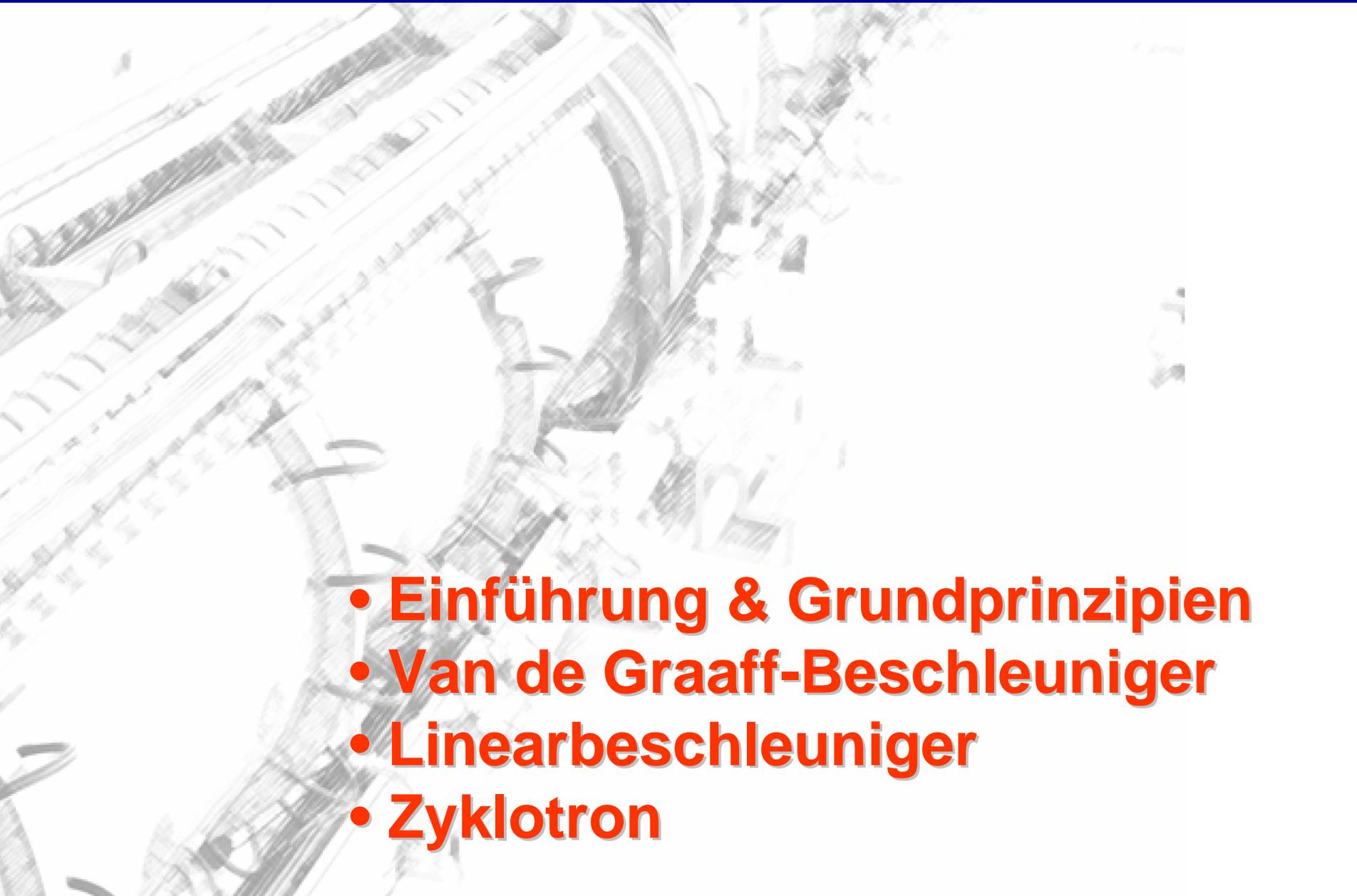
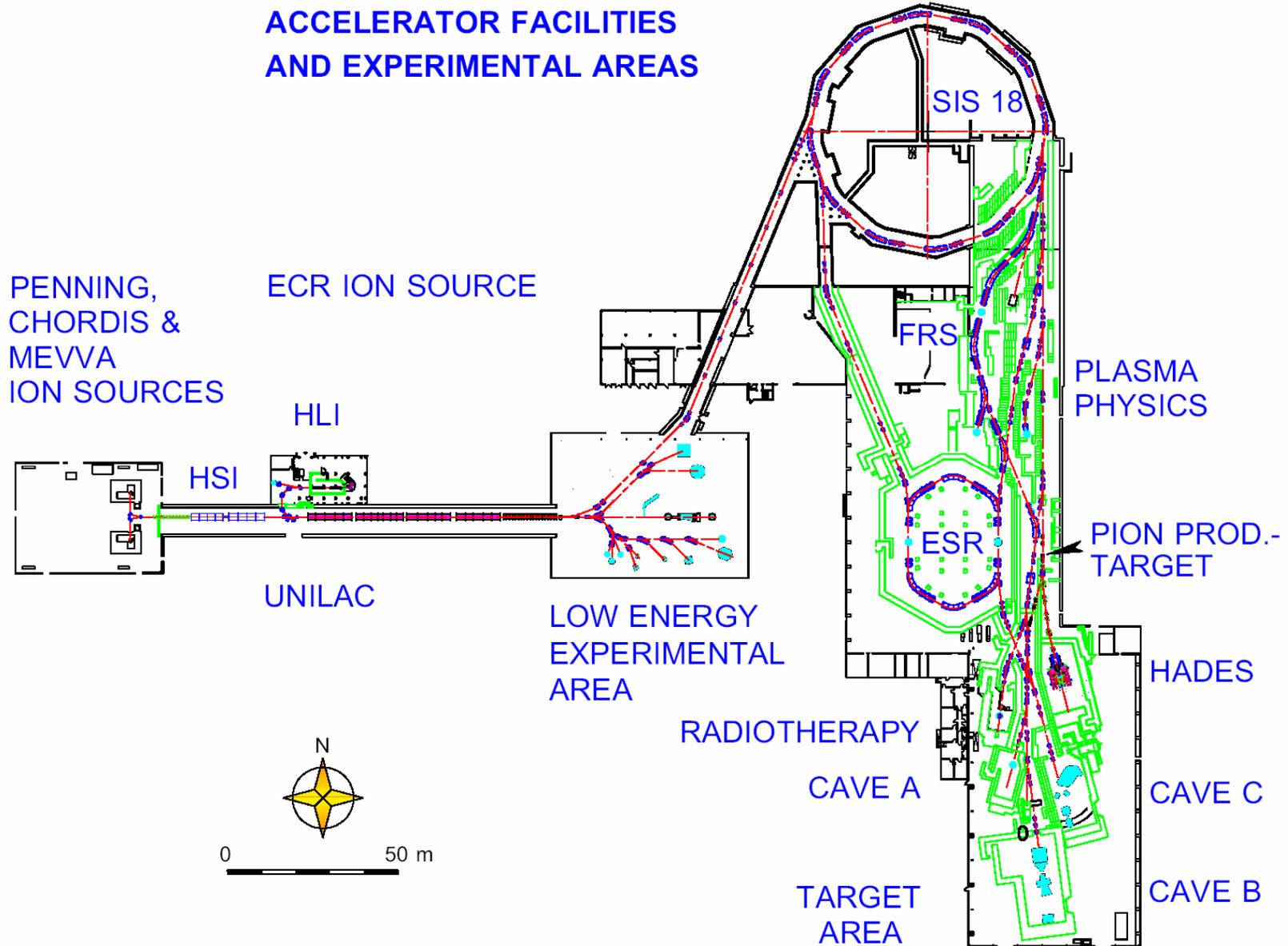


- 
- **Einführung & Grundprinzipien**
  - **Van de Graaff-Beschleuniger**
  - **Linearbeschleuniger**
  - **Zyklotron**

# GSI Beschleunigeranlage und Experimente

## ACCELERATOR FACILITIES AND EXPERIMENTAL AREAS



# Wieviel Energie ist nötig?

## Bedeutung hoher Teilchenenergien

Die kleinsten Dimensionen liegen heute in der Physik unter

$$d < 10^{-15} \text{ m}$$

Die zur Untersuchung benutzten Wellenlängen dürfen ebenfalls nicht größer sein. Das ergibt eine Photonenenergie

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

Durch **Bremsstrahlung** erzeugt müssen die Elektronen die Energie

$$E_e > E_\gamma \quad \text{mit} \quad E_e = eU$$

Dann ist die Spannung

$$U = \frac{E_e}{e} = 1.2 \cdot 10^9 \text{ V}$$

erforderlich.

