

## Kernkräfte und Kernmodelle:

- Austauschmodell der Kern-Kern-Kräfte



# Wiederholung: Wechselwirkungen

Wechselwirkung zwischen Bausteinen der Materie = **Fermionen**  
durch Austausch von Feldquanten = **Bosonen**

"Virtuelle" Teilchen übertragen in der Zeit  $\Delta t$  die Energie  $\Delta E$   
und den Impuls  $\Delta p$  über den Abstand  $\Delta x$ :

Heisenberg Unschärferelation:  $\Delta E \Delta t = \hbar$  und  $\Delta p \Delta x = \hbar$

"Reale" Teilchen:

Invariante des Energie-Impuls-Vierervektors:  $E^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2$

## Elektromagnetische Wechselwirkung

Die WW zwischen geladenen Teilchen und dem elektromagnetischen Feld wird klassisch mit den Maxwellgleichungen beschrieben.

Quantenelektrodynamik ist die Quantentheorie der Wechselwirkung von geladenen Fermionen (**Diractheorie**) mit dem quantisierten elektromagnetischen Feld (**Feynman, Schwinger, Tomonaga**).

# Wiederholung: Wechselwirkungen

Die elementaren Fermionen der QED sind **Leptonen** und **Quarks**, die quantisierte Ladungen tragen:  $\pm e$ ,  $\pm 2/3e$ ,  $\pm 1/3e$

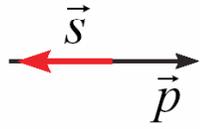
Beispiele:  $e^-$ ,  $e^+$ ;  $\mu^-$ ,  $\mu^+$ ;  $\tau^-$ ,  $\tau^+$ ;  $u(2/3e)$ ,  $d(-1/3e)$

Die Parameter der Theorie ( $m_e c^2$  und  $\alpha$ ) werden durch Renormalisierung endlich gemacht.

Die Feldquanten der QED sind die **Photonen**:

Ladung: 0, Masse: 0, Spin:  $1 \hbar$  (Vektorfeld)

Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit  $c$ .

Polarisation:  (rechts)  (links) zirkular polarisiert

Reelle Photonen:  $E = pc = \hbar\omega$

Virtuelle Photonen:  $E < pc$  (raumartig)  $E > pc$  (zeitartig)

# Wiederholung: Feynmann-Diagramme

Raumzeitdarstellung zur Beschreibung und Berechnung von Prozessen mit der Quantenfeldtheorie (z.B. QED).

Die Elemente sind **Wechselwirkungsvertices** und **Propagationen** von Austauschfeldern.

Wechselwirkungsvertices der QED:



Die Amplitude der Kopplung ist proportional zu

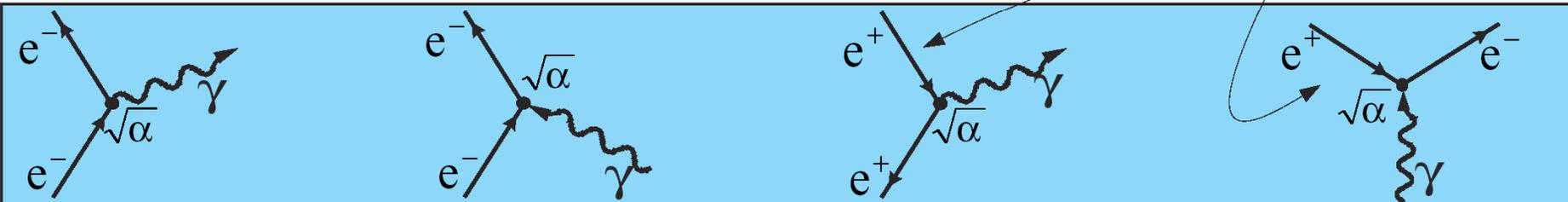
$$\sqrt{\alpha} = e / \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

Am Vertexpunkt sind folgende Größen erhalten:

- Energie
- Impuls
- Ladung

Bei Antiteilchen läuft der Pfeil entgegen der Zeitrichtung !

