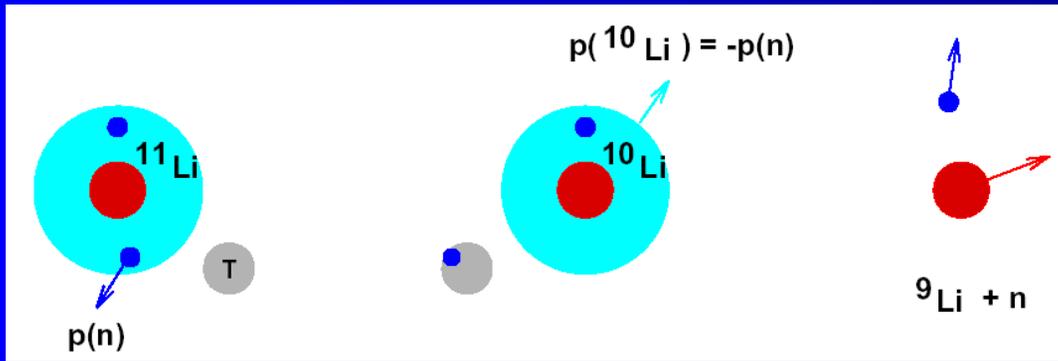


Die Impulsverteilungen sind fast gleich:

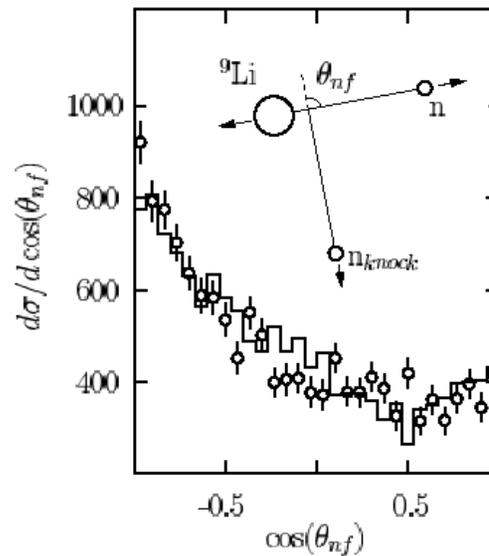
→  $^{10}\text{Li}$  hat einen fast gebundenen Grundzustand mit  $L=0$

→ Grundzustand von  $^{11}\text{Li}$  hat etwa gleich große Komponenten  $\nu(1s_{1/2})^2$  und  $\nu(0p_{1/2})^2$

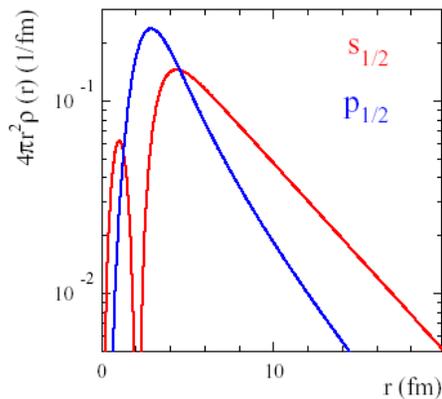
# Korrelationen der Neutronen beim Aufbruch von $^{11}\text{Li}$



