

Ankündigungen:

Heute: Grosses Physikalisches Kolloquium

Prof. Roth, TU Darmstadt

Von der QCD zur Kernstruktur

Die Vorlesung am Freitag den 11. Juli muß
leider ausfallen.

Kernmodelle:

- Schalenmodell



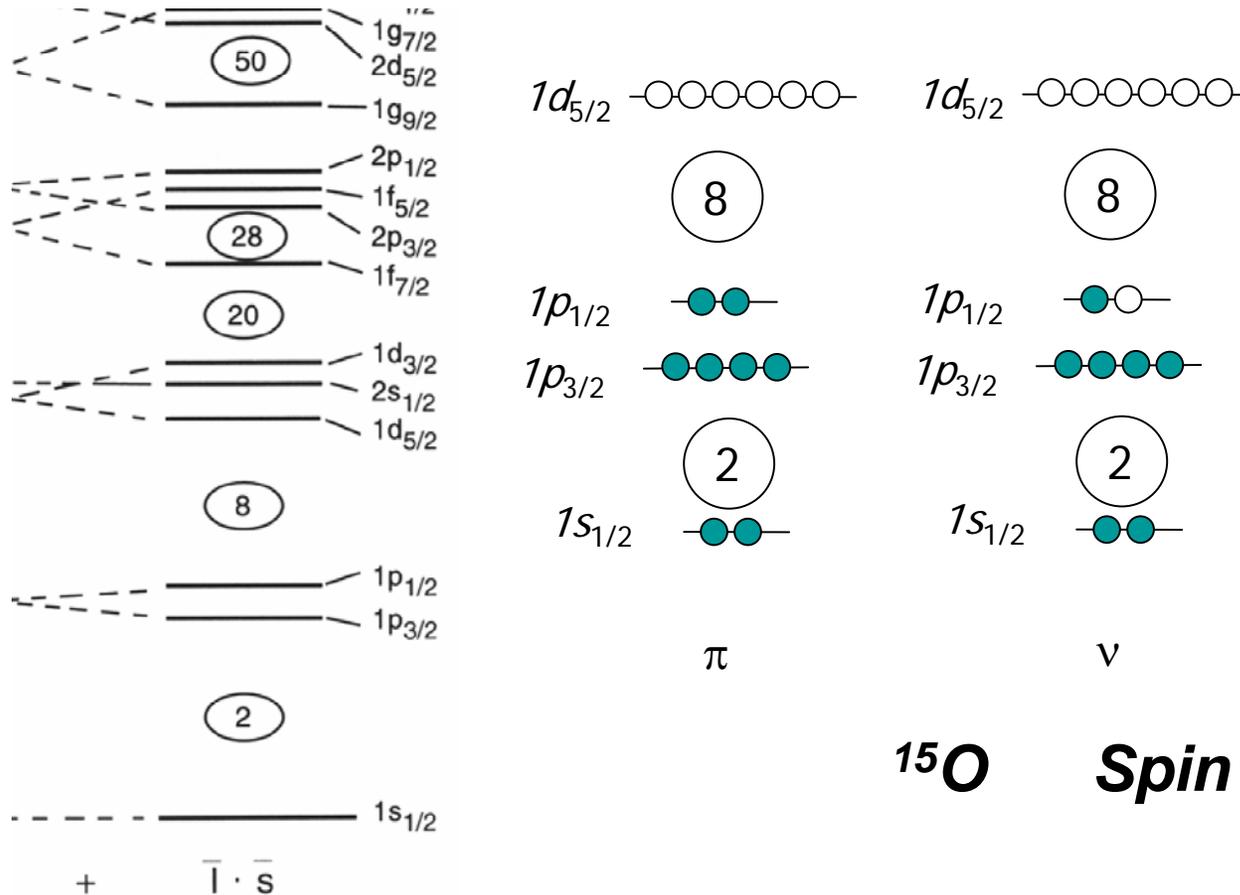
Erfolge des Schalenmodells

Kernspin des Grundzustandes:

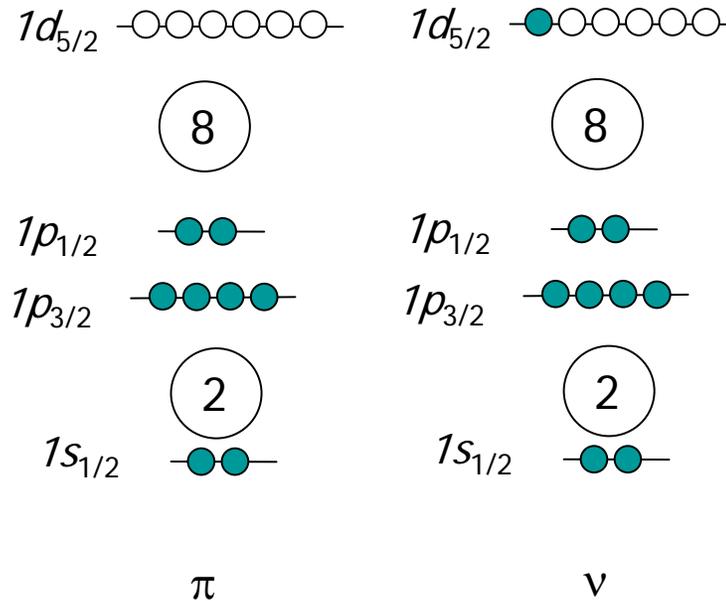
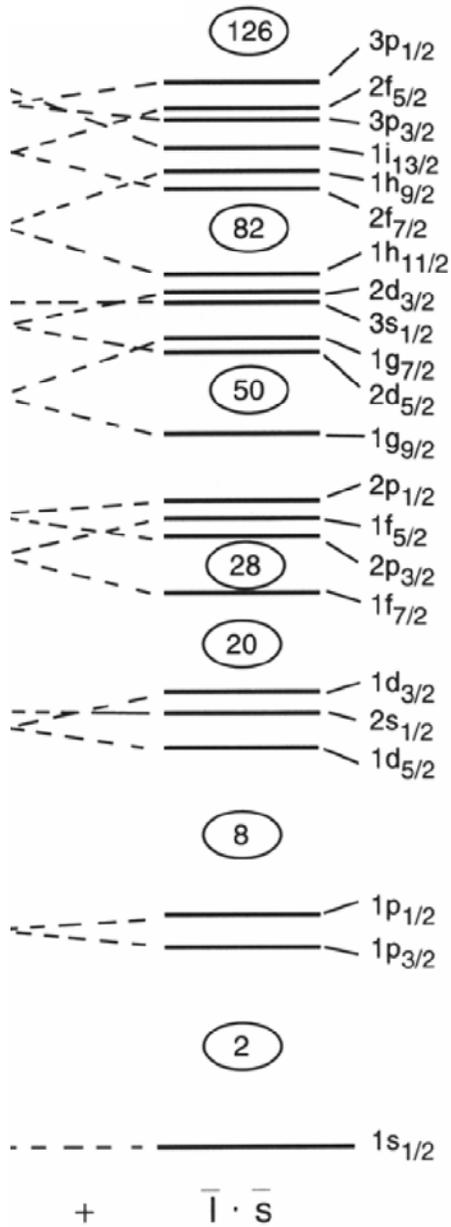
Jedes Orbital hat $2j+1$ magnetische Unterzustände, voll besetzte Orbitale haben Kernspin $J=0$, tragen nicht zum Kernspin bei.

