

Grundlegende Eigenschaften der Atomkerne:

- Grenzen der Stabilität
- Zerfallsgesetz



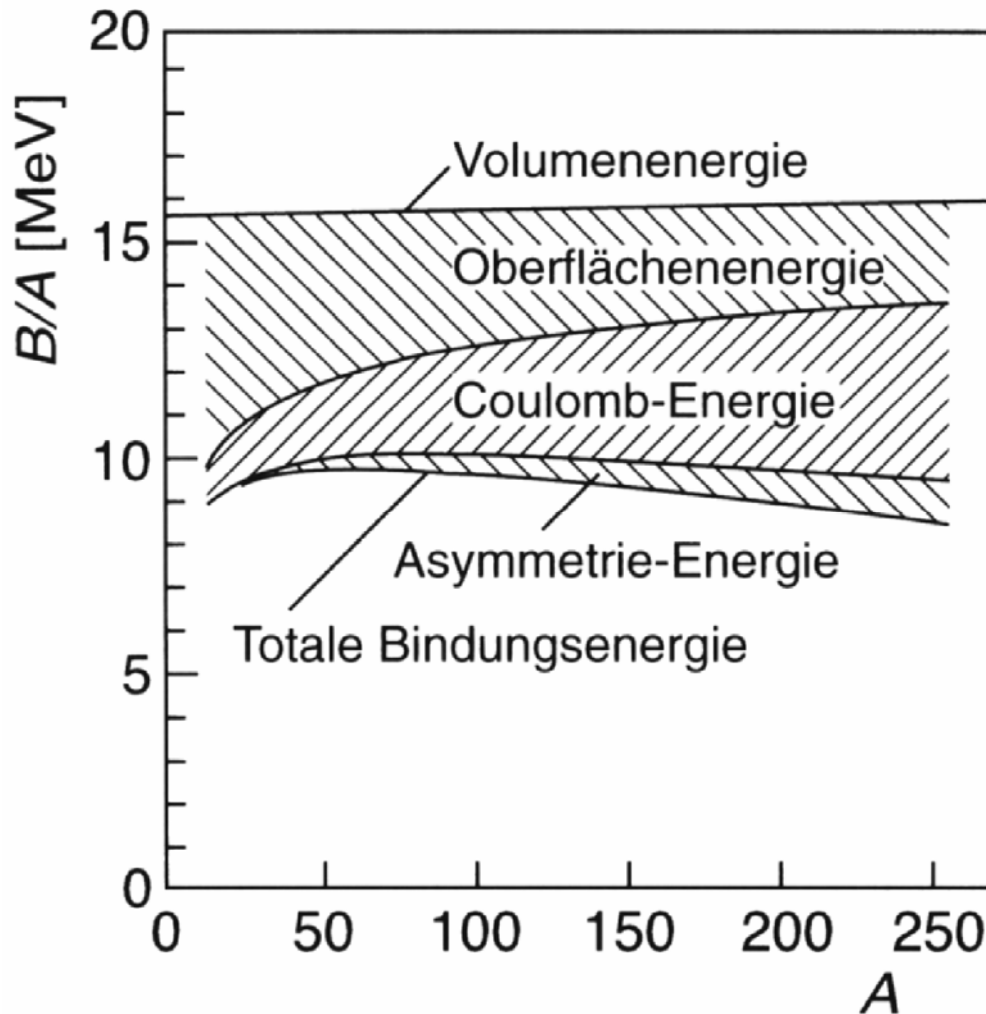
Zusammenfassung der letzten Stunde

- Bindungsenergie $BE(Z,A) = [Z \cdot M(^1H) + (A - Z) \cdot M_n - M(Z,A)] \cdot c^2$
- $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$ Ruhemasse des Elektrons
- $M_p = 938,272 \text{ MeV}/c^2 = 1836,149 m_e$ Ruhemasse des Protons
- $M_n = 939,573 \text{ MeV}/c^2 = 1838,695 m_e$ Ruhemasse des Neutrons
- Massendefekt $\Delta = (M(Z,A) - A \cdot 931,5 \text{ MeV}/c^2) \cdot c^2$
- Neutronen-Separationsenergie $S_n = BE(Z,A) - BE(Z,A-1)$
- Protonen-Separationsenergie $S_p = BE(Z,A) - BE(Z-1,A-1)$
- Bindungsenergie ist wichtige Größe mit Information über:
 - Kräfte zwischen den Nukleonen
 - Stabilität der Kerne
 - Energiebilanz von Reaktionen oder Zerfällen
- C. F. von Weizsäcker (1935): semi-empirische Formel für die Bindungsenergie

$$BE(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$

Weizsäcker Massenformel

$$BE(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$



Parameter: $a_V, a_S, a_C, a_A, \delta$
werden aus Massmessungen empirisch bestimmt.