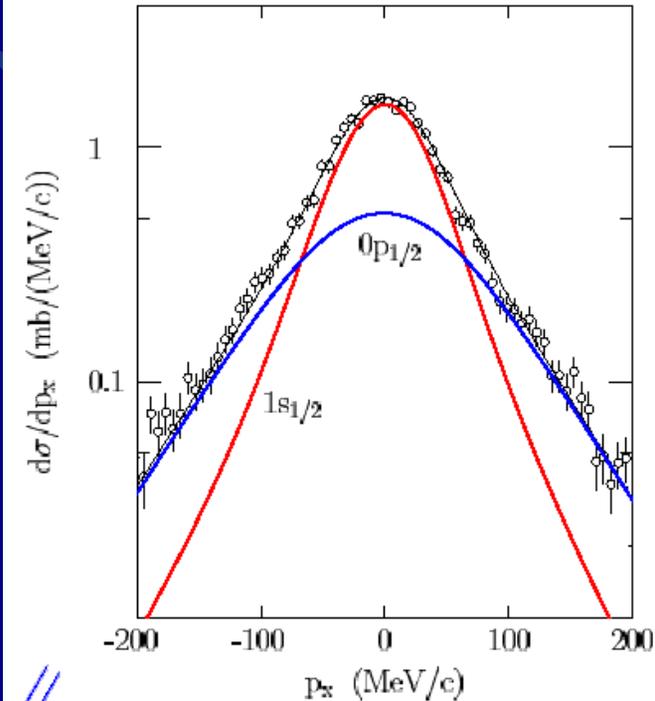
## Angular Correlation



## Wavefunction



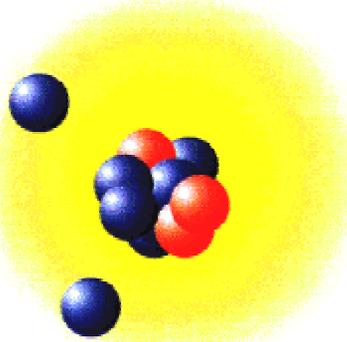
## Momentum Distribution



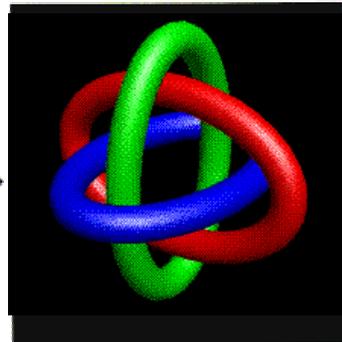
⇒ strong s-wave admixture  
 $(s_{1/2})^2 / (p_{1/2})^2 \approx 45 / 55$

⇒ responsible for Halo

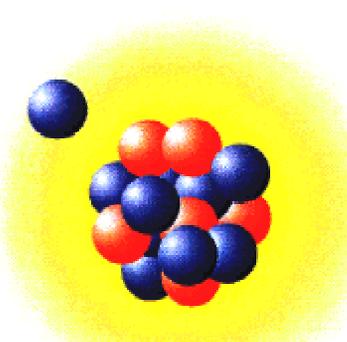
# Zwei-Neutronen Halos – Borromeo System



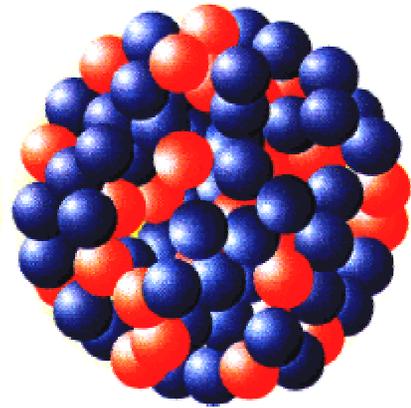
**$^{11}\text{Li}$ : Borromean Halo Nucleus**