Zeitordnung einiger elementarer Vertices:



Photoemission  
= Bremsstrahlung

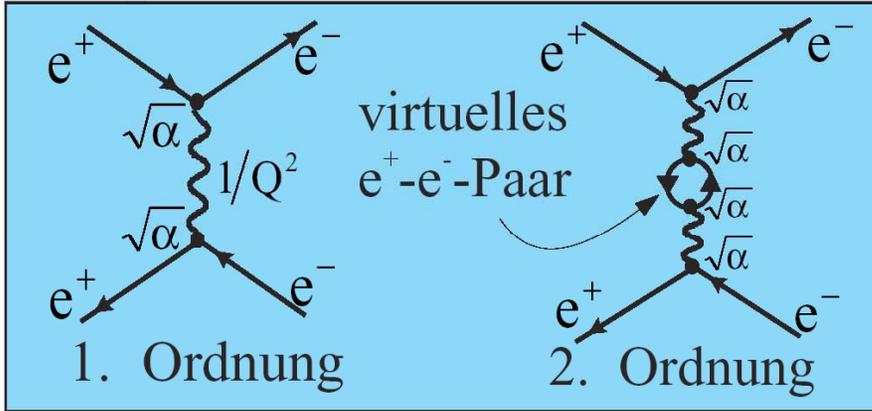
Photoabsorption  
= Photoeffekt

Photoemission  
durch Positron

Photoerzeugung  
von  $e^-e^+$ -Paar

# Feynmann-Diagramme

## Beispiele für Prozesse und Matrixelemente



$$M_{fi} = (\sqrt{\alpha})^2 \times \text{Propagator}$$

$$\text{Photonpropagator: } \frac{1}{Q^2}$$

$$\text{Boson mit Masse } M: \frac{1}{Q^2 + M^2 c^2}$$

Bhabha-Streuung  
=  $e^+ e^-$ -Streuung

$Q$ : vom Feldquant übertragener Viererimpuls

## Präzisionstests der QED=Quantenelektrodynamik

$e^+ e^-$ -Streuung und  $e^-$ -Kern-Streuung können nicht zu QED-Tests verwendet werden — Abstrahlung niederenergetischer Photonen.

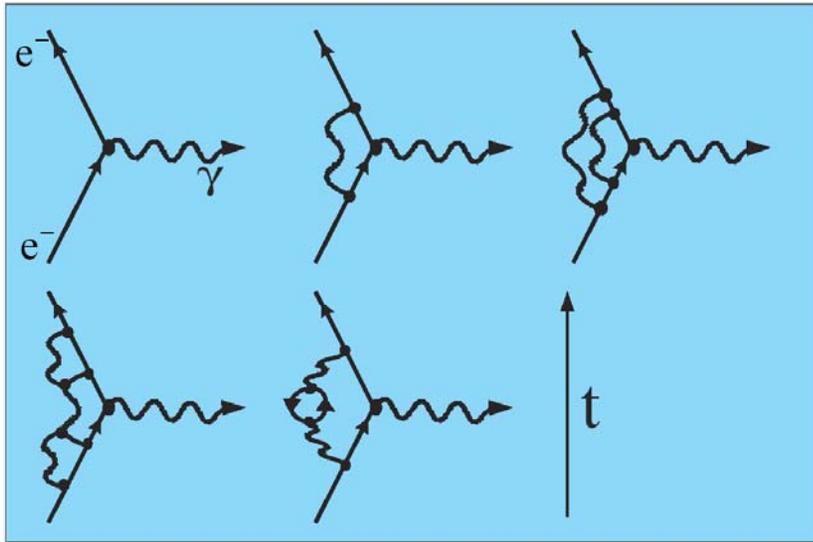
**Geeignete Messungen** sind:

Magnetische Momente des Elektrons und Myons;

"Lambshift" ( $2s_{1/2} - 2p_{1/2}$ ) im H-Atom;

Positronium:  $1^3S_1 - 1^1S_0, 2^3S_1 - 2^5P_2$

# Präzisionstests der QED



$$\mu_e/\mu_B = 1 + \frac{1}{2} (\alpha/\pi) - 0,328\,479\,66 (\alpha/\pi)^2 + 1,176 (\alpha/\pi)^3$$