$$a_V = 15.67 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_S = 17.23 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_C = 0.714 \text{ MeV}/c^2$$

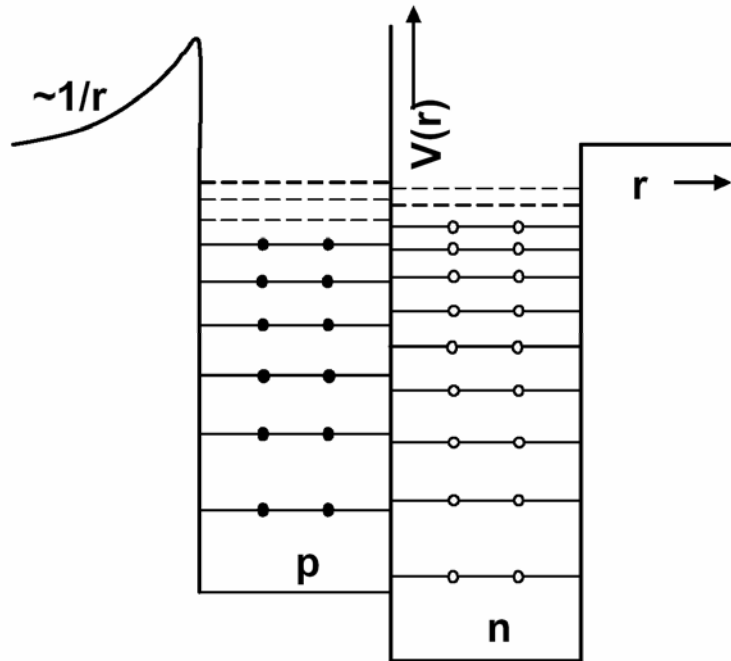
$$a_A = 93.15 \text{ MeV}/c^2$$

$$\delta = \pm 11.2 \text{ MeV}/c^2$$

Die Massenformel beschreibt globale Eigenschaften der Kernbindung, Kernstruktureffekte verursachen jedoch deutliche Abweichungen!

Zusammenfassung der letzten Stunde

Zur Asymmetrie-Energie: Kern als Fermigas (Vorgriff)



Zur Stabilität der Kerne

Weizsäcker-Massenformel für Massen

$$m(Z, A) = Zm_H + (A - Z)m_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} \pm \delta$$

Tal der Stabilität:

$$\left(\frac{\partial m(Z, A)}{\partial Z} \right)_{A=\text{const}} \approx m_H + m_n + a_C \frac{2Z}{A^{1/3}} + a_A \frac{(2Z - A)}{A}$$

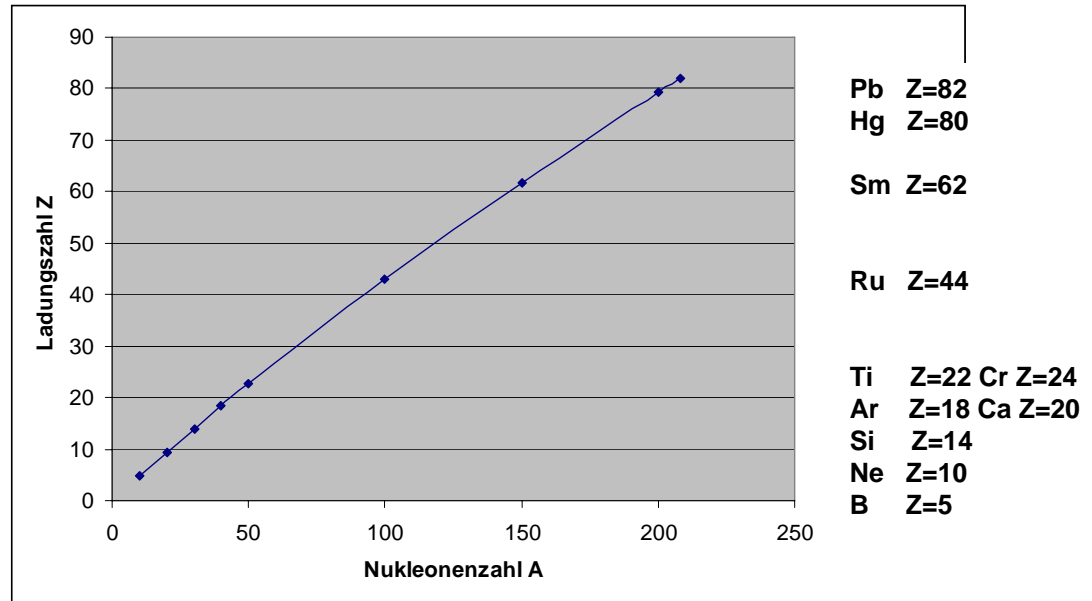
$$\approx a_C \frac{2ZA^{2/3}}{A} + a_A \frac{(2Z - A)}{A} = a_C \frac{2ZA^{2/3}}{A} + a_A \frac{2Z}{A} - a_A = 0$$