Spin von Kernen mit einem Nukleon ausserhalb der besetzten Orbitale ist durch den Spin dieses Nukleons bestimmt.

Beispiel: Spins um doppelt-magischen Kern ^{16}O

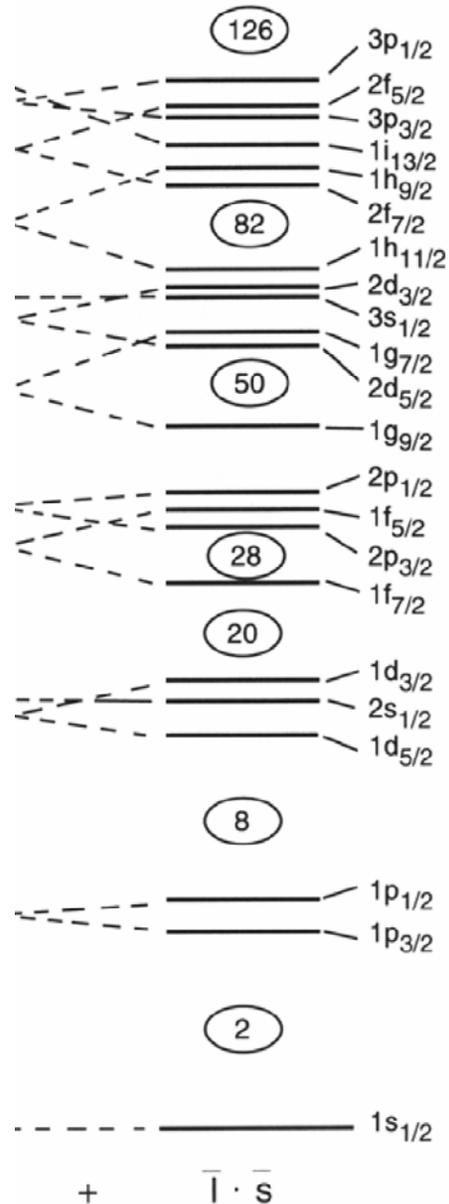


Erfolge des Schalenmodells



^{17}O Spin $5/2^+$

Erfolge des Schalenmodells



• Mit dem Schalenmodell können die **"magischen" Zahlen** erklärt werden.

• **Kernspin des Grundzustandes:**

Jedes Orbital hat $2j+1$ magnetische Unterzustände, voll besetzte Orbitale haben Kernspin $J=0$, tragen nicht zum Kernspin bei.

Spin von Kernen mit einem Nukleon ausserhalb der besetzten Orbitale ist durch den Spin dieses Nukleons bestimmt.

Beispiele:	$^{39}\text{Ca}_{19}$	$j^\pi=3/2^+$	Z=20 Neutron aus d _{3/2}
	$^{41}\text{Ca}_{21}$	$j^\pi=7/2^-$	Z=20 Neutron aus f _{7/2}
	$^{41}\text{Sc}_{20}$	$j^\pi=7/2^-$	N=20 Proton aus f _{7/2}
	$^{91}\text{Nb}_{50}$	$j^\pi=9/2^+$	N=50 Protonen aus g _{9/2}
	$^{91}\text{Zr}_{51}$	$j^\pi=5/2^+$	Z=40 Neutron aus d _{5/2}

Erfolge des Schalenmodells

Magnetische Momente:

Für den g-Faktor g_j gilt:
$$g_j = \frac{g_l(\hat{l} \cdot \hat{j}) + g_s(\hat{s} \cdot \hat{j})}{|j|^2}$$

Bem: Projektion der Drehimpulse l und s auf j -Achse

mit $j(j+1) = \hat{j}^2 = \hat{l}^2 + 2\hat{l} \cdot \hat{s} + \hat{s}^2$

$$\hat{l}^2 = l(l+1)$$

mit $\hat{l}^2 = (\hat{j} - \hat{s})^2 = \hat{j}^2 - 2\hat{j} \cdot \hat{s} + \hat{s}^2$

$$\hat{s}^2 = s(s+1) = 3/4$$

mit $\hat{s}^2 = (\hat{j} - \hat{l})^2 = \hat{j}^2 - 2\hat{j} \cdot \hat{l} + \hat{l}^2$

$$g_j = \frac{g_l \{j(j+1) + l(l+1) - 3/4\} + g_s \{j(j+1) - l(l+1) + 3/4\}}{2j(j+1)}$$

$$\frac{\mu_{Kern}}{\mu_N} = g_{Kern} = g_l \pm \frac{(g_s - g_l)}{2l+1} \quad \text{für } J = j = l \pm 1/2$$

Einfache Beziehung für den g-Faktor von Einteilchenzuständen.