Untersuchung der Materie mit Hilfe **hochenergetischer Teilchen** (z.B. Elektronen)

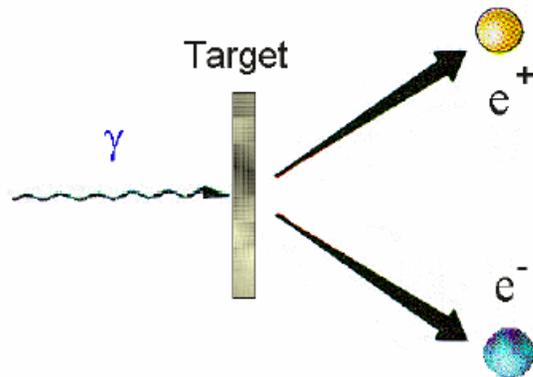
*de Broglie-Wellenlänge:*

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{hc}{E}$$

Ergibt dieselbe Spannung von  $U = 1.2 \cdot 10^9 \text{ V}$

# Wieviel Energie ist nötig?

Erzeugung neuer Teilchen  
(Paarerzeugung):



Um ein Teilchen der Masse  $m$  zu erzeugen, braucht man die Energie

$$E = mc^2$$

Wegen Ladungserhaltung müssen immer zwei Teilchen erzeugt werden („Paarerzeugung“). Bei Elektronen-Positronen-Paaren ist daher

$$E_\gamma > 2m_e c^2 = 1.637 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1.02 \text{ MeV}$$

die Ruhemasse ist

$$m_e = 9.108 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\Leftrightarrow E_0 = 511 \text{ keV}$$

Beispiele:

Proton	p	$E_0 = 938 \text{ MeV}$
b-Quark	b	$E_0 = 4735 \text{ MeV}$
Vektorboson	Z <sub>0</sub>	$E_0 = 93000 \text{ MeV}$
t-Quark	t	$E_0 = 174000 \text{ MeV}$

# Welche Kräfte?

## Kräfte zur Beschleunigung von Teilchen

Teilchenenergie in relativistisch invarianter Form

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

mit

$$p = m v = \gamma m_0 v.$$

Die Teilchenmasse ist energieabhängig

$$m = \gamma m_0 \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{E}{m_0 c^2}.$$

Nach dem 2. Newton'schen Gesetz benötigt man zur *Beschleunigung* die *Kraft*

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}.$$

Welche Kräfte (Wechselwirkungen) gibt es in der Natur?

Kraft	relative Stärke	Reichweite [m]	betroffene Teilchen
Gravitation	$6 \cdot 10^{-39}$	$\infty$	alle Teilchen
Elektromagnetismus	1/137	$\infty$	geladene Teilchen
starke Kraft	$\approx 1$	$10^{-15} - 10^{-16}$	Hadronen
schwache Kraft	$10^{-5}$	$\ll 10^{-16}$	Hadronen & Leptonen

# Beschleunigung und Ablenkung

Es bleibt nur die elektromagnetische Wechselwirkung. Die *Lorentzkraft* ist

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$$

Die Energieänderung bei Bewegung im EM-Feld ist

$$\Delta E = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = e \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) d\vec{r}$$

Das Magnetfeld  $\vec{B}$  bewirkt keine Energieänderung. Energiegewinn erfolgt nur mit *elektrischen Feldern*:

$$\Delta E = e \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} d\vec{r} = eU$$

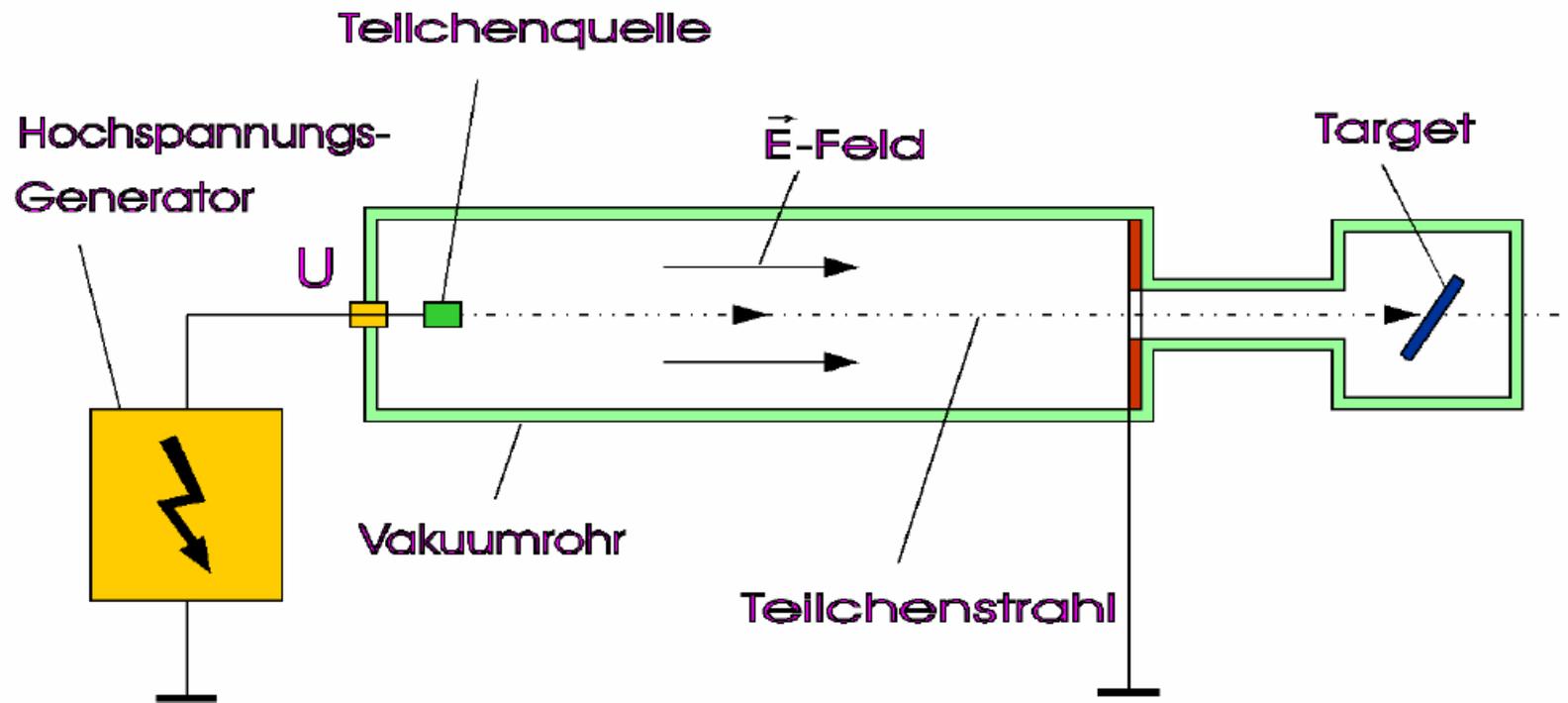
In der Beschleunigerphysik werden daher die Grundlagen der *klassischen Elektrodynamik* angewendet. Hier spielen die

*Maxwell'schen Gleichungen*

eine entscheidende Rolle. Außerdem benötigt man die *spezielle Relativitätstheorie*.

# Elektrostatische Beschleuniger

Prinzip der Gleichspannungsbeschleuniger:



# Van de Graaff Beschleuniger

1930 begann **Van de Graaff** mit der Entwicklung eines Hochspannungsgenerators.