---


$$= 1,001\,159\,652\,307 \quad (110)$$

$$(\mu_e/\mu_B)_{exp} = 1,001\,159\,652\,193 \quad (10)$$

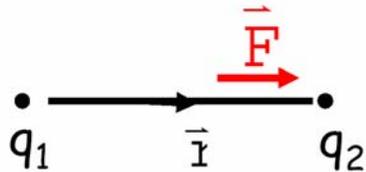
Dehmelt

	Messwert	QED Berechnung
<b>Wasserstoff</b> 2s <sub>1/2</sub> - 2p <sub>1/2</sub> in MHz	1057,862 (20)	1057,873 (20)
<b>Myon</b> μ in eħ/2m <sub>μ</sub>	1,001 165 923 (8)	1,001 165 920 (3)
<b>Positronium</b> 1 <sup>3</sup> S <sub>1</sub> -1 <sup>1</sup> S <sub>0</sub> in GHz	203,388 7 (7)	203,381 (20)
2 <sup>3</sup> S <sub>1</sub> -2 <sup>5</sup> P <sub>2</sub> in GHz	8,619 6 (28)	8,625 2
1 <sup>3</sup> S <sub>1</sub> -Zerfallsrate s <sup>-1</sup>	7,031 4 (70) · 10 <sup>6</sup>	7,038 8 (2) · 10 <sup>6</sup>
1 <sup>1</sup> S <sub>0</sub> -Zerfallsrate s <sup>-1</sup>	7,994 (11) · 10 <sup>9</sup>	7,985 251 (51) · 10 <sup>9</sup>

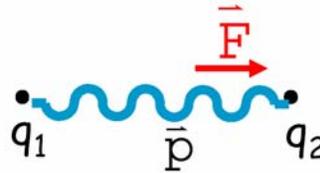
# Austauschmodell

## **Elektromagnetische Wechselwirkung:**

Klassisch: EM-Kräfte werden über eine Distanz  $r$  durch die Wirkung der elektrischen und magnetischen Felder vermittelt. (Maxwell-Gleichungen)


$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Quantenmechanisch: EM-Kräfte werden durch den Austausch von **virtuellen Feldquanten** vermittelt.



Die Feldstärke an jedem beliebigem Punkt ist unbestimmt.

$$\Delta p \Delta r \sim \hbar \quad \Delta t = \Delta r / c$$

Die Anzahl der Feldquanten die emittiert und absorbiert werden ist  $\sim q_1 q_2$ .

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{dp}{dt} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Masselose Feldquanten wie  $\gamma$ -Quanten: Kraft hat eine unendliche Reichweite

# Austauschmodell

Nukleonen spüren die starke Wechselwirkung auf einer Distanz von  $\sim 2$  fm.

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \quad E = mc^2$$

$$\Rightarrow mc^2 \sim \frac{\hbar}{\Delta t} \sim \frac{\hbar c}{r}$$

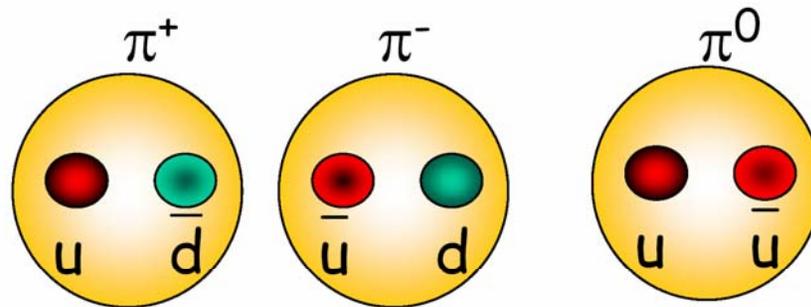
$$\underline{m \sim \frac{\hbar}{rc} = \frac{1}{r}}$$

$$\hbar = c = 1$$

Für  $r=2$  fm wurde die Existenz eines Teilchens mit einer Masse von ungefähr  $100 \text{ MeV}/c^2$  (oder  $m \sim 200 m_e$ ) vorhergesagt: **Meson (z.B. Pion)**

*griech.: meso ~ mitte in der Mitte zwischen Elektron und Nukleon*

Das Pion  $\pi$  wurde 1947 mit Hilfe von Photoplattenaufnahmen entdeckt.



$$\text{mass}(\pi^+) = \text{mass}(\pi^-) = 139.6 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{mass}(\pi^0) = 135 \text{ MeV}/c^2$$

$$J^P = 0^+$$

# Austauschmodell

Relativistische Energie - Impuls - Beziehung

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Operatoren

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad \vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

Klein - Gordon - Gleichung

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu^2 \right) \phi(\vec{r}, t) = 0 \quad \text{mit } \mu = mc^2 / (\hbar c)$$

Klein-Gordon-Gleichung beschreibt Pionenfeld für den Fall daß keine Pionenquelle vorhanden ist.