**The Borromean Rings**

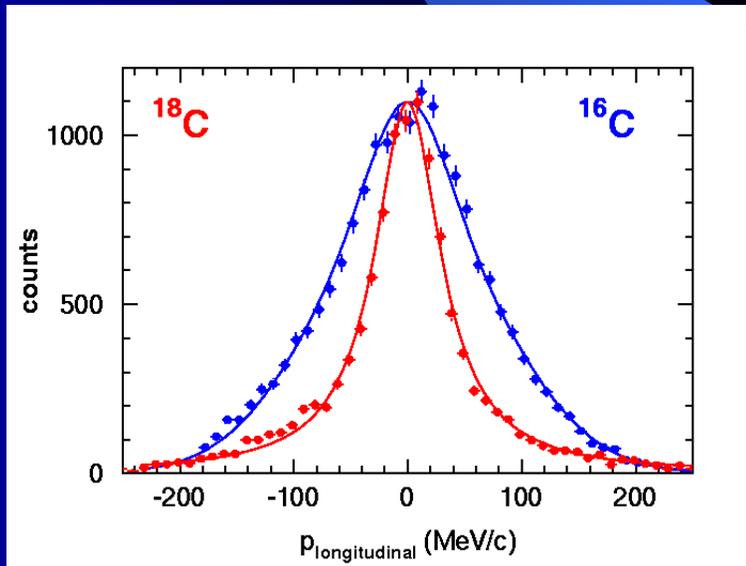


**$^{19}\text{C}$ : The Heaviest Known Halo Nucleus**

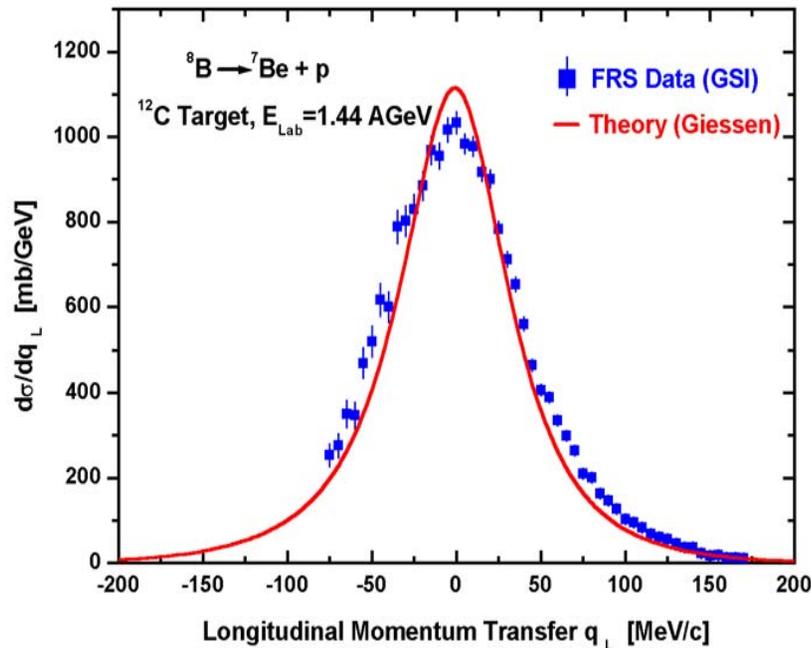


**$^{208}\text{Pb}$ : Well Bound Heavy Nucleus**

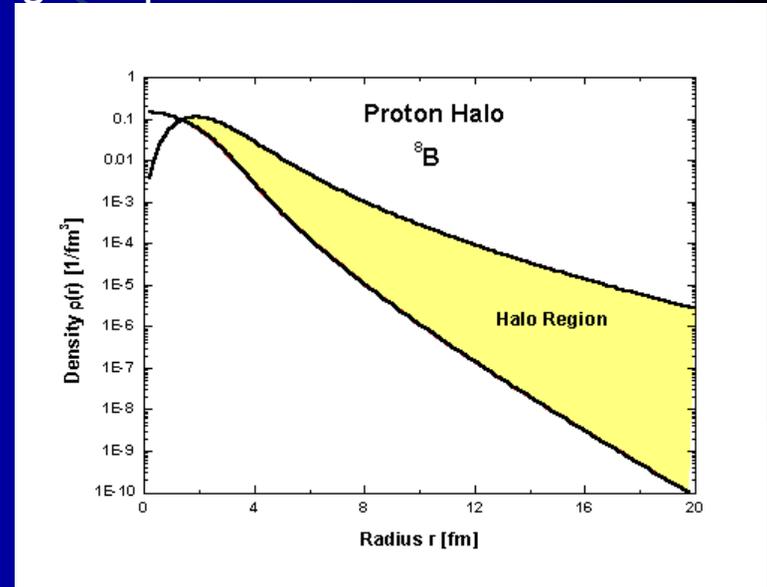
Andere Beispiele:  
 $^6\text{He}$ ,  $^8\text{He}$ ,  $^{14}\text{Be}$ ,  $^{17}\text{B}$ ,  $^{22}\text{C}$



# Impulsverteilung des Protons in ${}^8\text{B}$



Theoretische Dichteverteilung,  
die auch exp. Impulsverteilung  
gut reproduziert