Vergleich zwischen Experiment und Schalenmodell:

Kern	Zustand	J^P	μ/μ_N	
			Modell	Experim.
^{15}N	$p-1p_{1/2}^{-1}$	$1/2^-$	-0,264	-0,283
^{15}O	$n-1p_{1/2}^{-1}$	$1/2^-$	+0,638	+0,719
^{17}O	$n-1d_{5/2}$	$5/2^+$	-1,913	-1,894
^{17}F	$p-1d_{5/2}$	$5/2^+$	+4,722	+4,793

Erfolge des Schalenmodells

Magnetische Momente:

$$\langle \mu_z \rangle = \begin{cases} \left[g_L \left(j - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} g_S \right] \mu_N & \text{für } j = L + 1/2 \\ \frac{j}{j+1} \left[g_L \left(j + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} g_S \right] \mu_N & \text{für } j = L - 1/2 \end{cases}$$

g - Faktoren der Nukleonen :

Proton : $g_L = 1$; $g_S = +5.585$

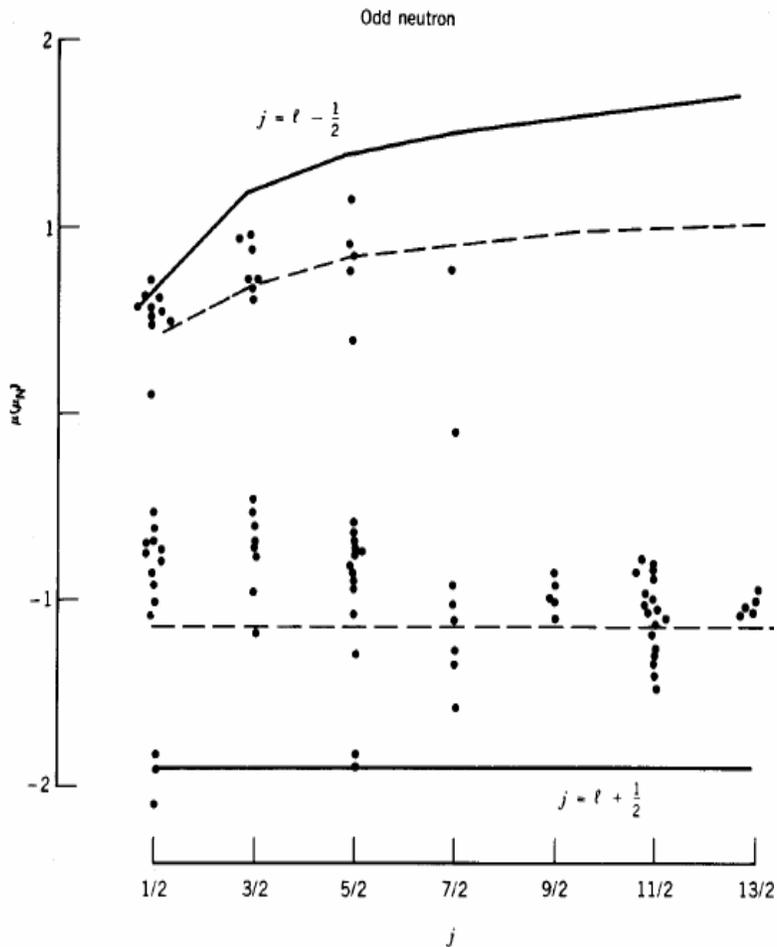
Neutron : $g_L = 0$; $g_S = -3.82$

$$\text{Proton : } \langle \mu_z \rangle = \begin{cases} j + 2.293 \mu_N & \text{für } j = L + 1/2 \\ (j - 2.293) \frac{j}{j+1} \mu_N & \text{für } j = L - 1/2 \end{cases}$$

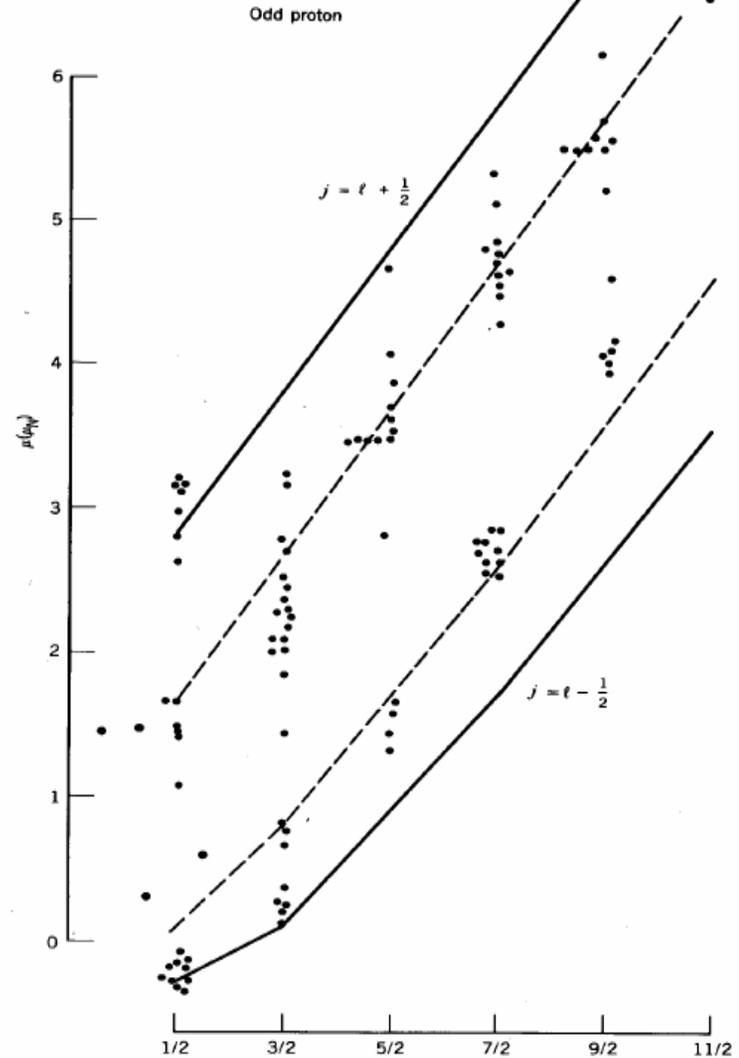
$$\text{Neutron : } \langle \mu_z \rangle = \begin{cases} -1.91 \mu_N & \text{für } j = L + 1/2 \\ +1.91 \frac{j}{j+1} \mu_N & \text{für } j = L - 1/2 \end{cases}$$

