

Detektoren in der Kern- und Teilchenphysik

- Energieverlust geladener Teilchen in Materie
- Tumorthherapie mit relativistischen Ionen



Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Geladene Teilchen in Materie erfahren

- (1) Energieverlust (-> dE/dx , Reichweite)*
- (2) Richtungsänderung, Ablenkung.*

Verursacht durch:

- inelastischen Kollisionen mit den Elektronen*
- elastische Streuung an Kernen und Atomen*

Weitere Prozesse:

- Emission von Cherenkov-Strahlung*
- Reaktionen mit Kernen*
- Bremsstrahlung*
- Übergangsstrahlung*

*Aufteilung der Beschreibung (i) schwere geladene Teilchen (μ , π , p , α , Kerne)
(ii) Elektronen und Positronen*

Betrachtungen gelten nicht wenn die Teilchenbewegung in geordneten Strukturen z.B. entlang von Kristallachsen verläuft. -> channeling Effekt

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Warum verhalten sich Elektronen anders?

*Aufteilung der Beschreibung (i) schwere geladene Teilchen
(ii) Elektronen und Positronen*

<i>Massenunterschied</i>	<i>Proton</i>	$M_p = 938.27 \text{ MeV}/c^2$
	<i>Elektron</i>	$M_e = 0.510998902 \text{ MeV}/c^2$

Elektronen:

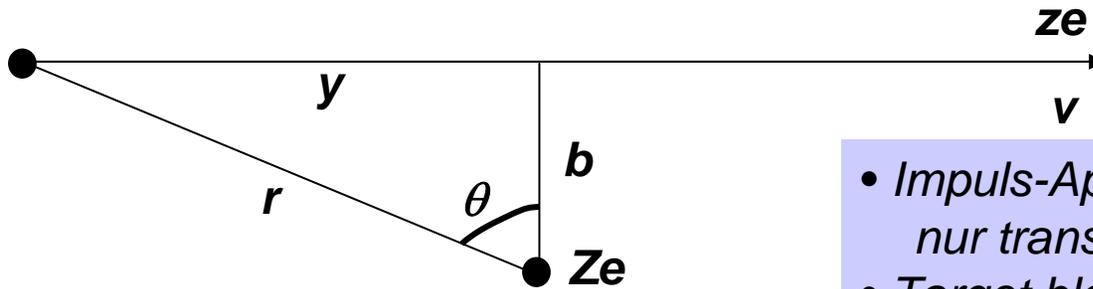
- *größere Energieüberträge und Ablenkung (kleine Masse)*
- *Streuung identischer Teilchen*
- *Bremsstrahlung hat hohen Wirkungsquerschnitt*

$$\sigma \propto r_e^2 = (e^2 / mc^2)^2$$

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Bohrs Berechnung – Klassischer Ansatz

Betrachte Teilchen der Ladung ze das an stationärer Ladung Ze vorbeifliegt



- Impuls-Approximation: kurze WW, nur transversaler Impulsübertrag
- Target bleibt nicht-relativistisch

$$\begin{aligned}\text{Kraft trans.: } F_x &= \frac{Zze^2}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{Zze^2}{b^2} \cos^3 \theta\end{aligned}$$

$$r = b / \cos \theta$$

$$\begin{aligned}\text{Impuls auf Target: } \Delta p &= \int_{-\infty}^{\infty} F_x dt \quad dt = dy / v \quad y = b \tan \theta \\ &= \frac{Zze^2}{b^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^3 \theta \frac{b}{v \cos^2 \theta} d\theta = \frac{2Zze^2}{b v}\end{aligned}$$

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Bohrs Berechnung – Klassischer Ansatz

Energiegewinn des Targets :
$$E_T = \frac{(\Delta p)^2}{2m_T} = \frac{2Z^2 z^2 e^4}{m_T b^2 v^2}$$

Energieverlust auf Kerne ist vernachlässigbar :
$$\frac{Z^2 / A m_p}{Z^2 / m_e} \approx \frac{m_e}{2m_p}$$

Energiegewinn eines Elektrons :
$$\Delta E = \frac{2z^2 e^4}{m_e v^2 b^2}$$

Energieverlust an alle Elektronen in Abstand b und $b + db$ (Ring),
und Dicke dx , Elektronendichte N_e

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \frac{db}{b} dx \quad \text{mit } dV = 2\pi b db dx$$

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Integration von $b = 0$ bis ∞ geht nicht : (i) ∞ steht in Widerspruch zu Impulsapproximation.

(ii) kleine Abstände \rightarrow unendlicher E Übertrag.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

Argumente für b_{\min} und b_{\max}

1. klassisch : maximaler E - Übertrag in zentralem Stoß : $2\gamma^2 m_e v^2 = \frac{2z^2 e^4}{m_e v^2 b_{\min}^2}$

relativistisch : $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$

2. kein E - Übertrag in sehr peripheren Stößen, da \vec{E} - Feld dann nur noch adiabatische Störung ist.

'Adiabatische Invarianz', Kollisionszeit ist lang gegenüber der Umlaufzeit des Elektrons.

typische Kollisions - Zeit : $t \cong b/v \Rightarrow t \cong b/(\gamma v)$ (relativistisch)

Bedingung : $b/(\gamma v) \leq \tau = 1/\bar{\nu}$ mit mittlerer Frequenz aller e^- in Atom.