$$\Rightarrow Z \cdot \frac{2a_C A^{2/3} + 2a_A}{A} = a_A$$

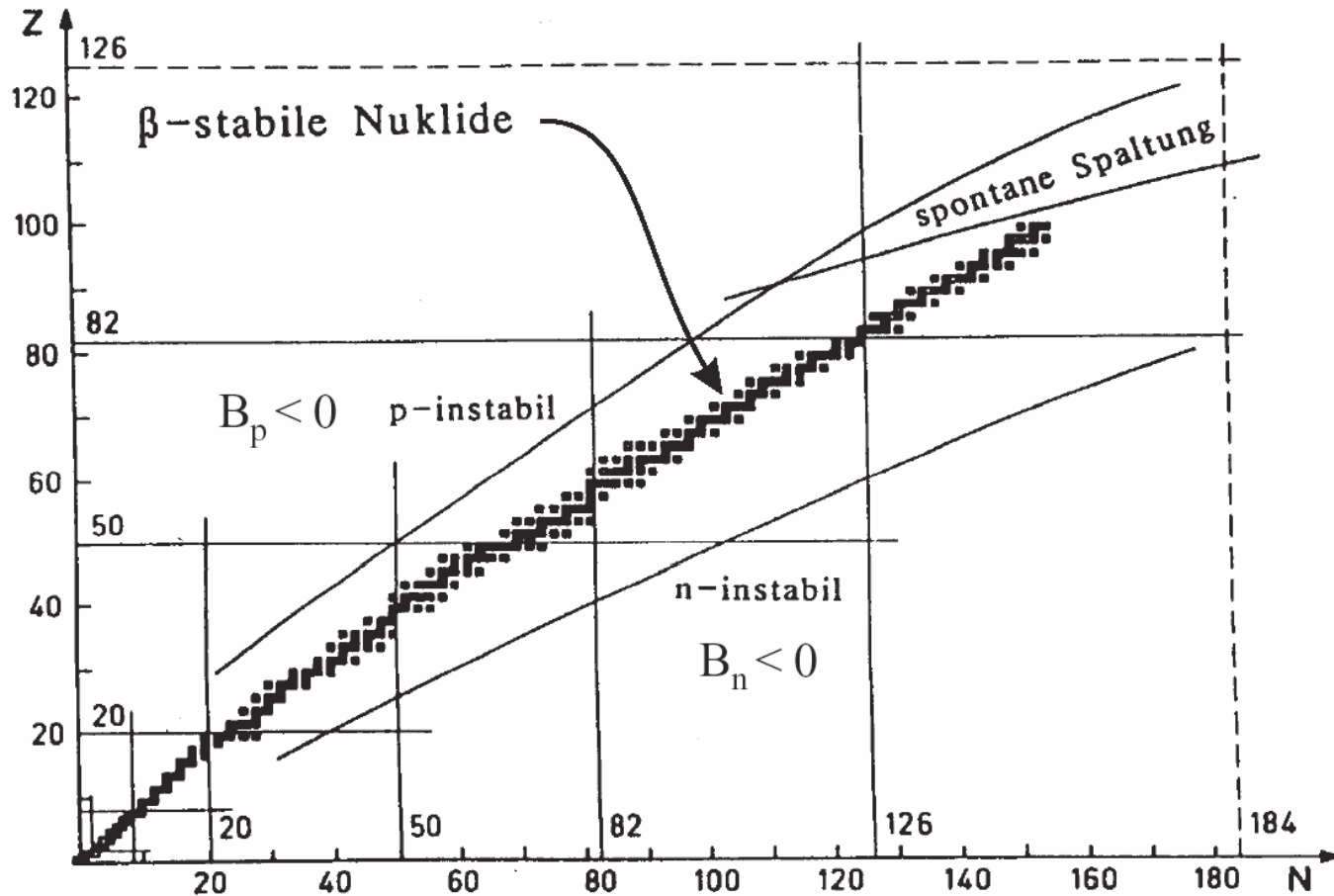
$$Z_0 \approx \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{1 + (a_C/a_A) A^{2/3}}$$