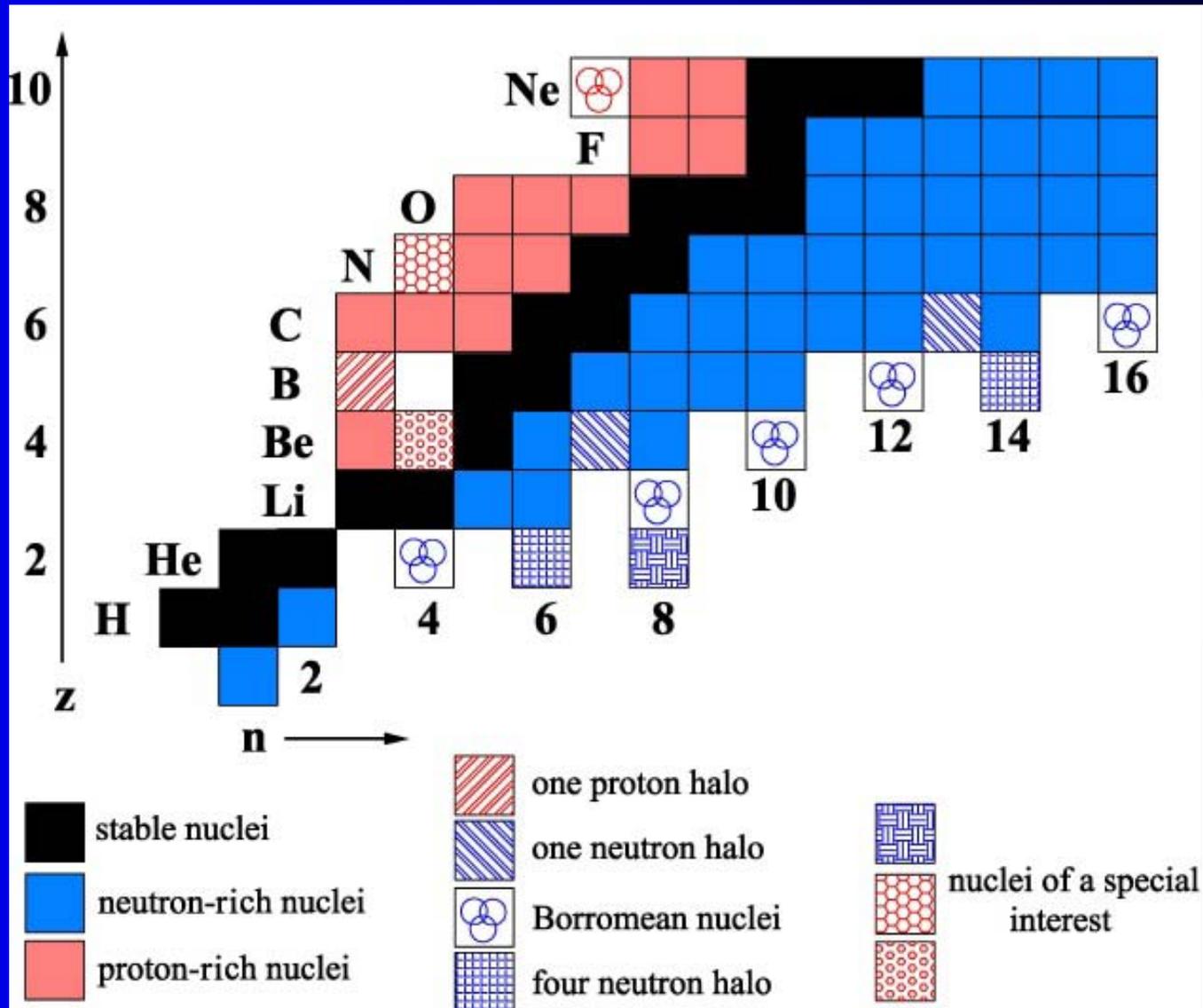
$$E(3/2^-) = 130 \text{ keV}$$

Schmale Impulsverteilung lässt sich als  
Protonen-Halo interpretieren

Aber: Disput darüber ob Wellenfunktion tatsächlich sehr ausgedehnt ist.

Einigung steht noch aus.