Mittleres Ionisationspotential des Atoms : $I = h\nu$, $b_{\max} \approx h\gamma v / I$



Bohrs Klassische Formel

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma^2 m_e v^3}{z e^2 \bar{\nu}}$$

Wechselwirkung schwerer geladener Teilchen

Bethe-Bloch Formel

Relativistische quantenmechanische Rechnung

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

N_a : Avogadro Konstante $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

r_e : klass. Elektronenradius $2.81 \times 10^{-13} \text{ cm}$

m_e : Elektronenmasse

ρ : Dichte abs. Materials

Z : Ladungszahl abs. Materials

A : Atomgewicht abs. Materials

ρ : Dichte abs. Material

z : Ladung einlaufendes Teilchen

β, γ : $\beta = v/c$ $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

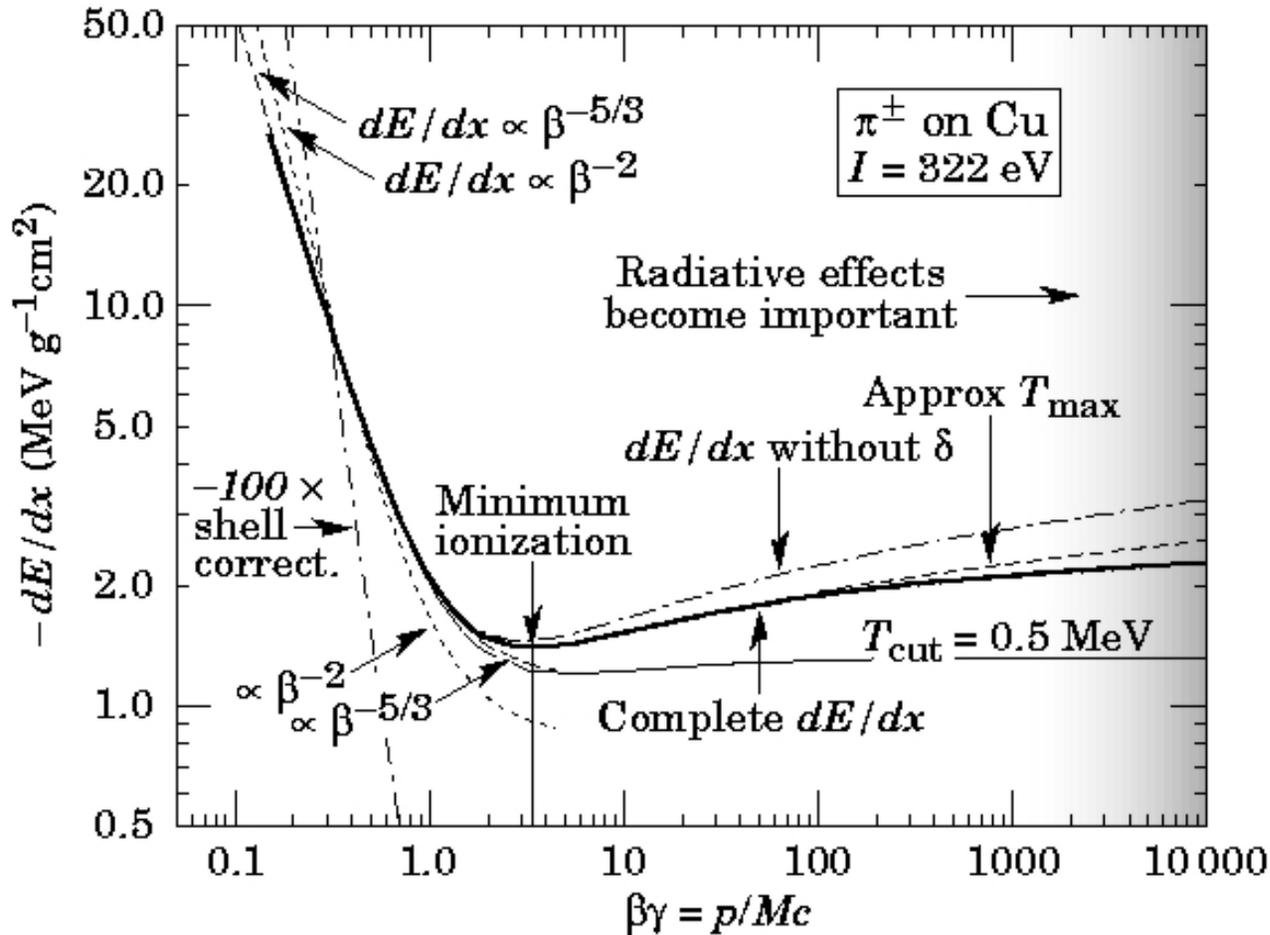
W_{\max} : max. Energietransfer in Einzelkollision

I : mittleres Ionisationspotential

Dichtekorrektur δ : Elektrisches Feld der bewegten Ladung polarisiert Atome und schirmt Ladung für größere Abstände ab. Polarisation ist von Dichte des Materials abhängig. Schwächt dE/dx bei höheren Energien. Empirische Anpassung.

Schalenkorrektur C : Korrektur für kleine Energien des einlaufenden Teilchens, die vergleichbar mit e^- -Geschwindigkeit sind. Bei kleinen Energien von typisch $\beta < 0.05$ starker Abfall von dE/dx .