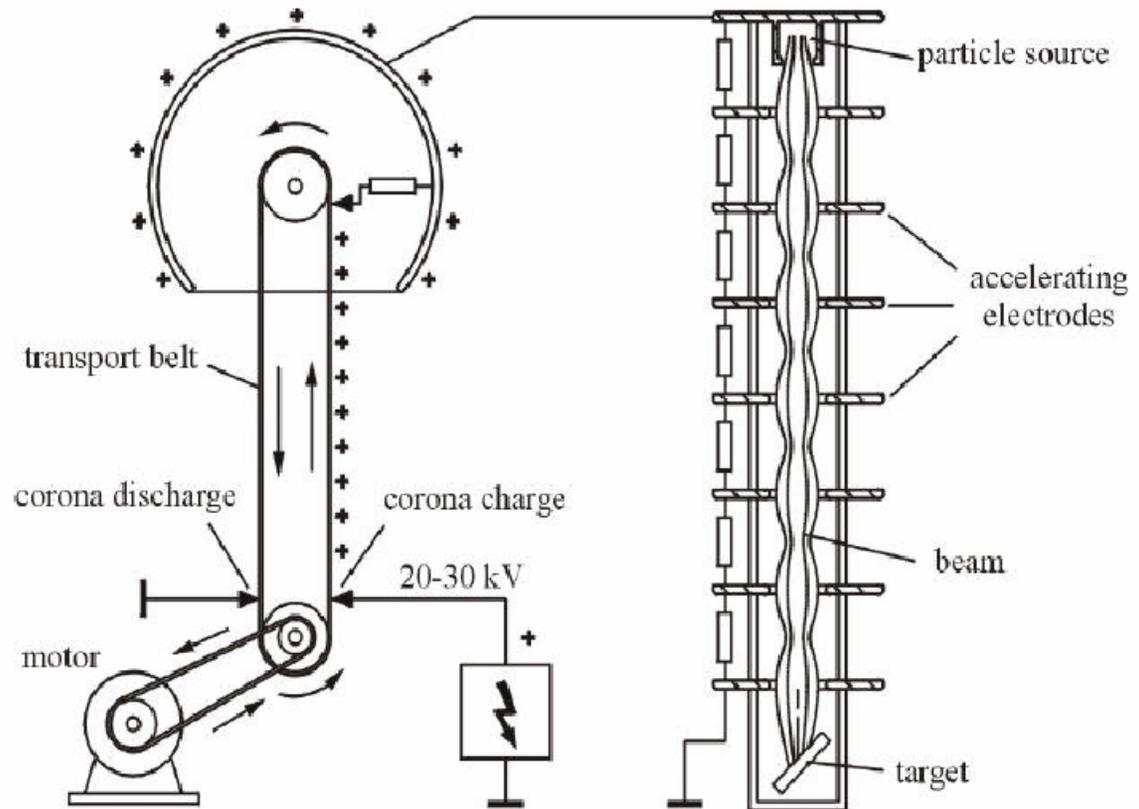
Unter normalen Bedingungen werden Spannungen bis

$$U_{\max} = 2 \text{ MV}$$

erzeugt. In einem **Tank mit Isoliertgas** (z.B.  $\text{SF}_6$ ) unter einem Druck von ca. 1 MPa sind Spannungen bis

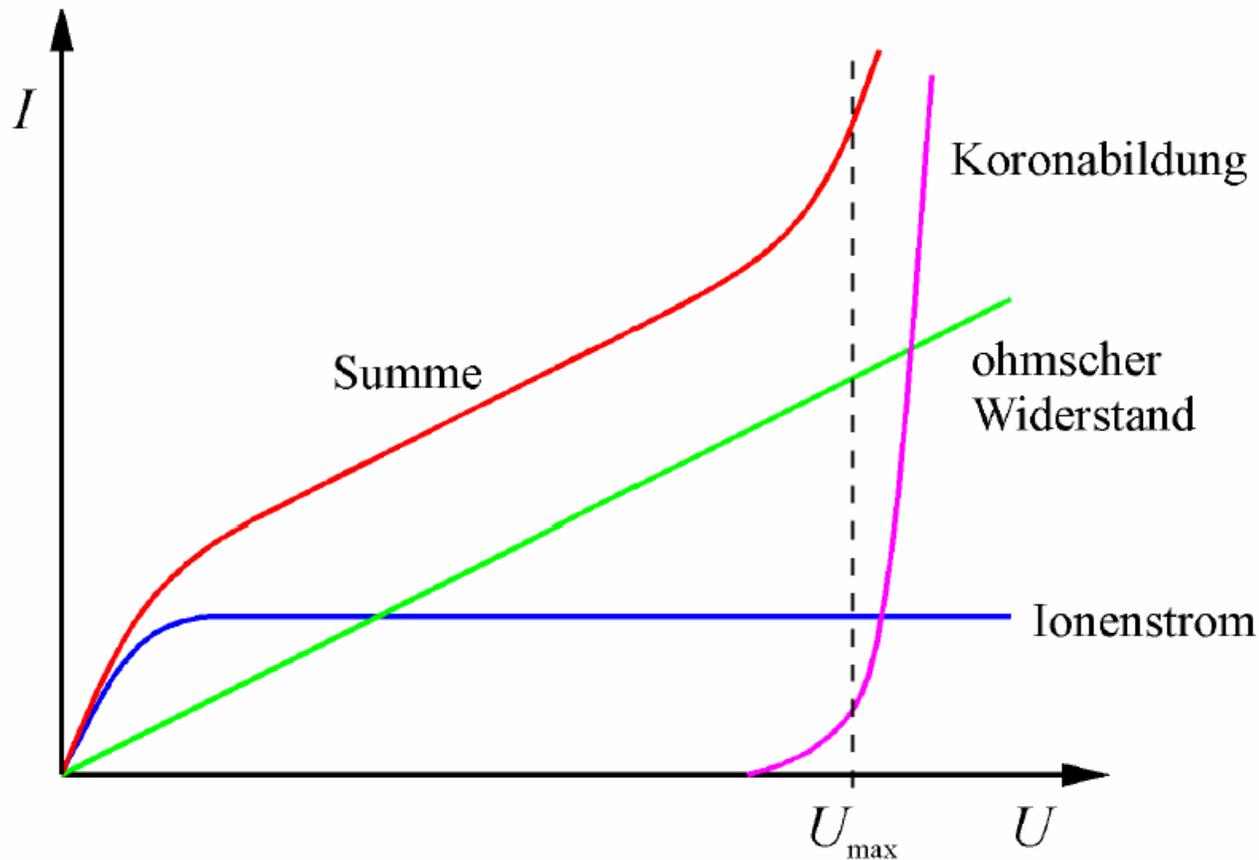
$$U_{\max} = 10 \text{ MV}$$

möglich.



# Limitierung der Gleichspannungsbeschleunigung

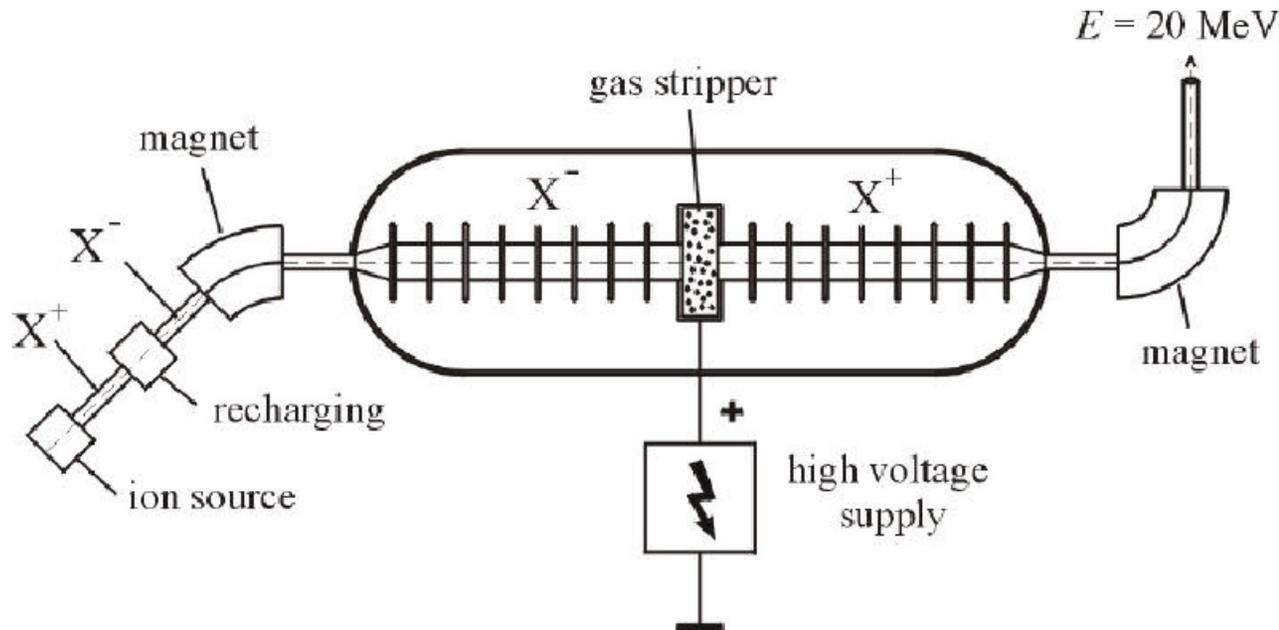
Abhängigkeit des Stromes von der Spannung:



Die **Koronabildung** definiert die Spannungsgrenze.