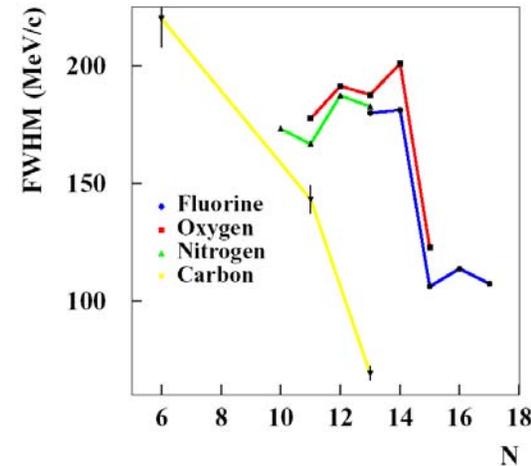
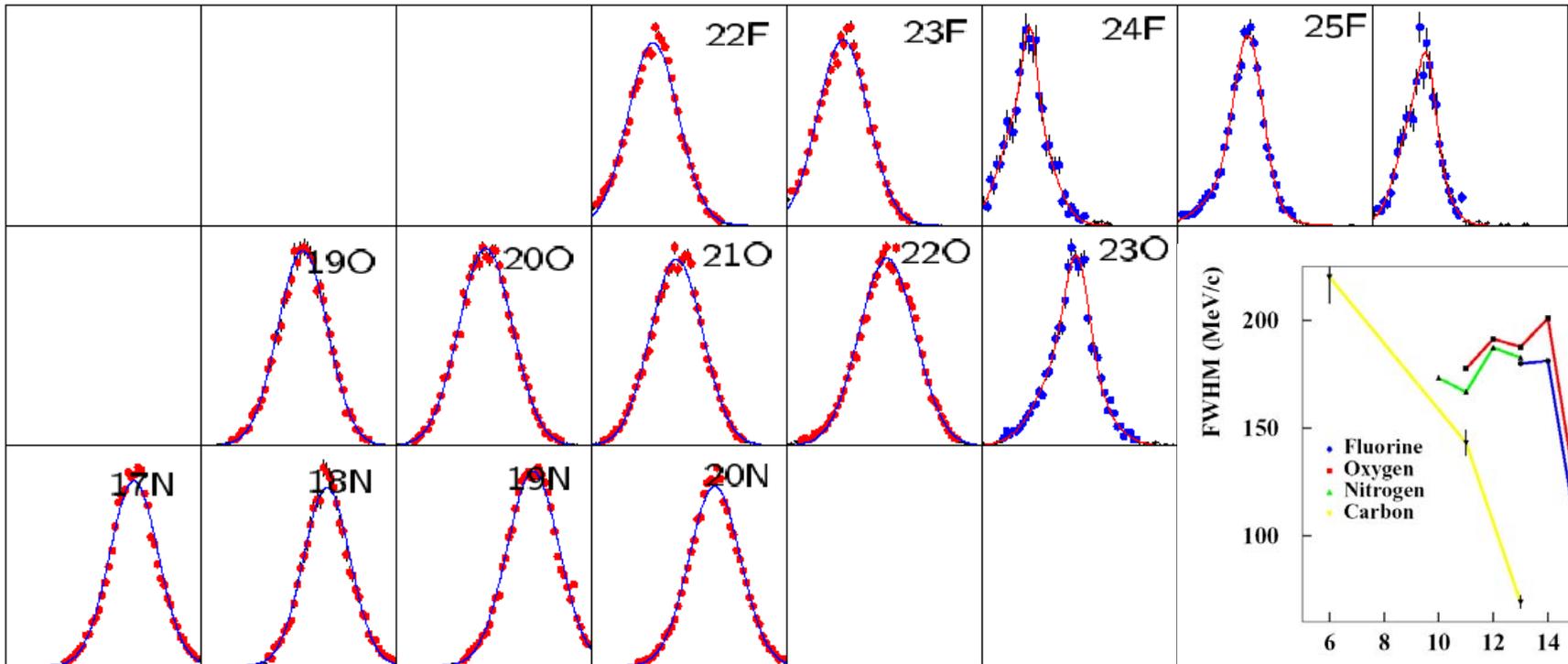
# Übersicht über die Halo Kerne