Magnetische Momente: Schmidt Linien

Magnetische Momente: Neutron

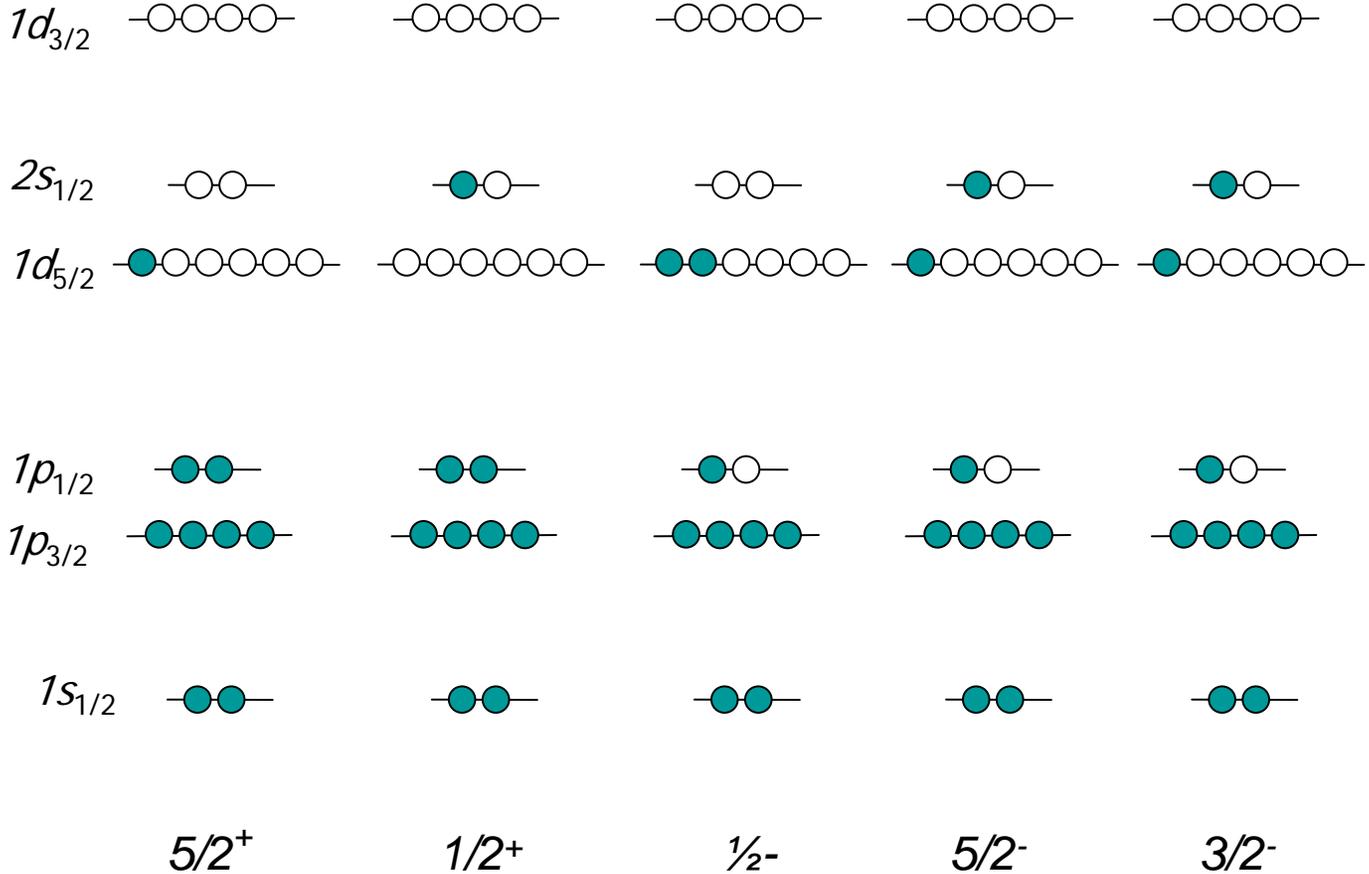
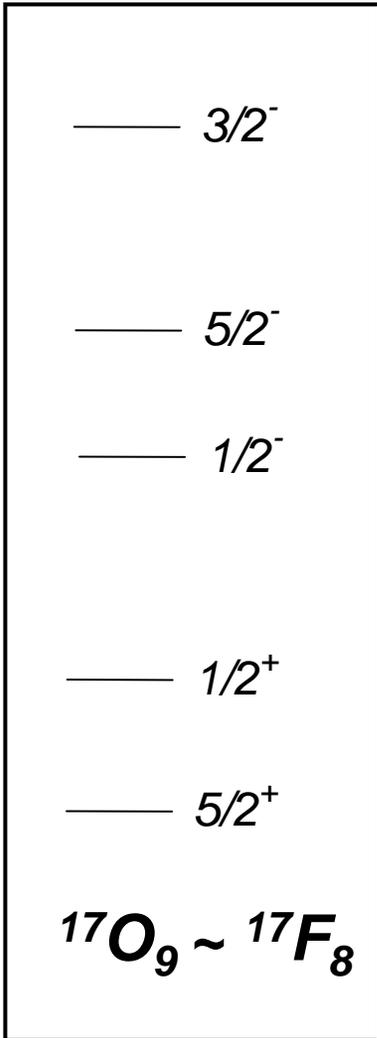


Magnetische Momente: Proton



Erfolge des Schalenmodells

Anregungsspektren einzelner Teilchen oder Löcher werden erklärt. Kerne in der Nähe von magischen oder doppelt magischen Kernen können mit dem Einteilchenschalenmodell gut beschrieben werden.