# Tandem-Beschleuniger

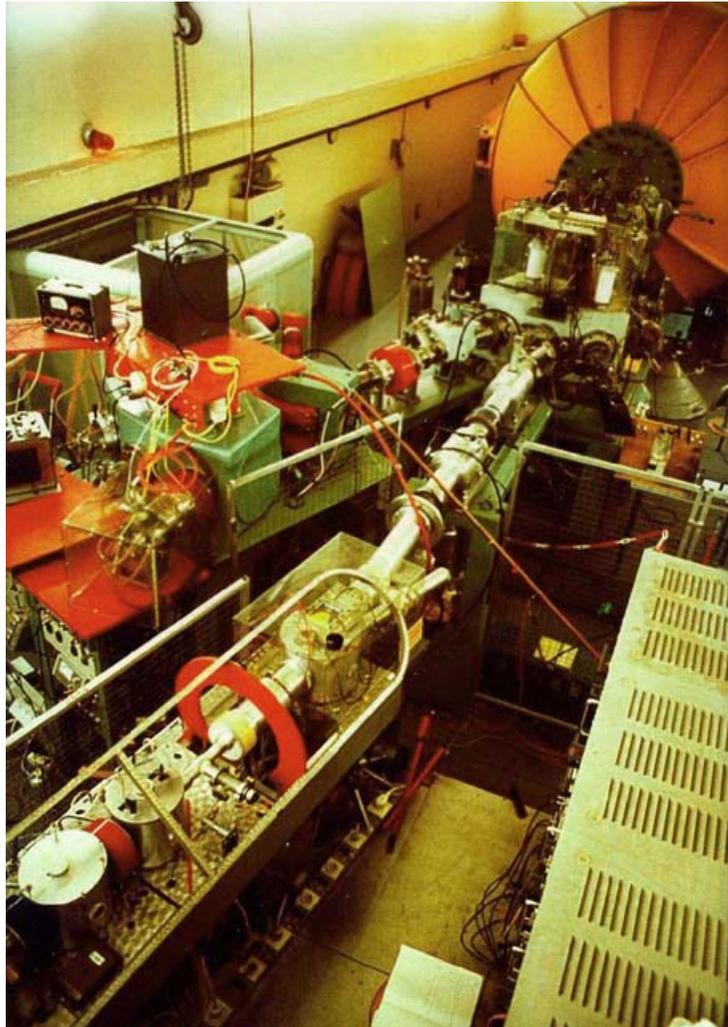
Durch *Umladung von Ionen* während der Beschleunigung kann das Potential **zweimal** genutzt und damit die Energie verdoppelt werden.



Van de Graaff baute 1936 erstmals einen Beschleuniger nach diesem Prinzip, das auch als „**Tandem-Beschleuniger**“ bezeichnet wird.

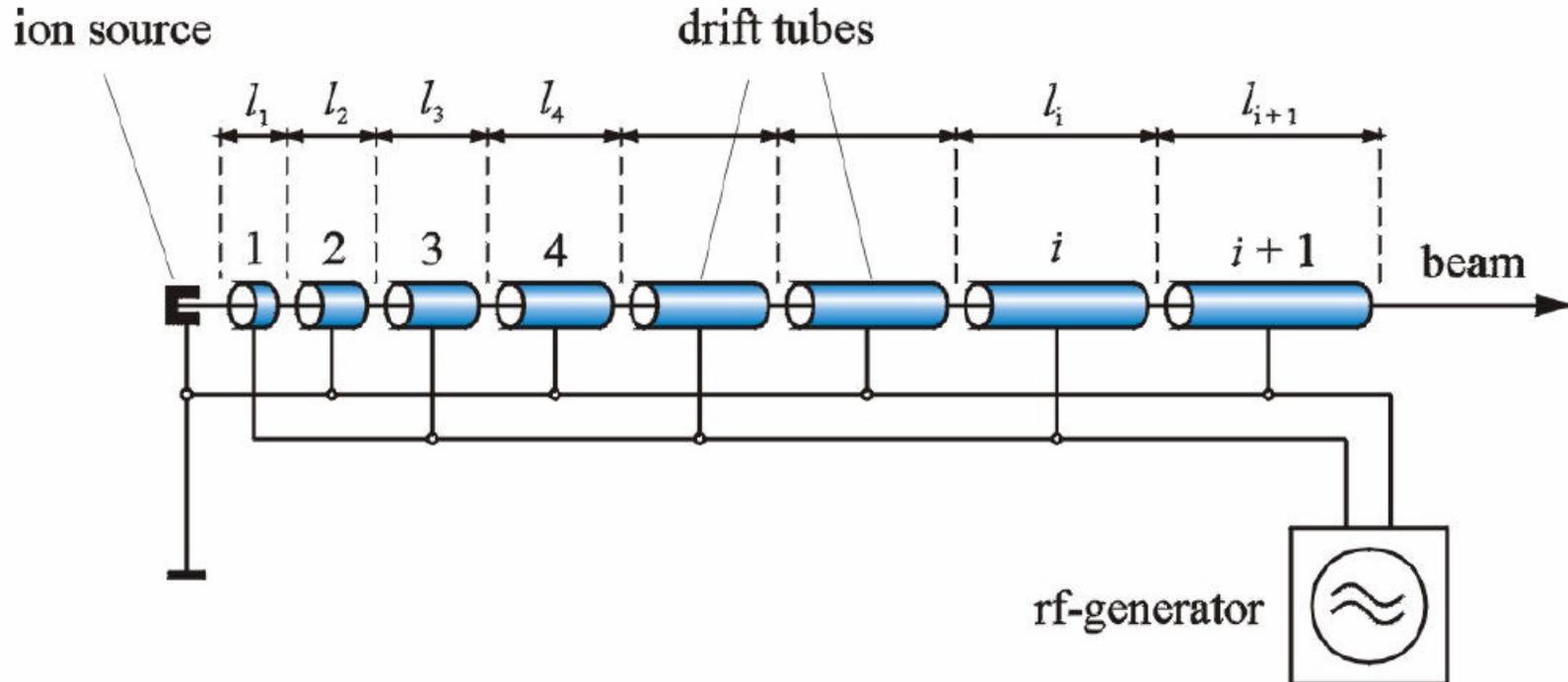
Bei vielfach ionisierten Ionen können Energien bis 1000 MeV erreicht werden.

# Tandem-Beschleuniger der Uni Köln



# Linearbeschleuniger

Der Schwede *Ising* hat 1925 vorgeschlagen, zur Beschleunigung **schnell wechselnde Felder** zu benutzen. 1928 gelang *Wideröe* der erfolgreiche Test.



Ein HF-Sender liefert die hochfrequente Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \sin \omega t$$

# Linearbeschleuniger

Nach der  $i$ -ten Röhre haben die Teilchen mit der Ladung  $q$  die Energie

$$E_i = i q U_0 \sin \Psi_s \quad (1)$$

In der  $i$ -ten Röhre wurde die kinetische Energie

$$E_i = \frac{1}{2} m v_i^2 \quad \text{wenn} \quad v_i \ll c \quad (2)$$

erreicht.

Beim Durchlaufen einer Driftstrecke vergeht gerade eine halbe Periodendauer  $\tau_{\text{HF}}/2$ . Dann ist der Abstand zwischen dem  $i$ -ten und dem  $(i+1)$ -ten Spalt

$$l_i = \frac{v_i \tau_{\text{HF}}}{2} = \frac{v_i}{2 v_{\text{HF}}} = \frac{v_i \lambda_{\text{HF}}}{2c} = \beta_i \frac{\lambda_{\text{HF}}}{2}. \quad (3)$$

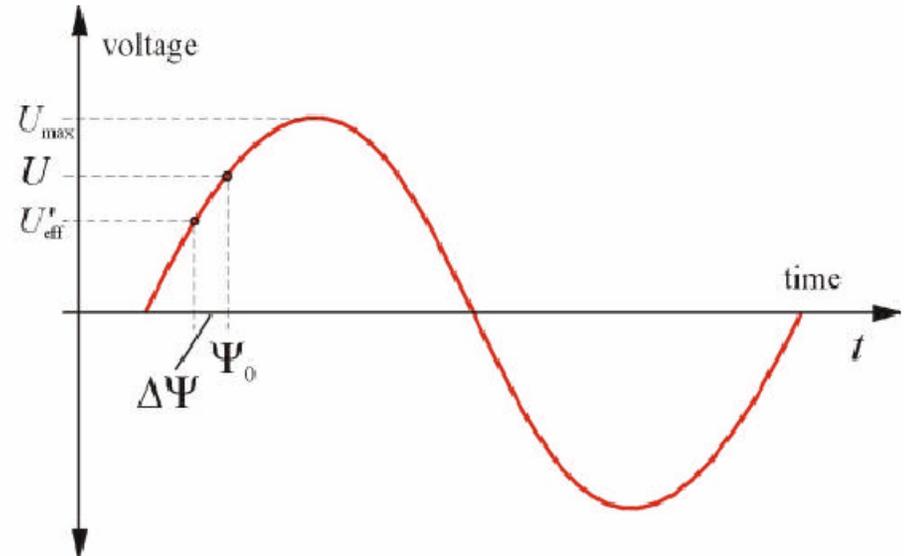
Die Frequenz  $\nu_{\text{HF}}$  ist konstant. Aus (1) bis (3) folgt

$$l_i = \frac{1}{\nu_{\text{HF}}} \sqrt{\frac{i q U_0 \sin \Psi_s}{2 m}}$$

also

$$l_i \propto \sqrt{i}$$

**Phasenfokussierung:**



# Linearbeschleuniger

Ein Teilchen mit zu hoher Geschwindigkeit kommt zu früh und sieht die Spannung

$$U'_s = U_0 \sin(\Psi_s - \Delta\Psi) < U_0 \sin \Psi_s$$

und wird weniger stark beschleunigt.