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie



Energieabhängigkeit des Energieverlustes

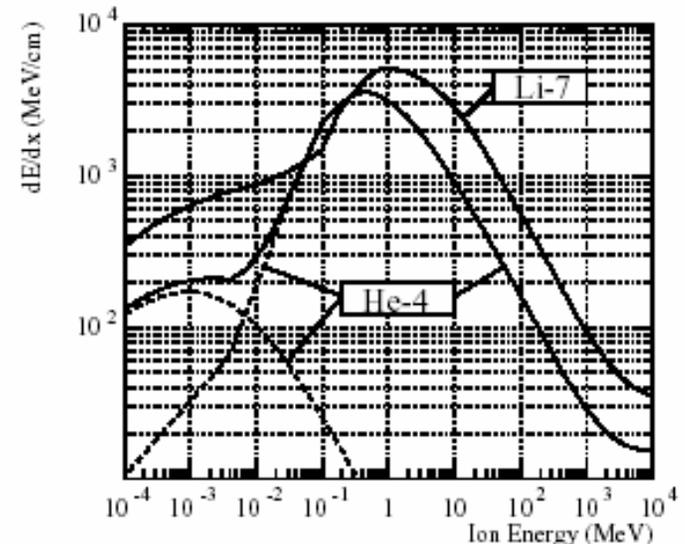
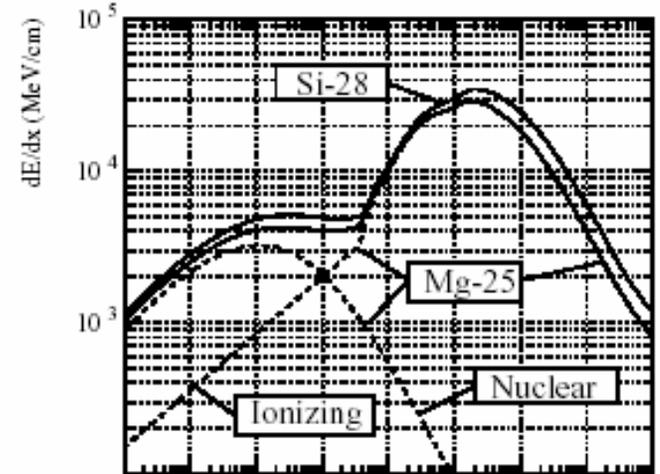
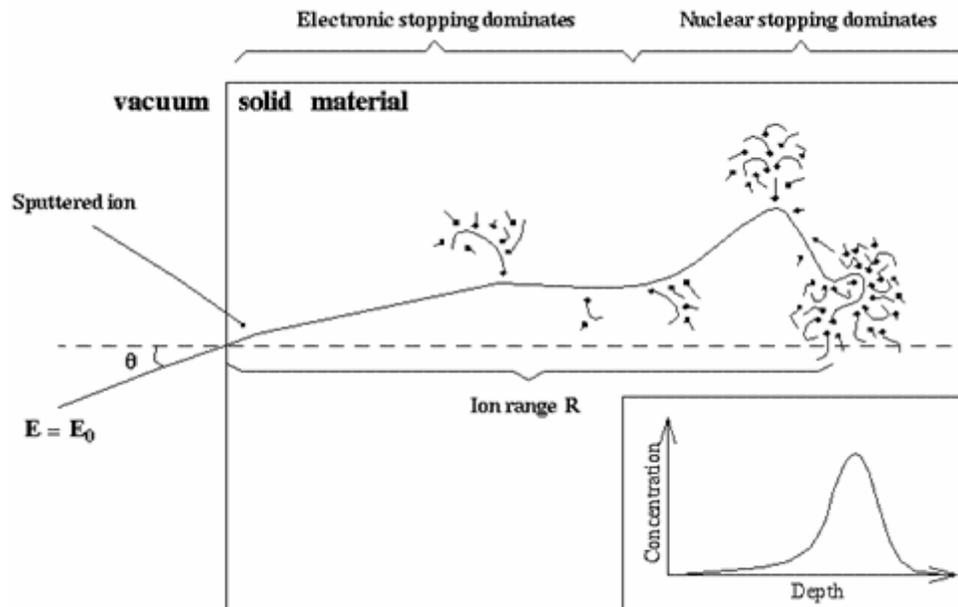
- für nicht-relativistische Energie $\sim 1/\beta^2$
- Minimum bei $v \sim 0.96c$, unabhängig von Masse
- langsamer relativistischer Anstieg, reduziert durch Dichteeffekt

Wechselwirkung geladener Teilchen in Materie

Electronic stopping: Abbremsen durch inelastische Stöße zwischen Elektronen in Material und bewegtem Ion für $E_{ion} > 100$ keV.

Nuclear stopping: Elastische Stöße zwischen dem Ion und den ganzen Atomen. $E_{ion} < 100$ keV

z.B.: Si-Ion, $E_{ion} = 1$ MeV, range in Si $r = 1-2 \mu\text{m}$



Wechselwirkung schwerer geladener Teilchen

Energieverlust *stopping power* und Reichweite *range* geladener Teilchen in Materie.