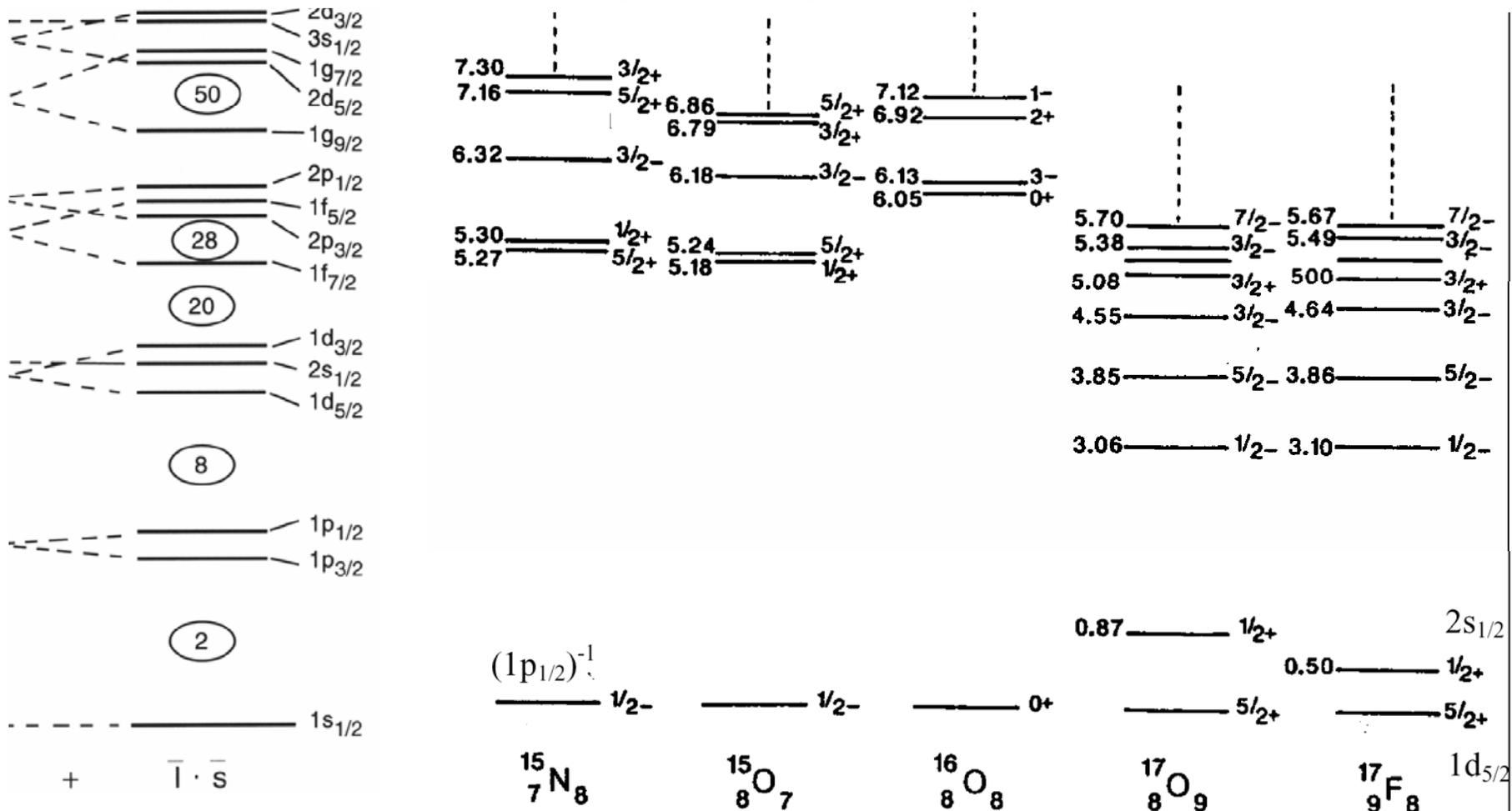


Zustände mit negativer Parität durch aufbrechen von tiefer gebundenen Paaren:
 z.B.: $1/2^-$ durch $1p_{1/2}$,
 Kopplung von $1d_{5/2}$ und $2s_{1/2}$ zu $l=2$ und 1

Erfolge des Schalenmodells

- **Anregungsspektren** einzelner Teilchen oder Löcher (Leuchtnukleon) werden quantitativ erklärt. Kerne in der Nähe von magischen oder doppelt magischen Kernen können mit dem Einteilchenschalenmodell gut beschrieben werden.