$$a_C = 0.714 \text{ MeV}/c^2$$

$$a_A = 93.15 \text{ MeV}/c^2$$



Zur Stabilität der Kerne



Stabile, in der Natur vorkommende Kerne bilden ein schmales Band in der N-Z-Ebene der Nuklidkarte.

Begrenzung der Stabilität

Für Isotope mit deutlichem Neutronenüberschuß ist es energetisch günstig, wenn sich ein Neutron in ein Proton umwandelt. Bei neutronenarmen Kernen findet der umgekehrte Prozeß statt, die Umwandlung eines Protons in ein Neutron. Diese β -Zerfälle beruhen auf der ***schwachen Wechselwirkung***.

Auf der sehr neutronenarmen bzw. -reichen Seite ist die Kernstabilität durch $B_n < 0$ bzw. $B_p < 0$ begrenzt, d.h. n- bzw. p-Emission ist möglich. Die Bedingung $B_n = 0$ bzw. $B_p = 0$ definiert die sog. '***Abbruchkanten***'.

Zweikörperzerfälle

Die Nuklide von Fe und Ni besitzen die höchste Bindungsenergie pro Nukleon. Bei schweren Kernen nimmt die Bindungsenergie wegen der wachsenden Coulombabstoßung der Protonen ab. Die Kerne können in zwei oder mehrere leichtere Kerne zerfallen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

Zweikörperzerfall: $M(A, Z) > M(A-A', Z-Z') + M(A', Z')$

Sehr häufig ist ${}^4\text{He}$ -Emission (α -Zerfall), da die Bindungsenergie eines ${}^4\text{He}$ -Kerns sehr hoch ist.

Sehr schwere Kerne können durch spontane Spaltung in zwei Bruchstücke zerfallen.

Radioaktivität

Radioaktive Zerfälle wurden zuerst von Becquerel 1896 entdeckt und später von Marie und Pierre Curie an schweren, natürlich radioaktiven, Kernen untersucht. Dabei wurden Zerfallsketten von α - und β -Zerfällen analysiert.

Radioaktivität eines Nuklids bedeutet einen statistischen Zerfall, dessen Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit durch eine Zerfallskonstante λ charakterisiert ist.

Zerfallskonstante und Aktivität

Als Aktivität A ist die Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit dt in einer Probe von N Kernen definiert. Bei ausreichend großem N ergibt sich:

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Die Zerfallskonstante λ hängt mit der mittleren Lebensdauer τ bzw. der Halbwertszeit $T_{1/2}$ zusammen:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \text{und} \quad T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \ln 2 \cdot \tau$$

Zerfallsgesetz

Beobachtet man eine Probe über eine gewisse Zeit, sinkt ihre Aktivität $A(t)$, weil die Zahl der Kerne $N(t)$ kontinuierlich abnimmt. Einen quantitativen Zusammenhang bekommt man aus $-dN/dt = N \lambda$

Die Lösung dieser DGL lautet:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = A(t) / \lambda$$

Dabei ist N_0 die Zahl der Kerne bei $t = 0$.

Messen kann man λ bei bekanntem N (quasi konstant) über A oder, bei kurzlebigen Isotopen, über die Zeitfunktion von $A(t)$.

Als Einheit der Aktivität verwendet man das Becquerel Bq:

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ Zerfall / s}$$

Die Aktivität des menschlichen Körpers (ca. 70 kg) ist ~ 3700 Bq und stammt vor allem aus dem Zerfall von ^{40}K und ^{14}C .

Die Aktivität in Gebäuden variiert zwischen 100 und 1000 Bq, vor allem aus dem Zerfall vom ^{222}Rn einem (α -Strahler in der ^{238}U -Zerfallskette) und seinen Zerfallsprodukten.