Heute werden Hohlleiter anstelle der Driftröhren eingesetzt. Erste Studien von Beams und Hansen in den Jahren 1933 und 1934.

Der größte Linearbeschleuniger steht am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) in Kalifornien:



# Zyklotron

## Das Zyklotron

Es wird ein **homogenes Magnetfeld** der Art

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

angenommen. Ein Teilchen mit der Ladung  $e$  und der Geschwindigkeit  $v$  folgt der Bewegungsgleichung

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = e\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

Die Bewegung verlaufe nur in der x-y-Ebene, also

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Mit (1) und (3) berechnet man das Kreuzprodukt in (2) und erhält

$$\dot{\vec{p}} = e \begin{pmatrix} v_y B_z \\ -v_x B_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

oder in Komponentenschreibweise

$$\begin{aligned} \dot{p}_x &= m\dot{v}_x = e v_y B_z \\ \dot{p}_y &= m\dot{v}_y = -e v_x B_z \end{aligned} \quad (5)$$

Nochmaliges Differenzieren und Umformen liefert

$$\begin{aligned} \ddot{v}_x + \frac{e^2}{m^2} B_z^2 v_x &= 0 \\ \ddot{v}_y + \frac{e^2}{m^2} B_z^2 v_y &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

# Zyklotron

mit den Lösungen

$$v_x(t) = v_0 \cos \omega_z t$$

$$v_y(t) = v_0 \sin \omega_z t$$

Die Teilchen laufen in der x-y-Ebene auf einem **Kreis** mit der konstanten Frequenz

$$\omega_z = \frac{e}{m} B_z$$

um. Sie wird als **Zyklotronfrequenz** bezeichnet.

Auf diesem Prinzip basiert das Zyklotron. Es wurde 1930 von *Lawrence* vorgeschlagen. Mit *Livingston* baute er 1932 das erste praktisch nutzbare Zyklotron,

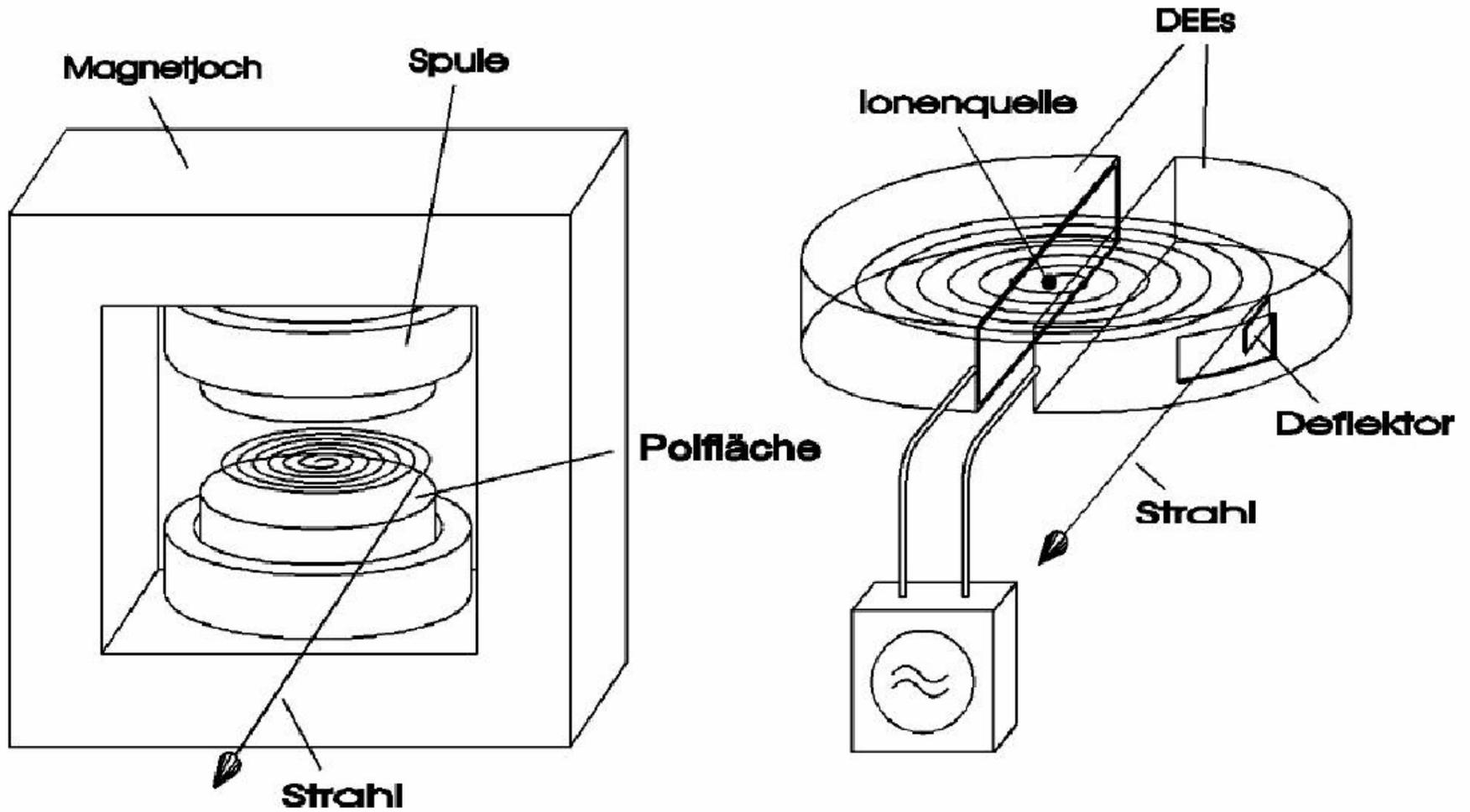
Experimente Teilchenstrahlen bis zu einer Energie von 1.2 MeV lieferte.

Zur Beschleunigung benutzt man eine HF-Spannung mit der konstanten Frequenz

$$\omega_{\text{HF}} = \omega_z$$

Beschleunigt werden **Protonen**, **Deuteronen** und  **$\alpha$ -Teilchen** bis etwa 22 MeV pro Elementarladung. Die HF-Frequenz liegt um 10 MHz.

# Zyklotron



# Zyklotron

Die Teilchengeschwindigkeit ist  $v \approx 0.15c$ . Bei höheren Energien sinkt die Zyklotronfrequenz

$$\omega_z = \frac{eB_z}{\gamma m_0}$$

Entweder fährt man die Frequenz mit („*Synchrozyklotron*“), oder man ändert das Magnetfeld radial nach

$$\omega_z = \frac{eB_z(r)}{\gamma m_0} = \text{const.}$$

(„*Isozyklotron*“).

Das Isozyklotron der Uni Bonn



# Synchrotron

## Das Synchrotron

Bei **konstantem** Magnetfeld wächst der Bahnradius mit der Energie an:

$$R = \frac{E}{ecB} \quad (1)$$

Technisch lassen sich in großen Magneten folgende Maximalfelder und Radien für 1 GeV-Teilchen erzielen:

Eisenmagnet:  $B \approx 1.5 \text{ T}$   $R = 2.22 \text{ m}$

supraleitend:  $B \approx 5 \text{ T}$   $R = 0.67 \text{ m}$

Das ergibt schnell sehr große Magnetdimensionen.

Dieses Problem führte zur Entwicklung der großen Kreisbeschleuniger, die eine **ortsfeste Bahn** mit relativ großen aber konstanten Biegeradien besitzen. Das Feld wird nur im Bereich der Bahn von relativ schmalen Magneten erzeugt.