- Größte Energiedeposition am Ende der Teilchenbahn: *Bragg peak*

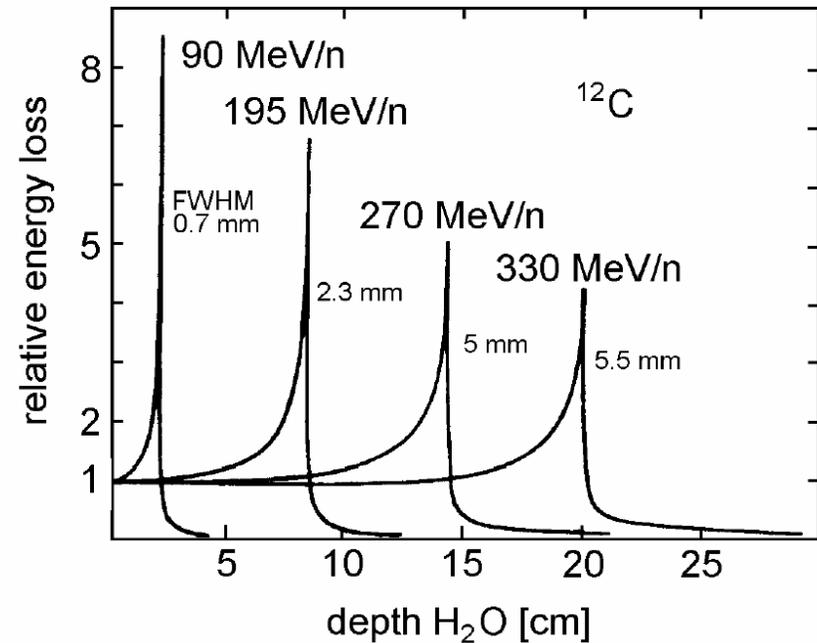
$$-\frac{dE}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I)$$

- $dE/d\varepsilon$ ist fast unabhängig von Material für gleiche Teilchen.

- mittlere Reichweite für Teilchen mit kin. Energie T erhält man aus Integration:

$$S(T) = \int_0^T \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

- Reichweite ist nicht exakt sondern verschmiert *range straggling* da die Anzahl der Wechselwirkungen eine statistische Verteilung ist.



Wechselwirkung von Elektronen und Positronen

Energieverlust von Elektronen und Positronen über atomare Stöße und elektromagnetische Strahlung (Bremsstrahlung)

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{tot} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll}$$

Modifizierte Berechnung von Energieverlust

- große Streuwinkel des einlaufenden Teilchens
- Streuung identischer Teilchen -> Q.M. Interferenzterme

Energieverlust durch Stöße mit Elektronen:

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I / m_e c^2)^2} \right) + F(\tau) - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right]$$

τ : Kinetische Energie in Einheiten von $m_e c^2$

$F(\tau)$: $F(\tau) = 1 - \beta^2 + \dots$ für Elektronen $F(\tau) = 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} (23 + \dots)$ für Positronen

Wechselwirkung Elektronen: Bremsstrahlung

Radiativer Energieverlust durch Integration des $(WQ \times \text{Photonenenergie}) \times N$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = N \int_0^{v_0} h\nu \frac{d\sigma}{d\nu}(E_0, \nu) d\nu = NE_0 \phi_{rad} \quad \text{mit} \quad N = \frac{\rho N_a}{A} \quad \text{und}$$

$$\phi_{rad} = \frac{1}{E_0} \int_0^{v_0} h\nu \frac{d\sigma}{d\nu}(E_0, \nu) d\nu$$

N : Anzahl Atome/cm³

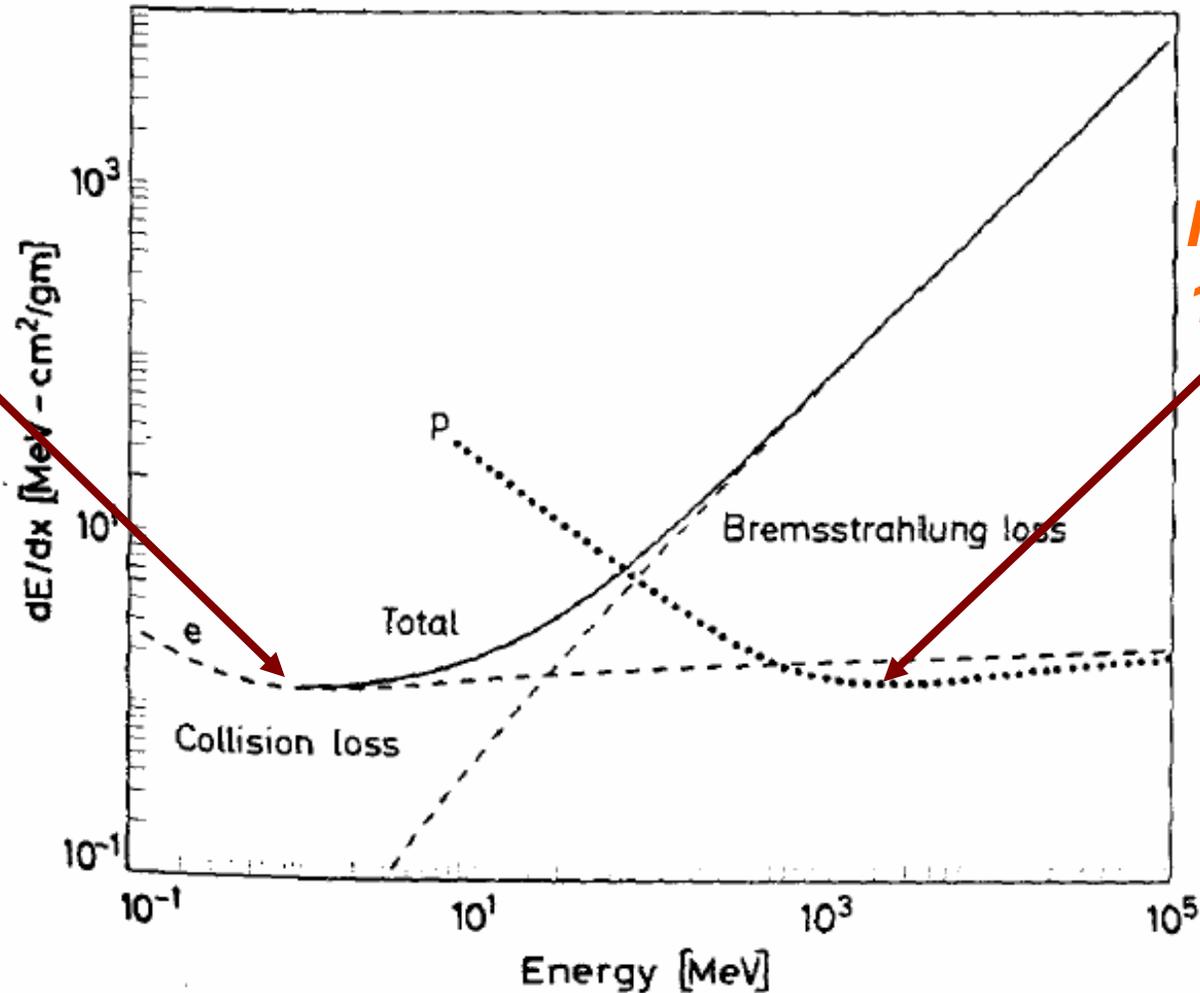
Vergleich Ionisation mit Bremsstrahlung:

- *Ionisation steigt logarithmisch mit E und linear mit Z*
- *Bremsstrahlung steigt linear mit E und quadratisch mit Z*
- *Ionisation: Quasi-kontinuierlicher Energieverlust*
- *Bremsstrahlung: Emission von ein oder zwei Photonen kann gesamte Energie abgeben -> große Fluktuationen*

Vergleich der Wechselwirkungen

Bremsstrahlungsverluste und Ionisation für Elektronen und Protonen in Kupfer

Elektronen
2-4 MeV



Protonen
1-3 GeV

Wechselwirkung Elektronen: Bremsstrahlung

Kritische Energie E_c : $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{coll}$ für $E = E_c$ $E_c \cong \frac{800MeV}{Z+1.2}$

Typische Werte:

<i>Material</i>	<i>Kritische Energie E_c</i>
<i>Pb</i>	<i>9.51 MeV</i>
<i>Al</i>	<i>51.0 MeV</i>
<i>Fe</i>	<i>27.4 MeV</i>
<i>Cu</i>	<i>24.8 MeV</i>
<i>Luft</i>	<i>102 MeV</i>
<i>NaI</i>	<i>17.4 MeV</i>
<i>H2O</i>	<i>92 MeV</i>

Strahlungslänge radiation length

Strahlungslänge ist Abstand, in dem die Energie eines Teilchens aufgrund der Strahlungsverluste um den Faktor 1/e abnimmt.

Typische Werte:

<i>Material</i>	<i>cm</i>
<i>Pb</i>	<i>0.56</i>
<i>Al</i>	<i>8.90</i>
<i>Fe</i>	<i>1.76</i>
<i>Luft</i>	<i>30050.00</i>
<i>H₂O</i>	<i>36.10</i>
<i>Scint.</i>	<i>42.40</i>

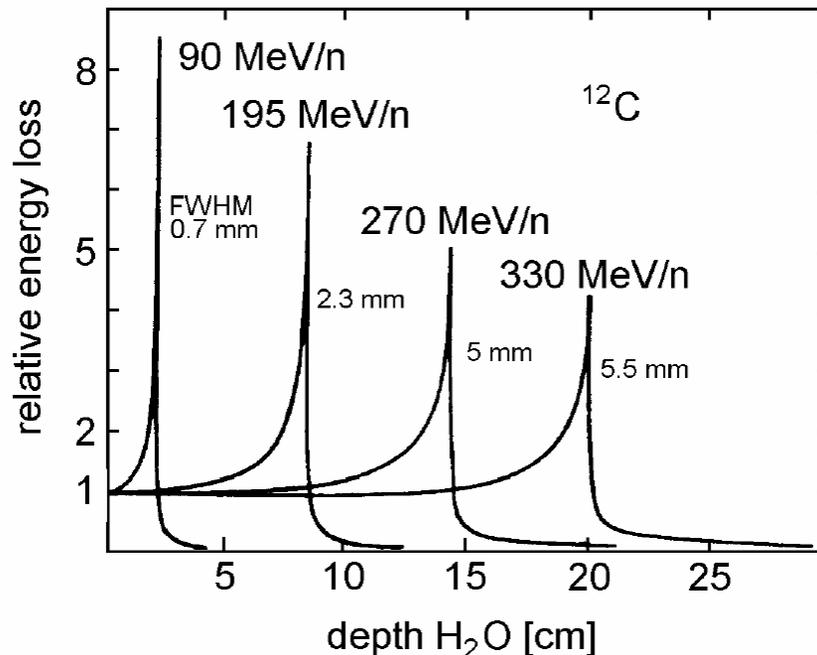
Tumorthherapie mit schweren Ionen

Schwerionenstrahlen für die Radiotherapie von Tumoren
Kombination von:

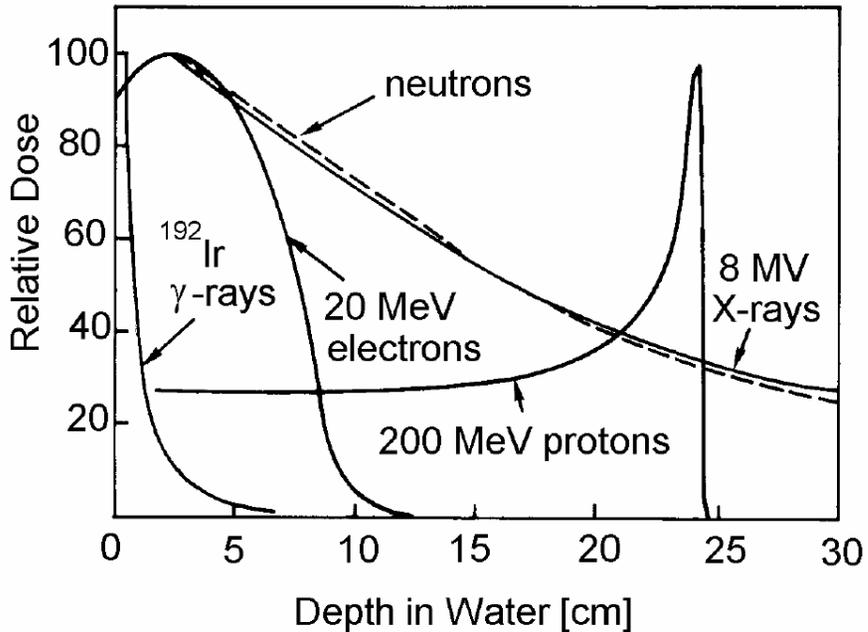
- *physikalisches Dosisprofil – Bragg-Kurve –*
- *erhöhte relative biologische Wirksamkeit von Schwerionen*

Tumore die typisch mit Ionenstrahlen behandelt werden:

- *Schädelbasistumore und Tumore in der Nähe der Wirbelsäule*



Vergleich mit anderen Therapieformen



Tumorthherapie mit ionisierenden Teilchenstrahlen:

- γ -Strahler und hochenergetische Photonen
starke Absorption an Oberfläche
- Elektronen
starke Absorption an Oberfläche
- Neutronen
starke Absorption an Oberfläche
Lokal: $n + {}^{10}\text{B} \rightarrow {}^7\text{Li} + \alpha$
- Pionen π Sekundärstrahl:
 $p + \text{nukl} \rightarrow p + \text{nukl} + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
- Protonen
- Schwere Ionen
hohe biologische Wirksamkeit im Bragg peak