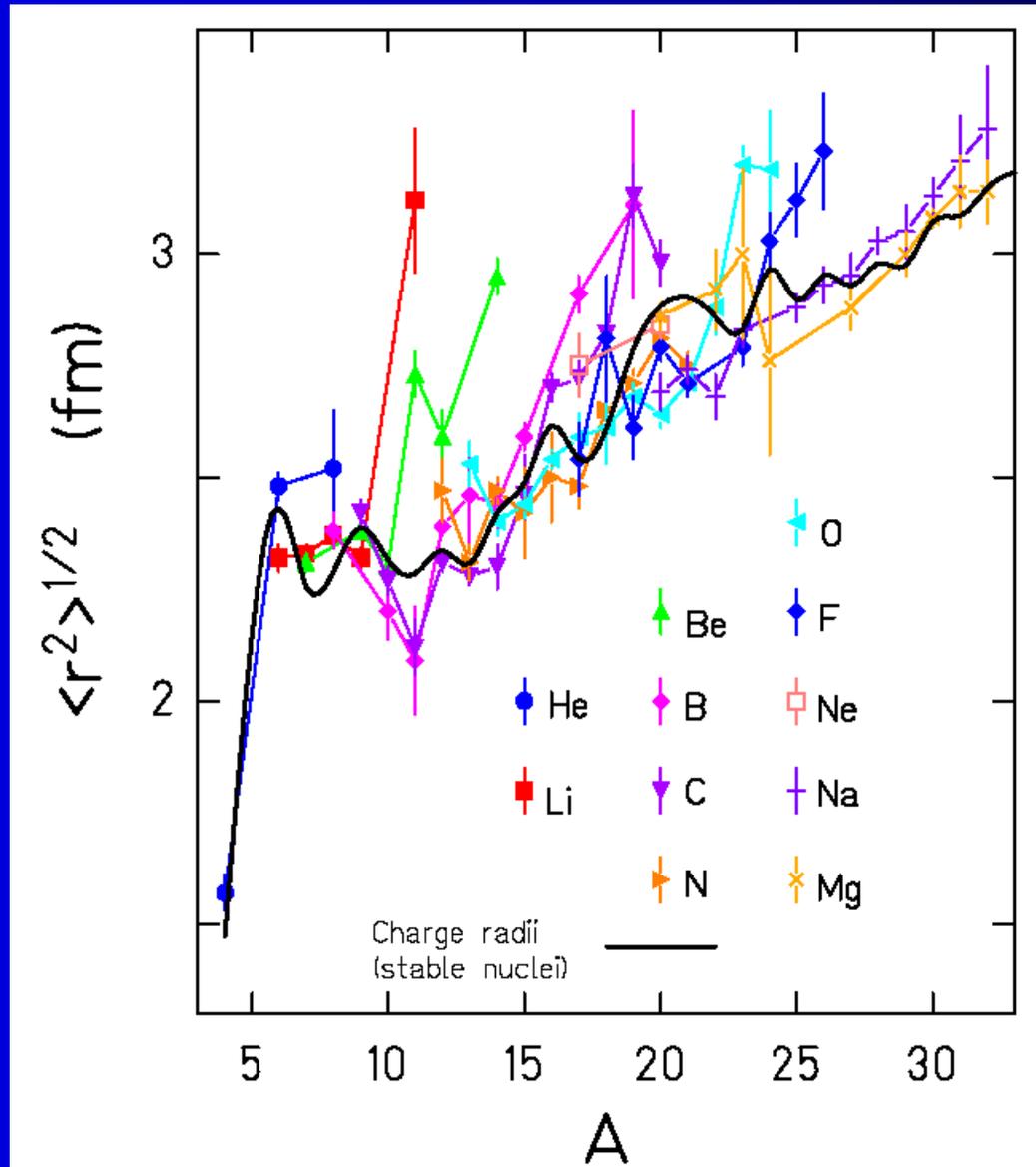
# Schmale Impulsverteilungen an der Neutronen-Dripline