Nach (1) bleibt der Biegeradius konstant, wenn

$$\frac{E}{B} = \text{const.}$$

d.h. das Magnetfeld  $B$  wird während der Beschleunigung **synchron** mit der Energie  $E$  hochgefahren.

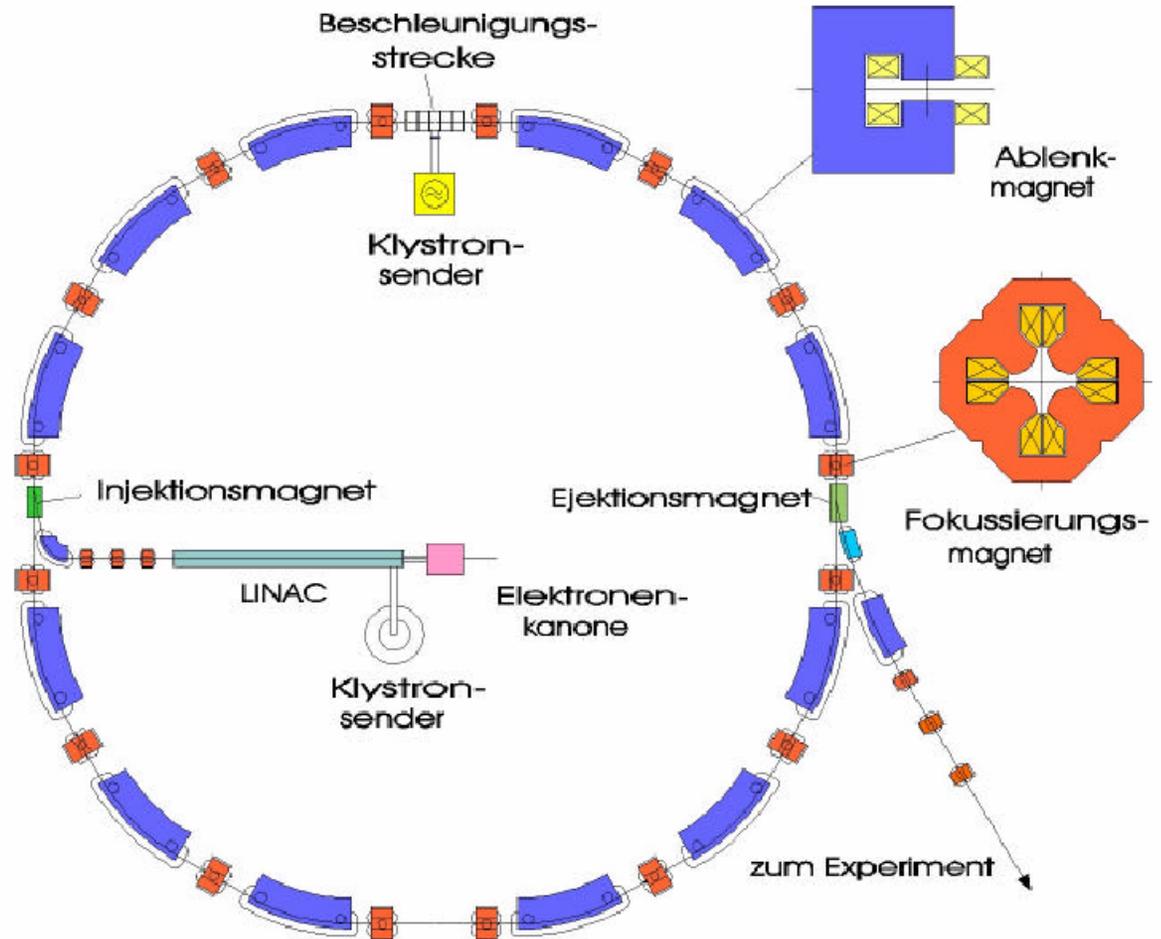
# Synchrotron

Daher wird ein nach diesem Prinzip arbeitender Kreisbeschleuniger auch „*Synchrotron*“ genannt.

Zur Beschleunigung dienen eine oder mehrere HF-Resonatoren („*Cavities*“). Der Umfang  $L$  und die HF-Wellenlänge haben die Beziehung:

$$L = q\lambda_{\text{HF}}$$

mit ganzzahligem  $q$



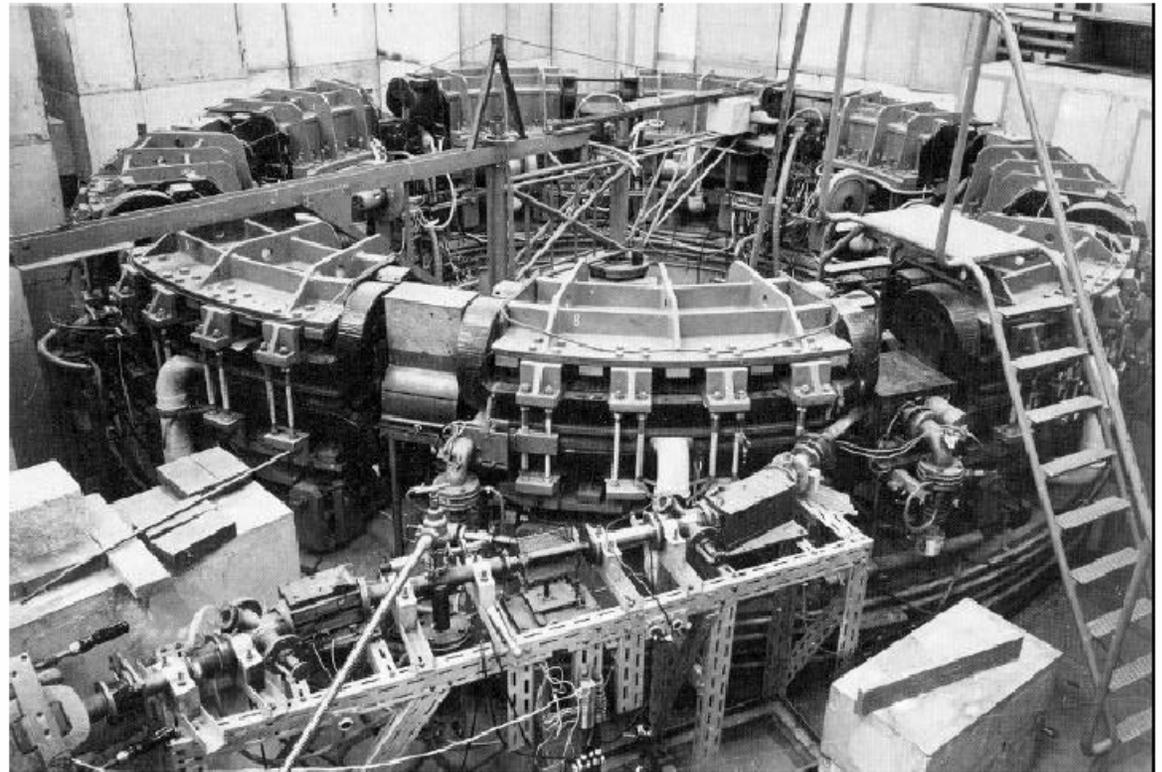
# Synchrotron

Der Energiegewinn pro Umlauf ist

$$\Delta E_{\text{Strahl}} = eU_0 \sin \Psi_s - \Delta E_{\text{Verlust}}$$

Das **Prinzip des Synchrotrons** wurde 1945 von *Veksler* und *McMillan* entwickelt. Das führte zum Bau eines 320 MeV-Synchrotrons. Anfang der 50er Jahre wurde das Cosmotron, ein 3 GeV Protonen-Synchrotron gebaut.