Beispiel: Spins und Anregungsenergien um doppelt-magischen Kern ^{16}O



Magnetische Momente

Operator für magnetisches Moment eines geladenen Teilchens mit Bahn- und Spin-Drehimpuls :

$$\vec{\mu} = \frac{e}{mc} (g_L \vec{L} + g_S \vec{S})$$

Angewendet auf Zustand $|jm\rangle$ mit $m = m_{\max} = j$

$$\langle \mu_z \rangle = \langle j j | \hat{\mu} | j j \rangle = \frac{1}{2j(j+1)} \left[g_L \{ j(j+1) + L(L+1) - S(S+1) \} - g_S \{ j(j+1) + S(S+1) - L(L+1) \} \right] \mu_N$$

Extremes 'Einteilchenmodell': Ungepaartes Nukleon bestimmt Kerneigenschaften

$|j j\rangle = |L, S, j j\rangle$ für das letzte ungepaarte Nukleon (Proton oder Neutron)

$$= \left| j \mp \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, j j \right\rangle \quad \text{für } j = L \pm \frac{1}{2} \quad \text{Kopplung.}$$

mit $L = j \mp \frac{1}{2}$ und $S = \frac{1}{2}$ erhält man:

$$\langle \mu_z \rangle = \begin{cases} \left[g_L \left(j - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} g_S \right] \mu_N & \text{für } j = L + 1/2 \\ \frac{j}{j+1} \left[g_L \left(j + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} g_S \right] \mu_N & \text{für } j = L - 1/2 \end{cases}$$

Schalenmodell und Elementhäufigkeit

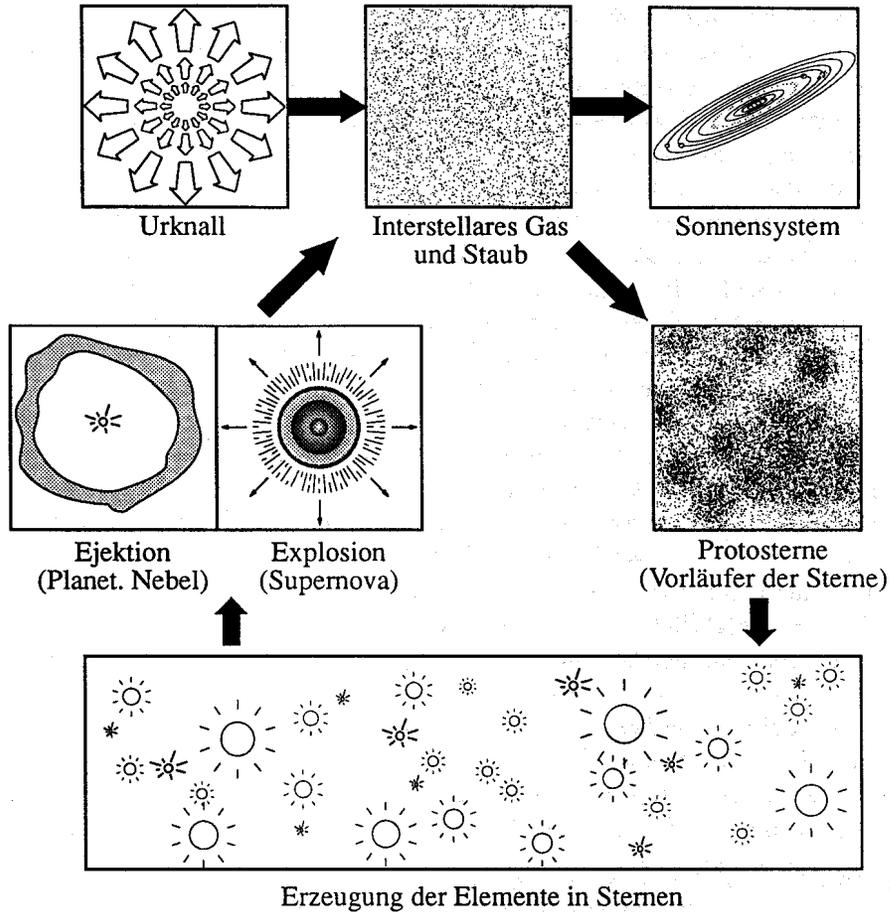
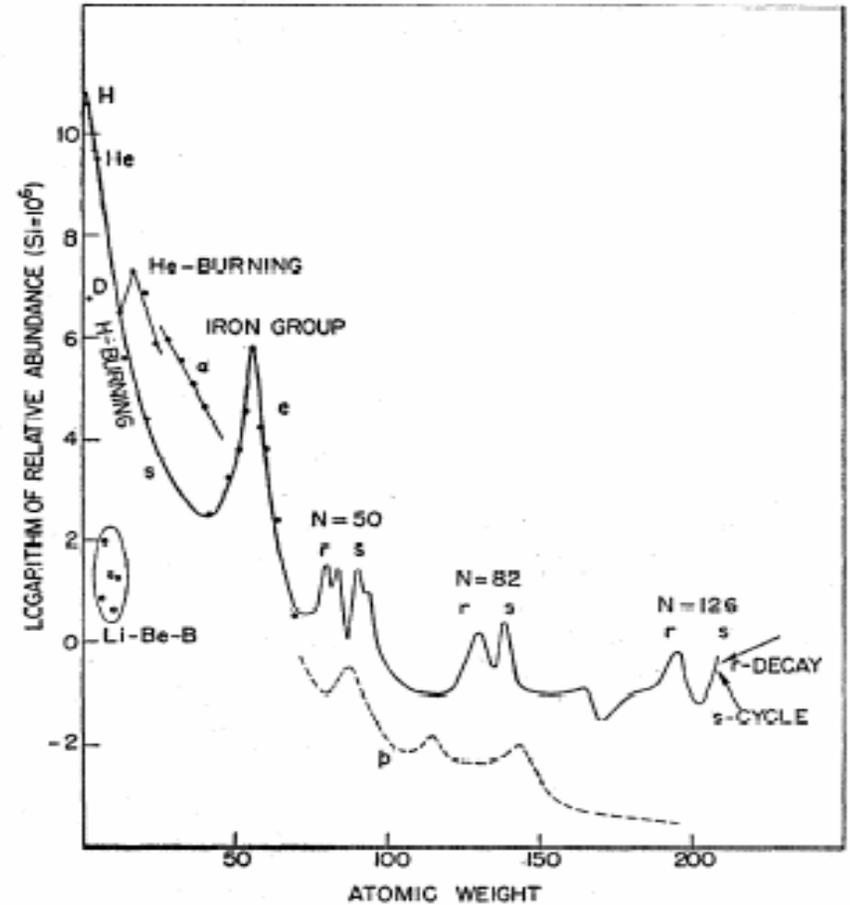