Nukleon  $v(\vec{r})$  ist Bosonen - Quellterm

$$(\nabla^2 - \mu^2) \phi(\vec{r}) = v(\vec{r})$$

Lösung mit Green'sche Funktion

$$\phi(\vec{r}) = -\frac{g}{4\pi} \frac{e^{-\mu|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}$$

$g$  ist ,nukleonische' Ladung

Potential zwischen zwei Nukleonen

$$V_{12} = \int \phi_1(\vec{r}) v_2(\vec{r}) d^3r = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

**Yukawa-Potential**

$\Phi_1$  ist Pionenfeld das von Nukleon 1 erzeugt wird,  $v_2$  ist die Quellstärke vom Nukleon 2

# Kurzfassung: Austauschmodell

## Relativistische Wellengleichung

$$E^2 = p^2 + m^2 \quad c = 1$$

Operator  $E \rightarrow i \frac{\partial}{\partial t}$        $p \rightarrow -i \vec{\nabla}$

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\nabla^2 \psi + m^2 \psi$$

$$\nabla^2 \psi - m^2 \psi - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

**Klein-Gordon-Gleichung**

## Stationäre Lösung

$$\psi = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-m r}}{r}$$

*Annahme: Die Pionwellenfunktion beschreibt den Potentialverlauf in der Nähe des Nukleons*

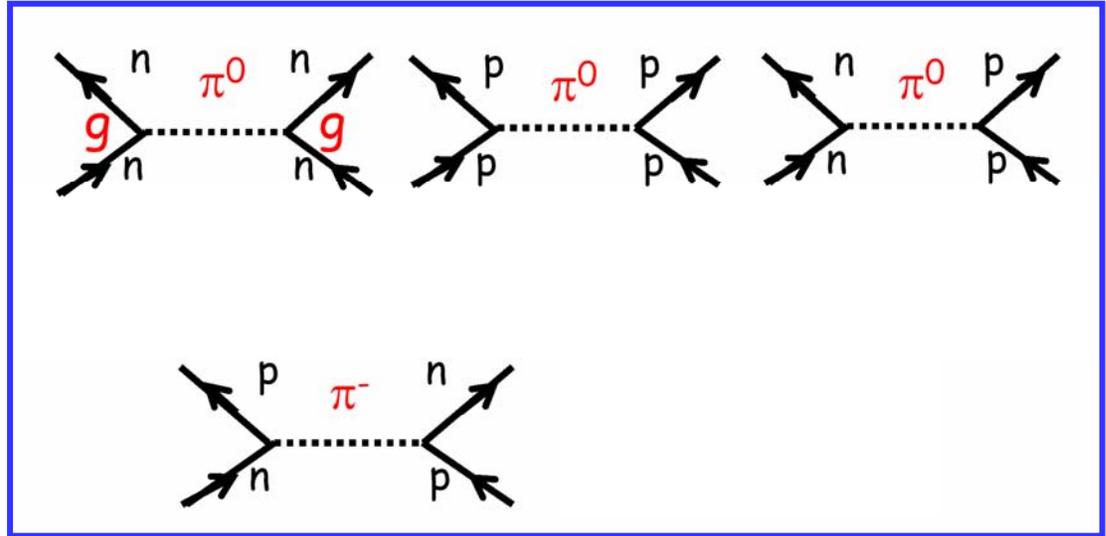
$$V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-m r}}{r}$$

**Yukawa-Potential**

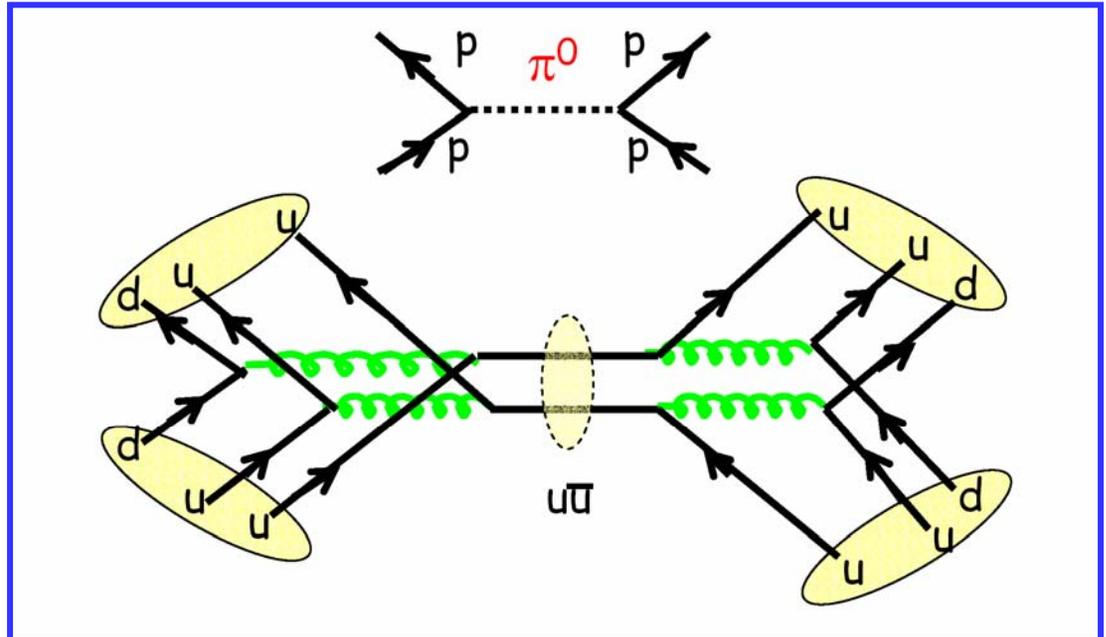
$g$  Kopplungskonstante (dimensionslos)