## Longitudinal Momentum Distributions

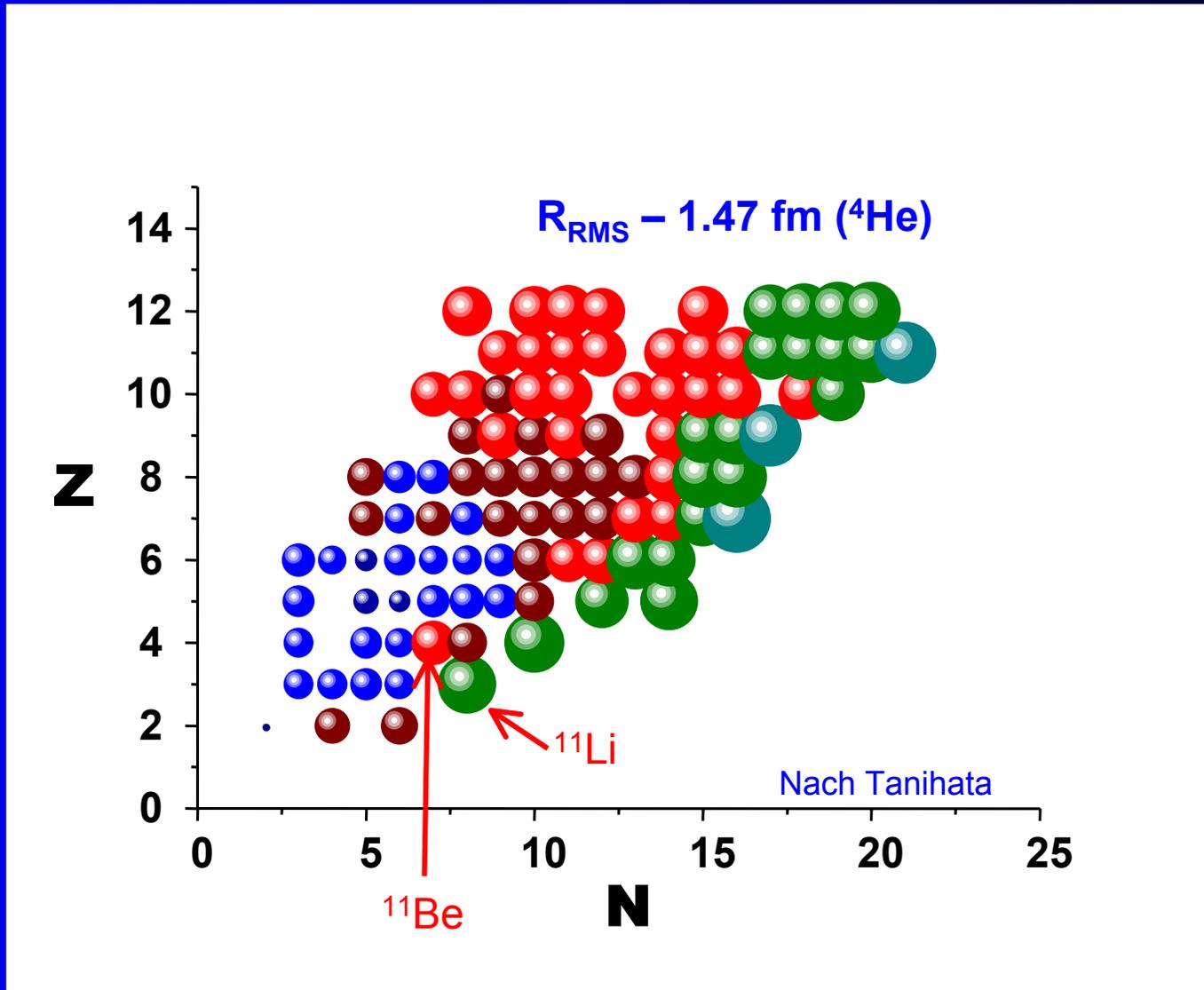
N=15



# Radien der leichten Kerne

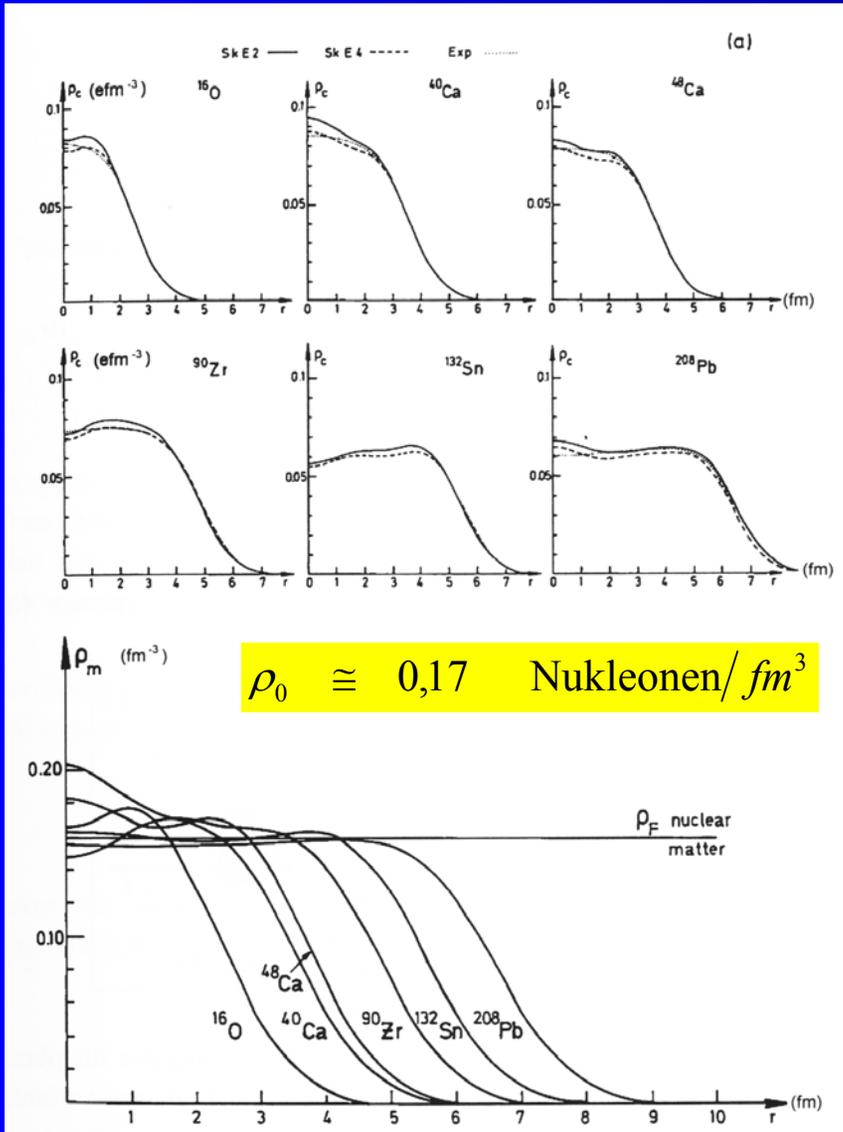


# Radien der leichten Kerne



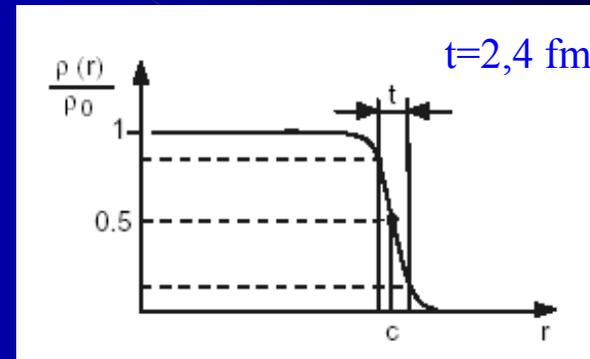
# Diffusität und Bindungsenergie

## Experimentelle Ladungsverteilungen



- Ladungsdichte

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-c}{a}\right)}$$



Diffusität der Kernoberfläche etwa konstant.

Verständlich mit Bild des exponentiellen Abfalls:

Bindungsenergie  $\sim 7-8 \text{ MeV}$

$\rightarrow 1/\kappa \approx 1,7 \text{ fm}$

**Für Kerne mit ähnlicher Separationsenergie erwartet man ähnlichen Abfall der Wellenfunktion!!**