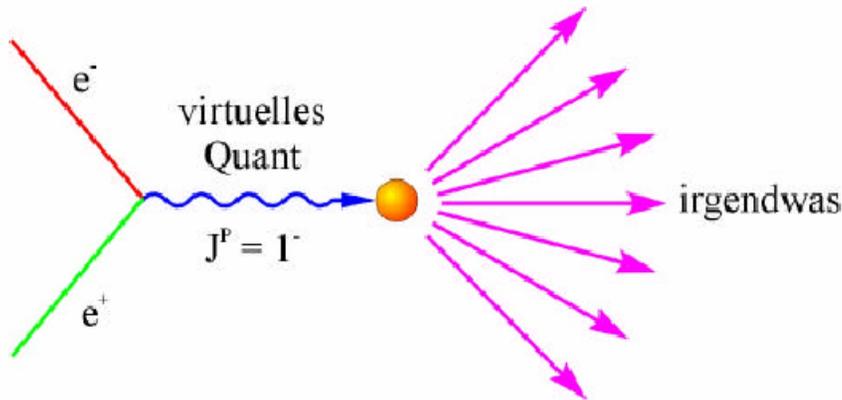
Das 500 MeV Elektronen-Synchrotron der Uni Bonn (1958 - 1984):



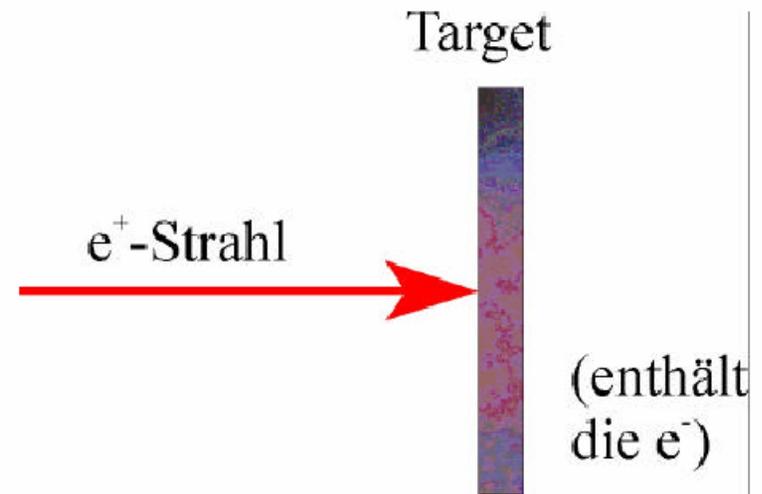
# Speicherring

## Physik kollidierender Strahlen

In der Teilchenphysik liefern tief inelastische **Elektron-Positron-Stöße** besonders klare Resultate.



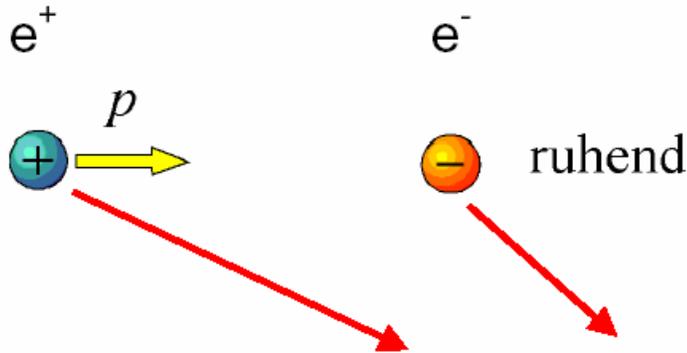
Im Prinzip ist das möglich, indem man Positronen auf ein **ruhendes** Target schießt:



Bei einer solchen Anordnung mit hohen Positronenimpulsen und ruhenden Elektronen geht aber viel Energie durch **Rückstoß** verloren.

# Speicherring

## Kinematik im Laborsystem $K$



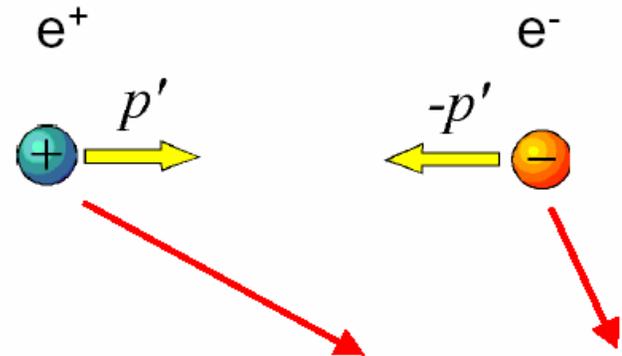
Geschwindigkeit :  $u_1 = u$      $u_2 = 0$   
 Impuls :  $p_1 = p$      $p_2 = 0$   
 Energie :  $E_1 = pc$      $E_2 = 0$

$$\gamma = \frac{E_1}{m_e c^2}$$

Mit diesen Daten wechseln wir in das Schwerpunktsystem  $K'$ , in dem die Summe der Teilchenimpulse verschwindet

$$\sum p_i = 0$$

## Kinematik im Schwerpunktsystem $K'$



Geschwindigkeit :  $u'_1 = v$      $u'_2 = -v$   
 Impuls :  $p'_1 = p'$      $p'_2 = -p'$   
 Energie :  $E'_1 = p'c$      $E_2 = p'c$

$$\gamma' = \frac{E'_1}{m_e c^2}$$

Das Schwerpunktsystem bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v$  gegen das Laborsystem. Die umgesetzte Energie ist

$$E^* = E'_1 + E'_2 = 2 p' c = 2 \gamma' m_e c^2$$

# Speicherring

Um die Reaktionsenergie  $E^*$  zu berechnen, muß noch  $\gamma'$  bestimmt werden. Lorentztransformation für eine räumliche Koordinate liefert mit  $\beta' = v'/c$ .

$$\begin{pmatrix} E_1/c \\ p_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma' & \beta'\gamma' \\ \beta'\gamma' & \gamma' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E'_1/c \\ p'_1 \end{pmatrix}$$

Mit  $p'_1 = E'_1/c$  folgt

$$\begin{aligned} p_1 &= \gamma'(\beta'+1)p'_1 = 2\gamma' p'_1 \\ &= 2\gamma'(\gamma' m_e c) = 2\gamma'^2 m_e c \end{aligned}$$

Da  $p_1 = \gamma m_e c$  folgt daraus sofort

$$2\gamma'^2 = \gamma$$

oder

$$\gamma' = \sqrt{\frac{\gamma}{2}}$$

Das Verhältnis von Reaktionsenergie  $E^*$  zu aufgebrauchter Energie  $E_1$  ist

$$\eta = \frac{E^*}{E_1} = \frac{2\gamma' m_e c^2}{\gamma m_e c} = \frac{2\gamma'}{\gamma} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}}$$

Daraus folgt sofort

$$E^* = E_1 \sqrt{\frac{2}{\gamma}}$$

Für Elektronen gilt Näherung schon bei kleinen Energien:  
 $E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4$  da  $E \gg m c^2$  ist  $E \sim |\mathbf{p}| c$  und  $\beta \sim 1$

# Speicherring

Um eine geforderte Reaktionsenergie von  $E^*$  zu erhalten, benötigt man die Strahlenergie

$$E_1 = \frac{E^{*2}}{2m_e c^2}$$

Beispiel:

Erzeugung von **B-Mesonen:**

$$E^* = 9.47 \text{ GeV}$$

$$m_e c^2 = 5.11 \cdot 10^{-4} \text{ GeV}$$

Die Primärenergie ist

$$E_1 = 87750 \text{ GeV (!!!)}$$

Ausweg:

**Kollidierende Strahlen** mit gleicher Energie  $E$



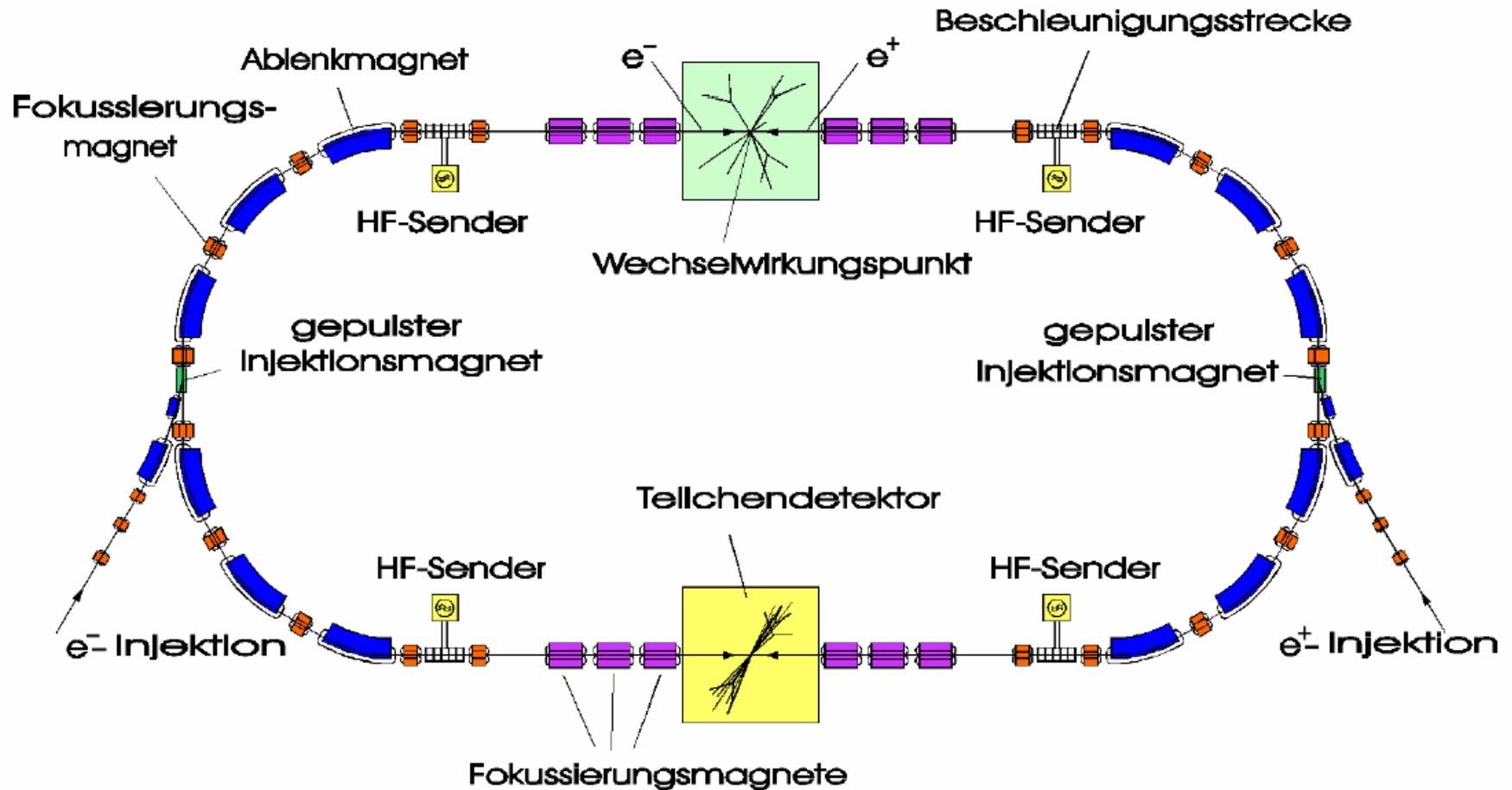
Energiebilanz

$$E^* = 2E$$

d.h. die gesamte in beiden Strahlen vorhandene Energie wird für den Prozeß genutzt.

# Speicherring

Prinzip eines Speicherrings:



# Speicherring

Die beiden Teilchensorten können auf **derselben** Bahn gegeneinander umlaufen:

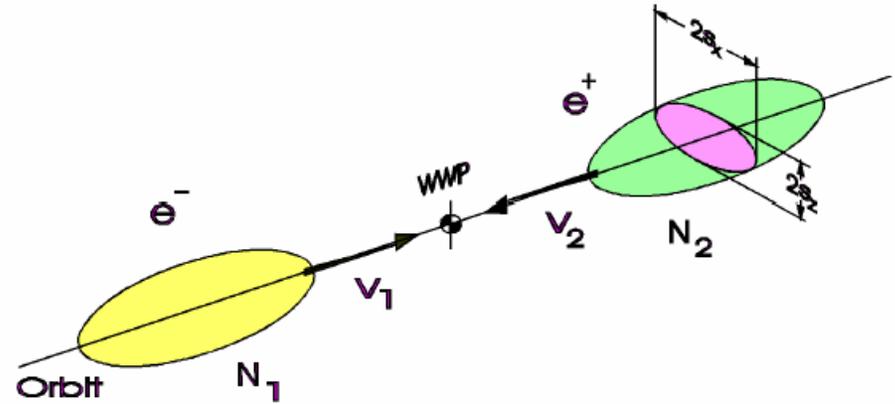
$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}) = -e(-\vec{v} \times \vec{B})$$

Bei einem Teilchenprozeß ist die Zahl der Ereignisse pro Sekunde

$$\dot{N}_p = \sigma_p L$$

dabei ist  $L$  die „*Luminosität*“, eine Größe, die die Leistungsfähigkeit der Beschleunigeranlage angibt.

$$L = \frac{1}{4\pi} \frac{f_u N_1 N_2}{\sigma_x \sigma_z}$$



Dieser Wert muß in Speicherringen möglichst hoch sein. Weitere Eigenschaften:

- Sehr gutes Vakuum  
( $p \approx 10^{-7} - 10^{-8}$  Pa)
- Sehr gute Fokussierung
- Akkumulation hoher Ströme
- Leistungsfähige HF-Sender

# Speicherring

Größter Speicherring: LEP-LHC am CERN (Genf)

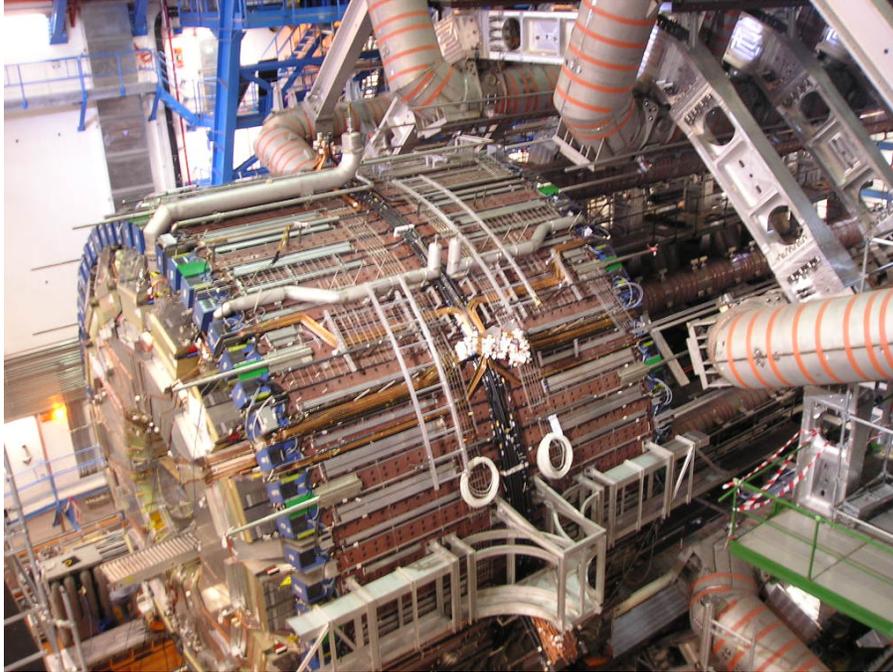


Durchmesser: 8.5 km

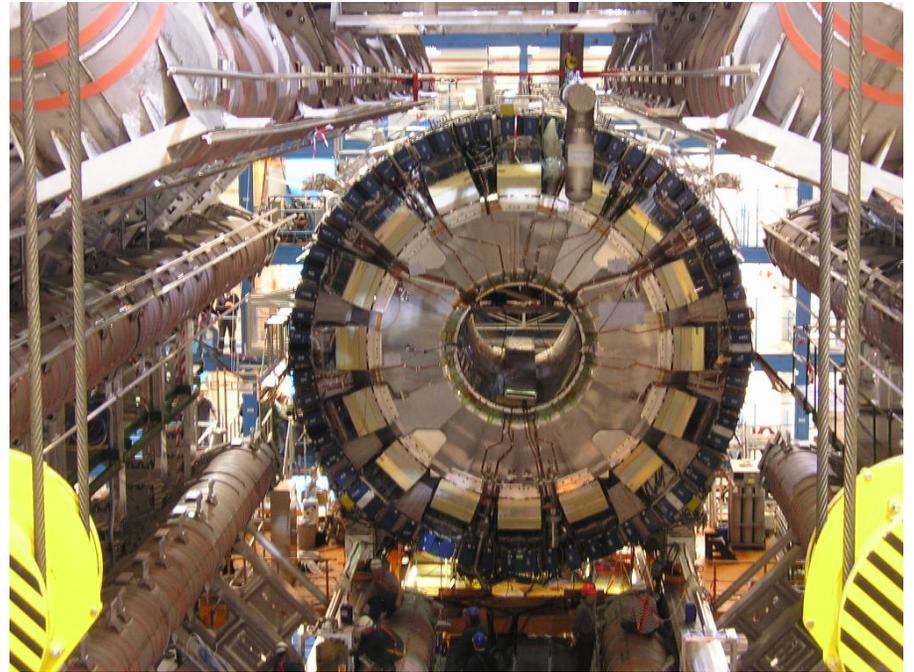
LHC-Tunnel: 27 Km

# Speicherring

Teilchendetektoren am LHC:



ATLAS



ATLAS-Kollaboration: 1800 Physiker aus 35 Ländern  
Standort *Large Hadron Collider* LHC , CERN, Genf  
Dimensionen: 45 Meter hoher und 22 Meter langer Detektor,

# Speicherringe bei GSI -> FAIR