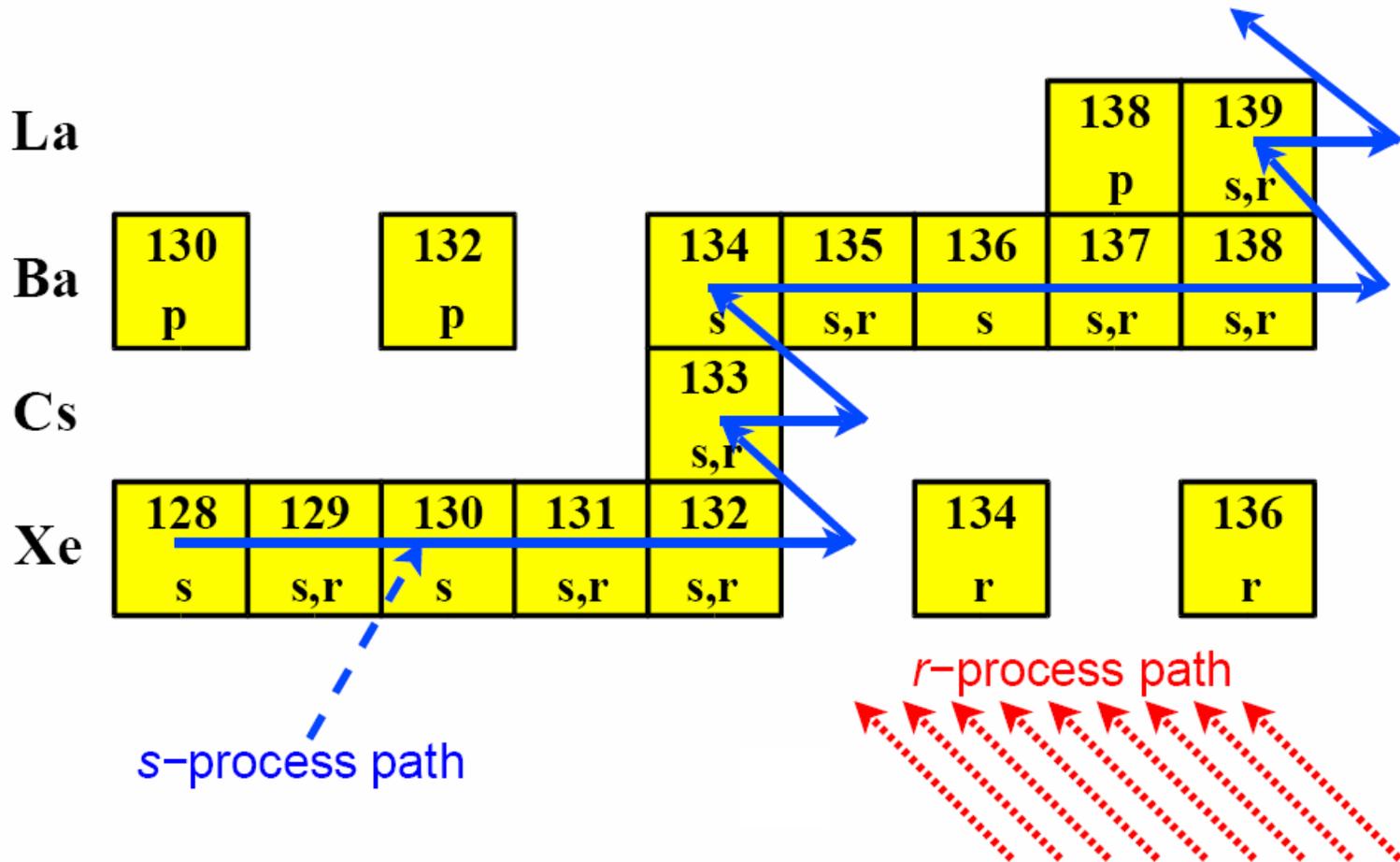
Abbildung 1.1 Der Zyklus der Materie im Universum



Suess and Urey
 „Abundances of the Elements“
 (Rev. Mod. Phys. 28 (1956) 53)