Biologische Wirksamkeit

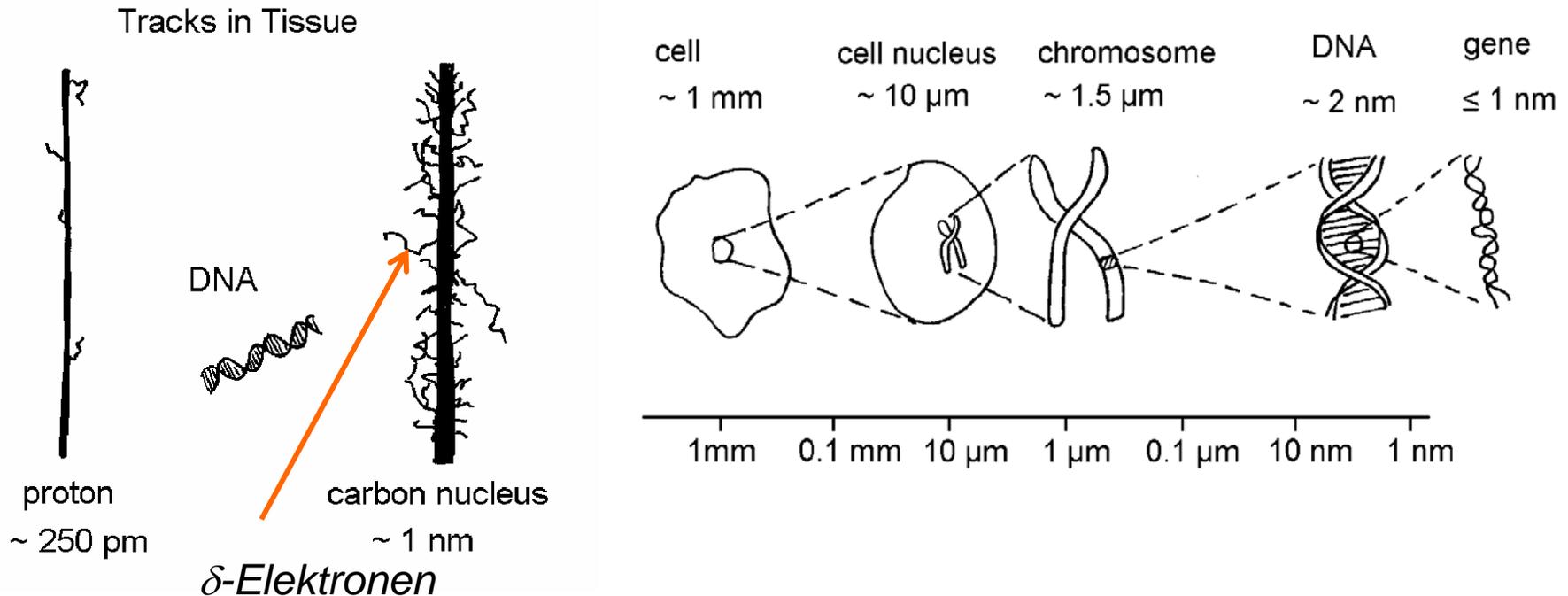
Äquivalentdosis

$$H = \frac{1}{m} \int \frac{dE}{dx} dx \cdot RBE$$

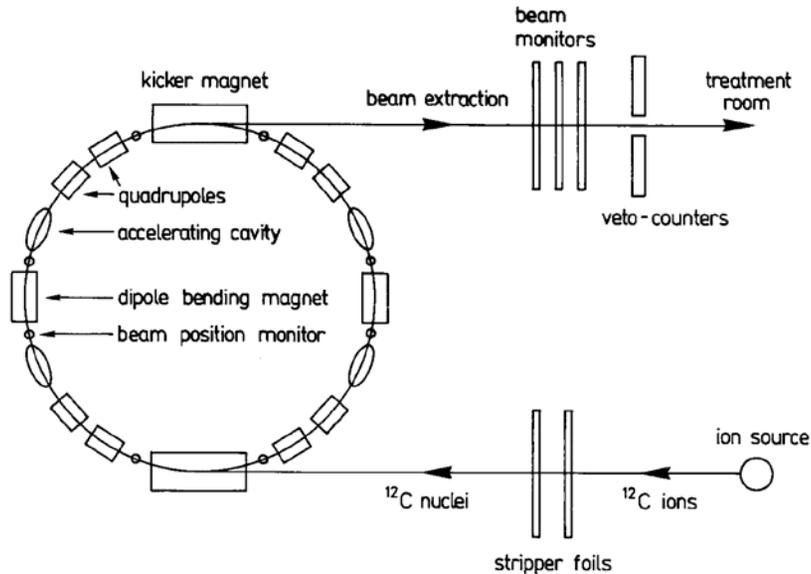
Relativ. Biolog. Effectiveness

Erhöhte biologische Wirksamkeit von Ionen durch mehr DNA Doppelstrangbrüche.

Transversale Reichweite der ionisierenden Strahlung:



Tumorthherapie: Technische Realisierung



Beschleunigeranforderungen:

*Strahlenergievariation: 80 – 450 MeVA,
2 – 30 cm H₂O Reichweite,
20 – 40 Schritte*

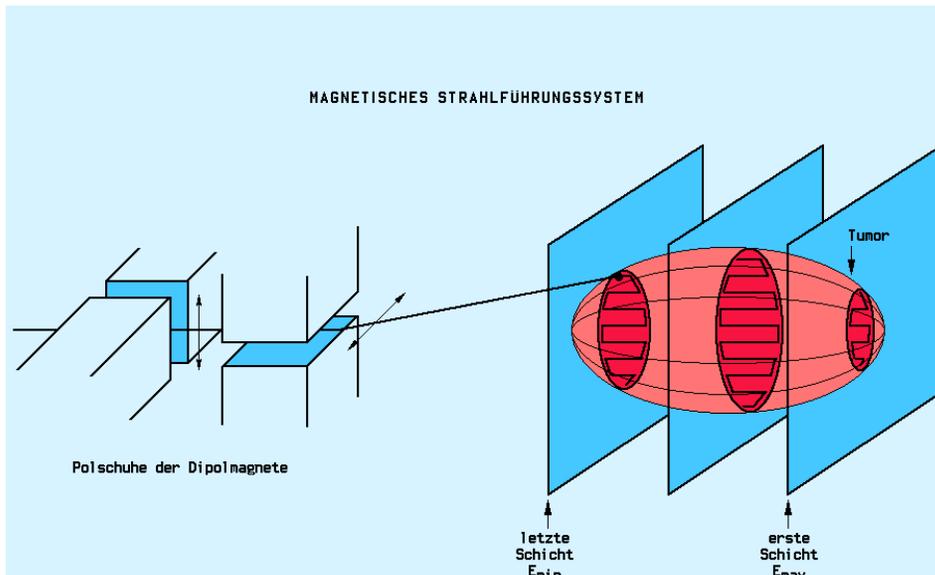
Bleistiftstrahl: Durchmesser d~1mm

*Strahlmonitoring :- ~ 1 mm, vor Patient
(z.B. Ionisationskammern)*

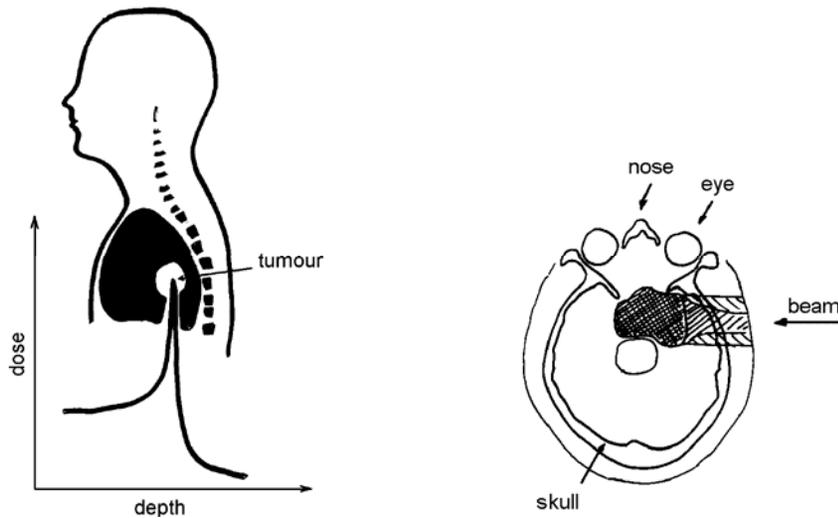
PET in situ (Tumor)

*Rasterscan des Tumorumens
in x-,y- Richtung durch magnetische
Ablenkung (3d 'voxels').*