# Austauschmodell

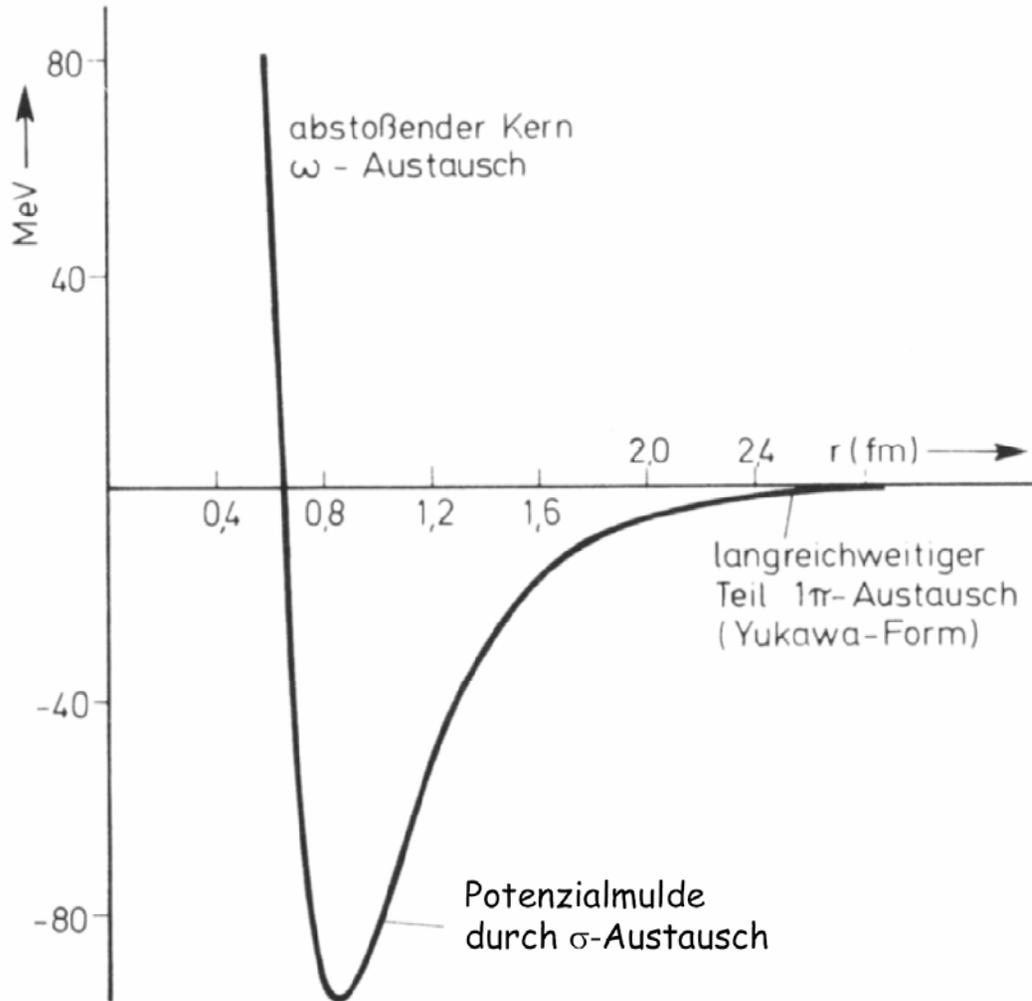
*Yukawa Wechselwirkung  
zwischen zwei Nukleonen*



*Quark-Modell*



# Austauschmodell



$$m(\pi) \cong 140 \text{ MeV} / c^2$$

$$m(\sigma) \cong 500 - 600 \text{ MeV} / c^2$$

$$m(\omega) \cong 784 \text{ MeV} / c^2$$