Schalenmodell und Elementhäufigkeit

Langsamer slow und schneller rapid Neutroneneinfang
s-process



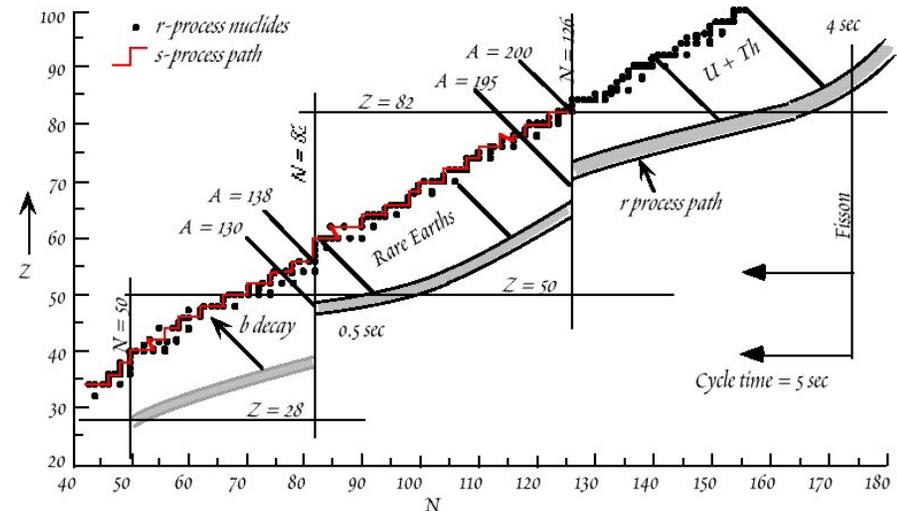
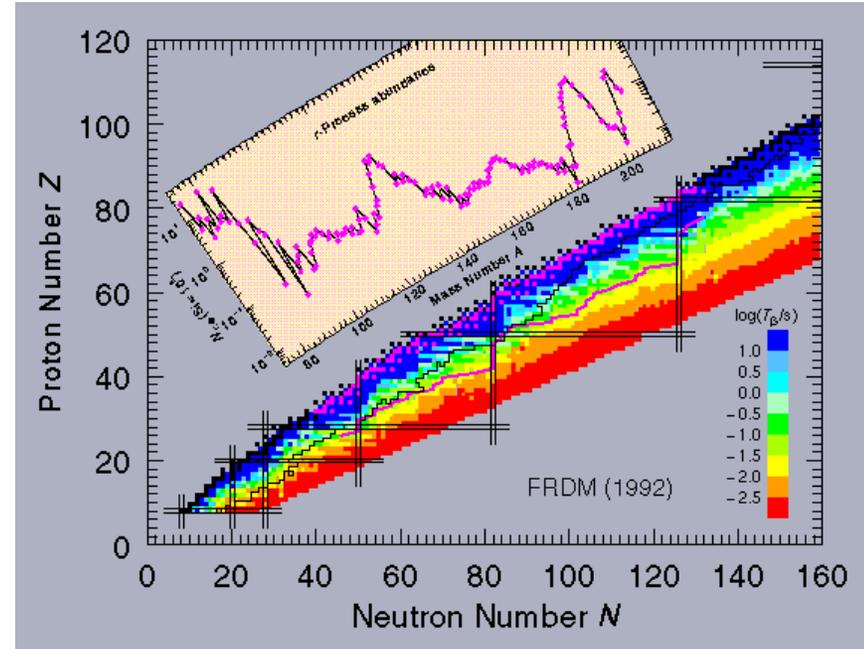
Schalenmodell und Elementhäufigkeit

Schneller Neutroneneinfang
rapid neutron capture **r-process**

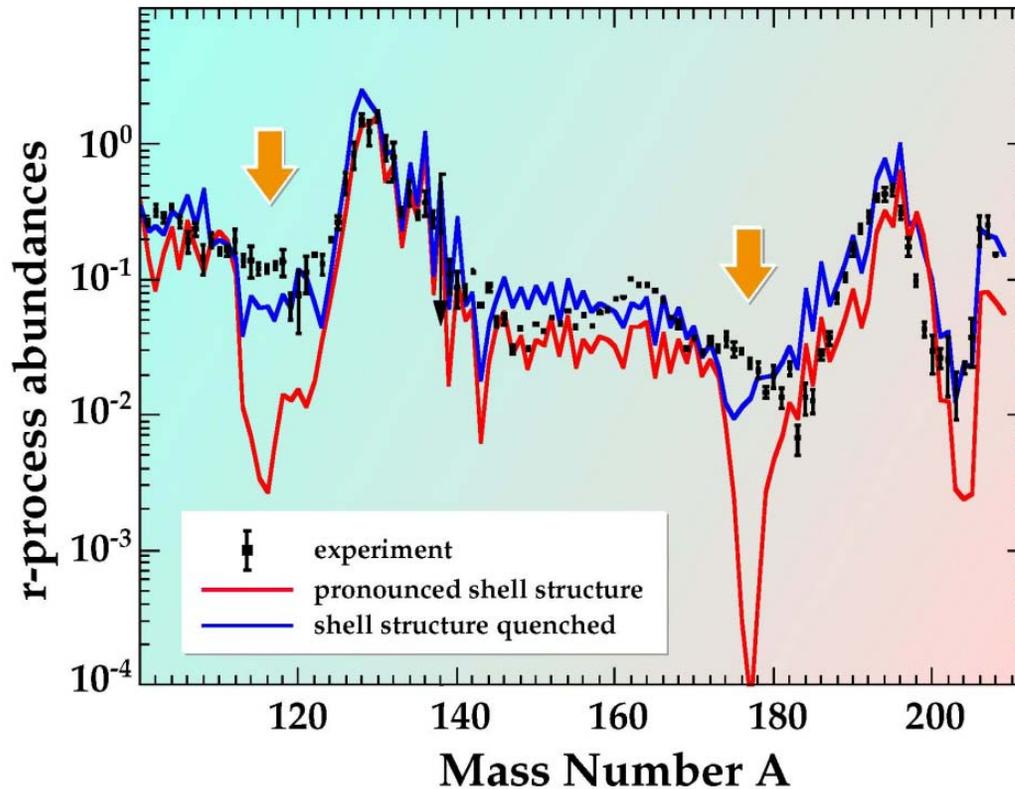
- alles startet in der Fe Region
- Neutroneneinfang
- Photodisintegration
- $(n,\gamma) \leftrightarrow (\gamma,n)$ Gleichgewicht (“waiting-point”) bei Schalenabschluß
- β -Fluß Gleichgewicht
- $Y(Z) \cdot \lambda_\beta = \text{const.}$
- für Berechnung sind die Kerneigenschaften:
 S_n und $T_{1/2}$ am wichtigsten

Astrophysik:

- Neutronendichte
- Temperatur
- Zeitskalen



Schalenmodell und Elementhäufigkeit



r-Prozess Rechnungen zeigen starke Abweichungen von gemessenen Elementverteilungen

Mögliche Lösung: modifiziertes Schalenmodell durch geänderten Potentialverlauf bei neutronreichen Isotopen

→ Zukünftige Experimente mit instabilen, neutronreichen Kernen