*Erfordert extrem hohe Zuverlässigkeit
der Beschleunigeranlage*



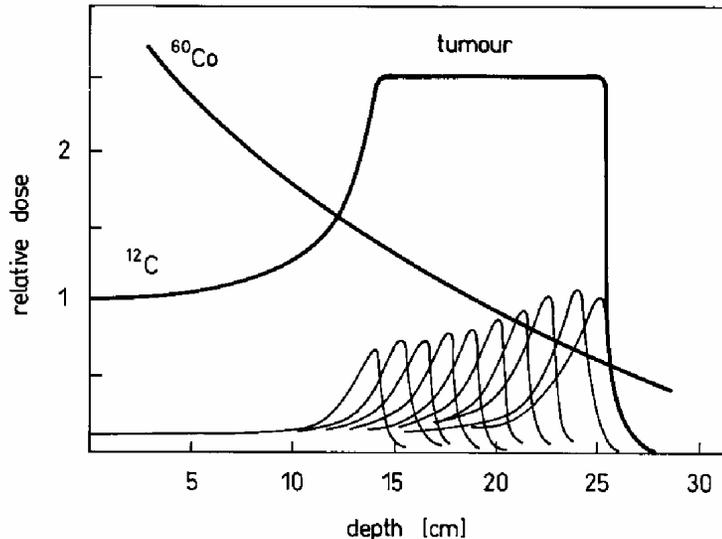
Tumorthherapie: Behandlungsstrategie



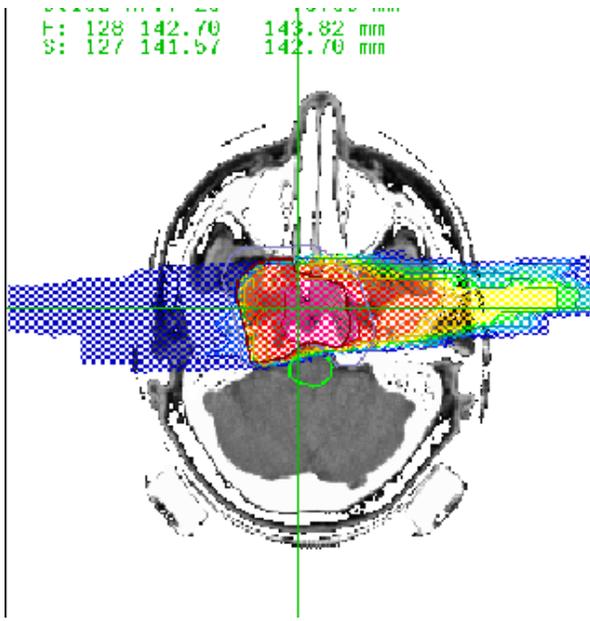
Die Behandlung muß Grösse und genaue Lage des Tumorumens kennen. Bestrahlungsplan muß unterschiedliche Gewebestrukturen und die biologische Wirksamkeit berücksichtigen.

Überwachung der Lokalisation durch Positron-Emissions-Tomographie

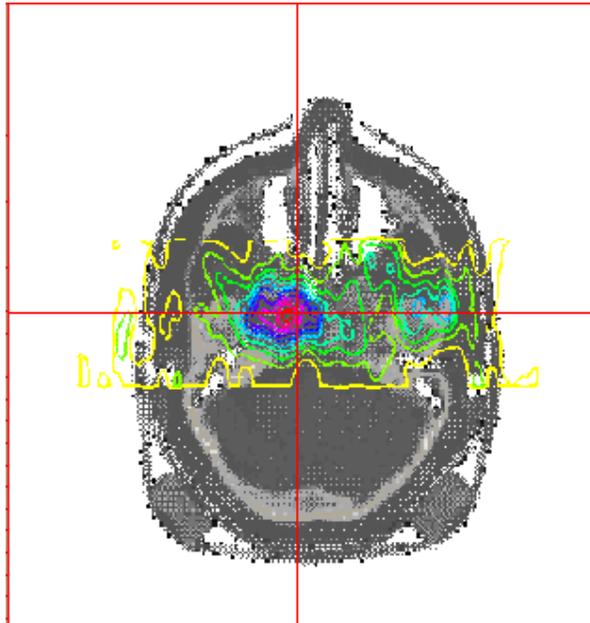
- Fragmentation von ^{12}C erzeugt $^{10,11}\text{C}$
- β^+ -Zerfälle:
 $^{10}\text{C} \rightarrow ^{10}\text{B} + \beta^+ + \nu_e \quad T_{1/2} = 19.3 \text{ s}$
 $^{11}\text{C} \rightarrow ^{11}\text{B} + \beta^+ + \nu_e \quad T_{1/2} = 20.38 \text{ min}$
- Annihilation $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$
- Korrelierte Emission back-to-back von zwei 511 keV γ -Quanten
- Auflösung $\sim 2 - 3 \text{ mm}$



Tumorthherapie mit schweren Ionen



Die Verteilung der physikalischen Dosis ist einem CT Gehirnbild des Patienten überlagert (Rot entspricht hohe Dosis). Die Dosis wird optimiert um eine homogene biologische äquivalent Dosis zu erzielen.



Verteilung der Positronenemitter, die mit PET-Kamera Gemessen wird. Die maximale Aktivität der Verteilung ist zu den Rändern verschoben. PET ist auf gestoppte ^{11}C and ^{10}C Kerne empfindlich.

Tumorthherapie mit schweren Ionen

Bestrahlungsplatz bei der GSI

Behandlungen von 12/97 bis 3/99

<i>Tumor</i>	<i>Anzahl</i>
<i>Chordoma (skull base)</i>	<i>10</i>
<i>Chordoma (sacral)</i>	<i>3</i>
<i>Chondrosarcoma</i>	<i>5</i>
<i>ACCa</i>	<i>8</i>
<i>Squamous cell ca.</i>	<i>1</i>
<i>mal. Schwannoma</i>	<i>2</i>
<i>atyp. Meningeoma</i>	<i>1</i>
<i>Transitional cell ca.</i>	<i>1</i>
<i>Myoblastoma</i>	<i>1</i>

